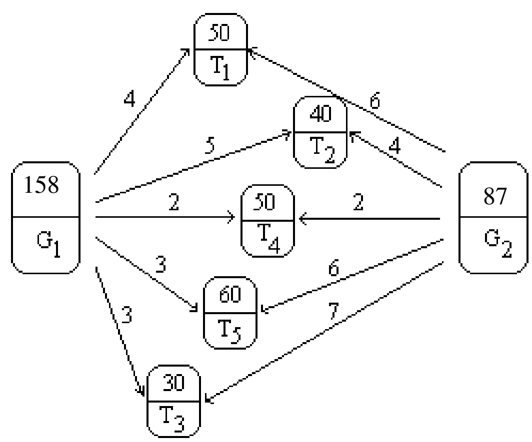
BAB VI
MODEL-MODEL DETERMINISTIK

6.1 Masalah Penyaluran Daya Listrik

Andaikan seorang perencana sistem kelistrikan merencakan penyaluran daya listrik dari beberapa pembangkit yang terinterkoneksi dan terhubung dengan beberapa beban yang harus disuplai, maka yang harus dipikirkan adalah biaya penyaluran daya yang semurah-murahnya dengan drop tegangan dan rugi-rugi saluran yang terkecil. Diharapkan semua suplai beban terlayani dengan generator tidak terbebani 100% karena kemampuan generator harus lebih besar dari beban yang disuplai sehingga generator dapat beroperasi dengan umur yang panjang.

<u>Contoh 6.1 :</u>

Diketahui dua Gardu Induk terinterkoneksi (G1 dengan kapasitas daya 158 MVA dan G2 87 MVA) sebagai sumber dengan 5 tujuan permintaan beban minimum t_j beserta jarak satuan penyaluran daya listrik seperti pada gambar 6.1 Bagaimana alokasi penyaluran daya optimal yang meminimalkan rugi-rugi daya pada saluran tenaga listrik pada gambar 6.1



Gambar 6.1 Contoh penyaluran daya

<u>Jawaban:</u>

Tabel 6.1 Alokasi rencana penyaluran daya optimal

Tujuan beban	Sumber (GI)	Alokasi beban (MVA)	Satuan rugi-rugi
T_1	G_1	50	$50 \times 4 = 200$

T_2	G_2	40	$40 \times 4 = 160$
T_3	G_1	30	$30 \times 3 = 90$
T_4	G_1	10	$10 \times 2 = 20$
T_4	G_2	40	$40 \times 2 = 80$
T_5	G_1	60	$60 \times 3 = 180$
Total satuan:		**230**	**730**

Dari pemasalahan di atas terlihat bahwa Gardu Induk 1 (G_1) cukup untuk mensupai beban 150 MVA (sisa 8 MVA) dan Gardu Induk 2 (G_2) cukup untuk mensupai beban 80 MVA (sisa 7 MVA).

6.2 Perumusan Masalah Melalui Persamaan

Masalah dalam contoh 6.1 diatas dapat dirumuskan sebagai berikut :

$\Rightarrow$ Mencari $x_{ij} \geq 0$; $i = 1,2$; $j = 1,2,\ldots,5$

$\Rightarrow$ Yang memenuhi $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + 6x_{15} = 150$ (6.1)

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 80$$

$$x_{11} + x_{21} = 50$$

$$x_{12} + x_{22} = 40$$

$$x_{13}x + x_{23} = 30$$

$$x_{14} + x_{24} = 50$$

$$x_{15} + x_{25} = 60$$

$\Rightarrow$ Dan meminimalkan

$$f = 4x_{11} + 5x_{12} + 3x_{13} + 2x_{14} + 3x_{15} + 6x_{21} + +4x_{22} + 7x_{23} + 2x_{24} + 6x_{25} \qquad (6.2)$$

Secara umum masalah penyaluran daya ini mirip dengan masalah angkutan.

Contoh analisa lain masalah ini dapat ditulis sebagai berikut.

