

A woman with long brown hair, wearing a pink ruffled dress and a blue patterned sash, is shown from the waist up, reaching her right arm out towards the left. Her hand is open, and several yellow flower petals are floating around it. In the upper left corner, there is a cluster of colorful flower petals (pink, blue, yellow). The background is a dark blue night sky with many small white stars. A small, dark, humanoid figure is standing on the woman's outstretched hand.

ALGOITMA SIMPLEKS MINIMUM

- **Oleh :**
- **Zuriman Anthony, ST., MT**

SIMPLEKS MINIMUM

Contoh 5.6

Algoritma Simplek digunakan dibawah ini untuk meminimumkan biaya. Data tersebut adalah minimumkan $Z = 2x_1 + 4x_2$ dibawah konstren-konstren:

$$2x_1 + 4x_2 \geq 14$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 18$$

$$x_1 + x_2 \geq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

1. Tabel Simplek Permulaan (sedikit dimodifikasi)

i. Ubahlah pertidaksamaan-pertidaksamaan menjadi persamaan-persamaan dengan mengurangi variable surplus.

$$2x_1 + x_2 - s_1 = 14$$

$$x_1 + x_2 - s_2 = 12$$

$$x_1 + 3x_2 - s_3 = 18$$

ii. Nyatakan persamaan-persamaan konstren dalam bentuk matrik

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \\ 18 \end{pmatrix}$$

ii. Nyatakan persamaan-persamaan konstren dalam bentuk matrik

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \\ 18 \end{pmatrix}$$

Dari matrik tersebut jelas bahwa jika $x_1 = 0$ dan $x_2 = 0$ seperti dalam tabel simplek permulaan untuk maximisasi, penyelesaian dasar tidak akan mungkin karena $s_1 = -14$, $s_2 = -12$, $s_3 = -18$ dan harga negatif adalah tidak mungkin (Non Veasible). Untuk mengatasi persoalan tersebut harus dimasukan variable-variabel buatan (Artivisial Variabel).

iii. Tambahkan variabel-variabel buatan. Variabel buatan ($a_i > 0$) adalah suatu variable kosong (dumi variable) yang ditambahkan dengan maksud khusus untuk menghasilkan suatu penyelsaian mungkin dasar permulaan. Variabel tersebut tidak mempunyai arti ekonomi. Suatu variable buatan yang terpisah ditambahkan untuk masing-masing pertidak samaan "lebih besar atau sama dengan" asal.

Jadi :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \\ 18 \end{pmatrix}$$

**a..... = merupakan variabel tambahan
untuk mengganti/menghilangkan nilai s
negatif**

2. Table Simplek Permulaan yang disesuaikan untuk minimisasi.

- i. Buatlah tabel Simplek Permulaan dengan meletakan matrik koefisien dan vector kolom dari konstan di atas dengan menambahkan nilai $-M$ pada tujuan yang akan dicapai (fungsi dari Z), untuk meyakinkan bahwa 'A' akan dikeluarkan dari penyelesaian optimal. Baris indikator adalah negatif dari koefisien-koefisien fungsi objektif. Fungsi objektif mempunyai koefisien-koefisien nol.

Tabel 5.11

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	<i>Konstren</i>
2	1	-1	0	0	1	0	0	14
1	1	0	-1	0	0	1	0	12
1	3	0	0	-1	0	0	1	18
-2	-4	0	0	0	-M	-M	-M	

Indikator

- ii. Kemudian pindahkan M dari kolom, variable buatan dengan menambahkan 'm kali (baris 1 + baris 2 + baris 3)' ke baris 4. Ini akan memberikan tabel permulaan .

Tabel 5.12 .