Diketahui suatu komoditi tertentu yang tersedia dalam m buah. Sumber (original) S_i, i = 1,…, ‘m’, akan disalurkan ke ‘n’ buah tujuan (destination) T_j, j = 1,…,n, dan diketahui bahwa:

b_i = penawaran (supply, kapasitas) maksimum di S_i.

a_j = permintaan (demand) minimum di T_j.

c_{ij} = ongkos angkut satuan pada jalur (i,j).

Akan dicari x_{ij} = alokasi angkutan dari S_i ke T_j yang memenuhi syarat-syarat penawaran dan permintaan dan meminimalkan ongkos angkut total. Dengan pertolongan matriks angkut dibawah ini, perumusan menjadi :

Tabel 6.2.

Tujuan / Sumber	T_1	T_2		T_j		T_n	b_i
S_1	c_{11}	c_{12}					b_1
S_2	c_{12}	c_{11}					b_2
S_i				c_{ij}			b_i
S_m							b_m
a_j	a_1	a_2		a_j		a_n	Σa_j / Σb_i

$\Rightarrow$ Mencari $x_{ij} \geq 0$

$i = 1,\ldots,m$

$j = 1,\ldots,n$

$\Rightarrow$ Memenuhi

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq b_i$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leq a_j$$

$\Rightarrow$ Dan meminimalkan

$$f = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}, x_{ij}$$

Jelas bahwa masalah diatas memenuhi pola program linear sehingga dapat di selesaikan dengan simpleks, yang memuat 'm n' buah perubah asli dengan (m + n) buah kendala utama.

6.3 Masalah Angkutan Seimbang

Apabila $\sum_i b_i \geq \sum_j a_j$ masalah tersebut pasti fisibel. Tetapi bila $\sum_i b_i < \sum_j a_j$, teoritis masalahnya tidak fisibel. Kejadian $\sum_i b_i = \sum_j a_j$ disebut masalah angkutan seimbang (*balanced transportation problem*), dan bila dirumuskan akan menjadi :

$\Rightarrow$ Mencari $x_{ij} \geq 0$; $i = 1,\ldots..,m$; $j = 1,\ldots\ldots,n$.

$\Rightarrow$ Memenuhi $\sum_j x_{ij} = b_i$ dan $\sum_i x_{ij} = a_j$

$\Rightarrow$ Dan meminimalkan $f = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$.

Kendala utama berupa (m+n) persamaan dalam ’m n’ perubah. Tetapi karena ada hubungan $\sum_i b_i = \sum_j a_j$, maka pada satu persamaan linear bergantung/tak bebas (*dependen linear*) dengan yang lain, sehingga dapat dibuang. Jadi sekarang hanya ada (m+n-1) persamaan yang bebas. Bila diambil suatu penyelesaian fisibel basis, maka ada (m+n-1) perubah yang positif. Ternyata sebagian besar masalah angkutan dapat dibawa ke kejadian seimbang ini.

6.4 Masalah Angkutan Tak Seimbang

Untuk kejadian $\sum_i b_i > \sum_j a_j$, maka dengan menambahkan suatu tujuan semu $\overline{T}$, sisa penawaran dapat dianggap ditampung oleh $\overline{T}$. Dengan demikian masalah akan kembali ke kejadian seimbang.

<u>Contoh 6.2 :</u>

Sebuah perusahaan perikanan mempunyai 3 lokasi penangkapan ikan L_1, L_2, L_3 di pantai yang perhari dapat menangkap ikan rata-rata 10 ton ikan. Perusahaan membuat kontrak untuk melayani kota (K_1, K_2, K_3, K_4) paling sedikit berturut-turut 8, 7, 4, dan 6 ton perharinya. Karena perusahaan tidak mempunyai gudang dingin maka hasil harian harus dikirim hari itu juga dan sisanya dilelang ditempat.

Tabel 6.3. Ongkos satuan

	K_1	K_2	K_3	K_4	$\overline{K}$	
L_1	1	1	2	3	0	10
L_2	3	1	2	2	0	10
L_3	4	4	3	1	0	10
	8	7	4	6	5	30

Ongkos angkut satuan tertera dalam tabel di samping. Yang menjadi masalah yaitu bagaimana mengatur alokasi angkutan dari ketiga lokasi ke empat kota supaya ongkos angkut total minimum.

Perumusan masalah :. $\sum_i b_i = 30$; $\sum_j a_j = 25$. Ada kelebihan 5 ton, maka diadakan kota semu $\overline{K}$ untuk menampungnya. Ongkos yang terkait dengan $\overline{K}$ diisi nol. Sekarang jadilah soal yang seimbang, meskipun untuk pengisian tabel awal kolom 5 mendapat prioritas terakhir. Dalam PO, di kolom 5 akan ada alokasi sebesar 5, berarti ada 5 ton dalam sumber tertentu. Yang memerlukan pertimbangan adalah tak seimbang yang kedua $\sum_i b_i < \sum_j a_j$.

Secara teori masalahnya tidak fisibel. bila kedua belah pihak bersitegang maka tidak akan ada kontrak pengiriman. Dalam kenyataannya, bila pihak sumber memang tidak mungkin menambah penawarannya, maka haruslah pihak tujuan yang perlu mengubah permintaannya, dengan cara mengganti istilah "*permintaan minimal*" menjadi "*permintaan target (sasaran)*" dalam arti bila a_j yang dipasang boleh tidak dipenuhi 100%. Dengan demikian masalah masih dapat diselesaikan dengan mengembalikan ke kejadian seimbang lewat penambahan sumber semu $\overline{S}$ yang seolah-olah menyediakan kekurangan penawaran dalam soal asli.

6.5 Masalah Penugasan

Masalah penugasan adalah merupakan kejadian khusus dari masalah penyaluran daya listrik atau angkutan.

Contoh 6.3 :

Pimpinan sebuah kantor mencari 3 orang untuk mengisi lowongan :

1. Sekretaris (P_1)
2. Bendahara (P_2)
3. Pimpinan pusat informasi (P_3)

Tabel 6.4 Gaji per kedudukan

	P_1	P_2	P_3
O_1	200	250	150
O_2	100	150	200
O_3	125	250	200

Sesudah semua pelamar diuji dan disaring, tersisa 3 orang (O_1, O_2, O_3) yang akan diterima. Masalahnya sekarang ialah dimana O_i ditugaskan, atau siapa yang ditugaskan dimana, supaya gaji bulanan total untuk mereka minimum. Di samping ini tertera tabel 6.4 yang menyatakan besar gaji bulanan (dinyatakan dalam ribu rupiah) bila O_i ditugaskan memegang P_j yang sesuai dengan kemampuannya (terlihat dari hasil ujiannya).

Untuk menyatakan jawaban penugasan, dapat dipilih bermacam-macam cara yang mudah dengan menugaskan ketiga orang di atas dengan tugas yang berbeda-beda.

Tabel penugasan (alokasi) dapat dipisahkan dari tabel ongkosnya, misalkan suatu penyelesaian fisibel.berbunyi :

O_1 ditempatkan di P_2 ,

O2 ditempatkan di $P_{3,}$ dan

O3 ditempatkan di P_1.

Keadaan ini dapat digambarkan seperti tabel 6.5.

Tabel 6.5 Contoh penempatan

	P_1	P_2	P_3	**total**
O_1		1		**1**
O_2			1	**1**
O_3	1			**1**
Total	**1**	**1**	**1**	

Perumusannya ialah :

$\Rightarrow$ Mencari $x_{ij} \begin{cases} = 0 \\ = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Memenuhi $\sum_{j=1}^{3} x_{ij} = 1$; i = 1, 2, 3

$\sum_{i=1}^{3} x_{ij} = 1$; j = 1, 2, 3

$\Rightarrow$ Meminimalkan $f = \sum_i \sum_j c_{ij}, x_{ij}$

Model ini disebut dengan model penugasan (*assigment*). Dalam contoh ini hanya ada 6 atau (3!) penyelesaian fisibel (PF), yaitu pada tabel 6.6 :

Tabel 6.6. Kemungkinan alokasi penempatan

$$
\begin{array}{cccccc}
(1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) \\
\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & & \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & & \\ \hline & & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|c|}\hline & 1 & \\ \hline 1 & & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|c|}\hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|c|}\hline & & 1 \\ \hline 1 & & \\ \hline & 1 & \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|c|}\hline & & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} \\
500 & 650 & 550 & 575 & 500 & 425
\end{array}
$$

Ternyata PF (6) lah yang menjadi Penyelesaian Optimal (PO) yang untuk gaji terendah, dan berarti bahwa:

O_1 , menjadi pimpinan pusat informasi

O_2 , menjadi bendahara, dan

O_3 , menjadi sekretaris.

Bila yang menjadi fungsi sasaran bukan gaji bulanan total yang harus diminimalkan, melainkan kualitas hasil kerja total yang harus dimaksimalkan, maka PO nya adalah nomer (2) karena c_{ij} di muka sebanding dengan efisiensi kerja mereka.

6.6 Masalah Transhipment

Model angkutan menganggap bahwa jalur yang ada hanya yang menghubungkan suatu sumber ke suatu tujuan. Sedang dalam kenyataannya jaringan jalan yang ada dapat pula menghubungkan dua sumber, dua tujuan atau juga terjadi bahwa jalur dari suatu sumber dari kesuatu tujuan harus melewati suatu sumber lain, dan sebagainya. Dalam hal ini suatu sumber dapat menjadi tujuan dan sebaliknya, atau justru ada tempat yang bukan sumber maupun tujuan yang berfungsi sebagai titik loncatan saja. Hal ini disebut masalah "*Transhipment*", suatu angkutan lewat titik antara.

Contoh 6.4 :

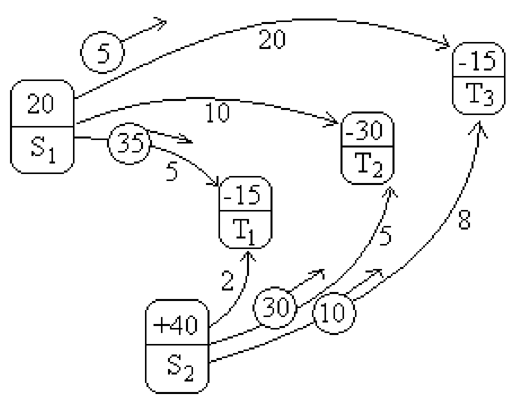
Suatu masalah angkutan digambarkan pada gambar 6.2 dengan jaringan sebagai berikut :

S_i = sumber ke-i

T_j = tujuan ke-j,

+20 pada Si berarti ada penawaran sebesar 20 pada Si,

-30 pada T2 berarti ada permintaan sebesar 30 pada T2, dsb.



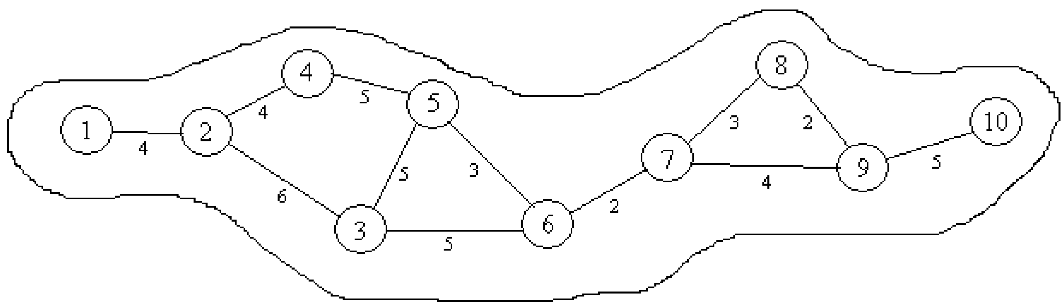
Gambar 6.2   Contoh transhipment

Penyelesaian contoh di atas diperlihatkan pada Tabel 6.7 yang memperlihatkan model masalah sekaligus PO nya. PO ini dapat digambarakan dalam jaringan, misal dengan lambang x_{ij}, sebagai gambar alokasi, dengan f_{min} = 365

Tabel 6.7

	T_1	T_2	T_3	**total**
S_1	15^{x5}		5^{x12}	**20**
S_2		30^{x5}	10^{x8}	**40**
total	**15**	**30**	**15**	

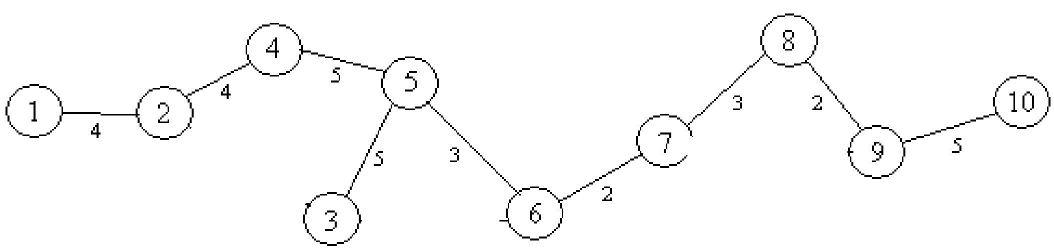
6.7 Model Jaringan



Gambar 6.3 Model jaringan

<u>Contoh 6.5</u> :

Andaikan gambar 6.3 merupakan daerah sebuah taman wisata. Simpul-simpul merupakan pos-pos penghubung sejumlah 10 buah, sebuah garis-garis (busur) penghubung adalah jalan yang dilengkapi dengan panjangnya dalam kilometer. Pengurus merencanakan memaasang kawat intercom antar pos sedemikian rupa sehingga setiap pos-pos selalu terhubung. Pemasangan kawat dipilih menelusuri jalur yang ada. Yang menjadi masalah ialah pos-pos mana yang harus dihubungkan agar panjang total menjadi maksimum.



Gambar 6.4 Pohon perentang minimal

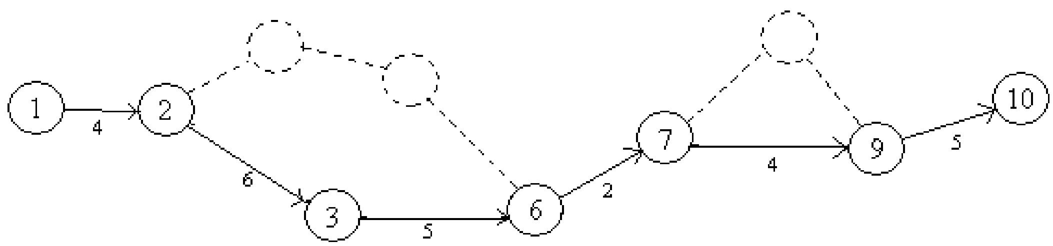
Jawaban optimalnya seperti pada gambar 6.4 dengan panjang kawat maksimal 33 km. Masalah ini disebut *pohon perentang minimal*.

Contoh 6.6 :

Bila gambar 6.3 dianggap sebagai denah sebuah daerah dengan simpul-simpul adalah kota-kota dan busur adalah jalan raya dengan bilangan-bilangannya adalah jarak dalam 10 km. maka seseorang akan menghadapi masalah bila ia berada di kota 1 dan akan menuju kota 10 dengan taxi dengan syarat melewati jalur-jalur terpendek (ongkos termurah, bila ongkos sebanding dengan panjang jalan).

Hasil optimal jalan yang terpendek ialah :

1, 2, 3, 6, 7, 9, 10 dengan panjang jalur terpendek 260 km (lihat gambar 6.5).



Gambar 6.5 Jalur terpendek