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	Konstren
2	1	-1	0	0	1	0	0	14
1	1	0	-1	0	0	1	0	12
1	3	0	0	-1	0	0	1	18
4M-2	5M-4	-M	-M	-M	0	0	0	44M

Penyelesaian mungkin dasar yang pertama dapat dibaca secara langsung dari tabel permulaan tersebut. Dengan mengandaikan $x_1 = x_2 = s_1 = s_2 = s_3 = 0$, penyelesaian mungkin dasar yang pertama adalah : $A_1 = 14$, $A_2 = 12$, $A_3 = 18$ dan fungsi objektifnya adalah $44M$ suatu bilangan besar yang tidak mungkin untuk menurunkan biaya, carilah perubahan dasar.

3. Elemen Pivot

- i. Untuk minimisasi, indikator positif yang terbesar akan menentukan kolom pivot dan variable yang memasuki dasar. Karena elemen terakhir dari baris paling bawah 44 M bukan indikator, maka $5M - 4$ merupakan indikator positif yang terbesar. Jadi x_2 masuk dasar dan kolom pada x_2 menjadi kolom pivot (kolom yang **ditebalkan**).
- ii. Baris pivot dan variable yang meninggalkan dasar ditentukan oleh rasio terkecil yang dihasilkan dari pembagian elemen-elemen dari kolom pivot persis seperti untuk soal maksimasi. Karena $18/3 = 6$ merupakan rasio terkecil yang dihasilkan maka baris 3, maka baris ini dipilih menjadi baris pivot. Selanjutnya pertemuan baris ini dengan kolom x_3 (yaitu angka 3) akan menjadi titik acuan pembagian penyelesaian baris dan kolom yang lain (baris 3 yang **ditebalkan**).

4. Pivoting

- i. Reduksikan elemen pivot menjadi 1, kalikan baris 3 dengan 1/3.

Tabel 5.13

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	Konstren
2	1	-1	0	0	1	0	0	14
1	1	0	-1	0	0	1	0	12
1/3	1	0	0	-1/3	0	0	1/3	18/3 = 6
4M-2	5M-4	-M	-M	-M	0	0	0	44M

- ii. Bereskan kolom pivot untuk semua baris dengan mengacu ke baris 3.

Tabel 5.14

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	Konstren
5/3	0	-1	0	1/3	1	0	-1/3	8
2/3	0	0	-1	1/3	0	1	-1/3	6
1/3	1	0	0	-1/3	0	0	1/3	6
(7M-2)/3	0	-M	-M	(2M-4)/3	0	0	(-5M+4)/3	14M+24

5. Pengulangan (Reiteration)

Selama masih ada indikator positif, proses tersebut berjalan terus. Pivot yang baru menjadi kolom 1 (karena positif terbesar) dan baris 1 (karena hasil pembagian terkecil). Semua elemen pivotnya pada baris 1 dibagi dengan $5/3$.

Tabel 5.15

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	Konstren
1	0	-3/5	0	1/5	3/5	0	-1/5	24/5
2/3	0	0	-1	1/3	0	1	-1/3	6
1/3	1	0	0	-1/3	0	0	1/3	6
(7M-2)/3	0	-M	-M	(2M-4)/3	0	0	(-5M+4)/3	14M+24

6. Bereskan semua baris dengan mengacu ke baris 1 dan kolom 1

Tabel 5.16

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	Konstren
1	0	-3/5	0	1/5	3/5	0	-1/5	24/5
0	0	2/5	-1	1/5	-2/5	1	-1/5	14/5
0	1	1/5	0	-2/5	-1/5	0	2/5	22/5
0	0	(2M-2)/5	-M	(M-6)/5	(-7M+2)/5	0	(-6M+6)/5	(14M+136)/5

7. Bentuk pivot baru pada baris 2 dan kolom 3

Tabel 5.17

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	Konstren
1	0	-3/5	0	1/5	3/5	0	-1/5	24/5
0	0	1	-5/2	1/2	-1	5/2	-1/2	7
0	1	1/5	0	-2/5	-1/5	0	2/5	22/5
0	0	(2M-2)/5	-M	(M-6)/5	(-7M+2)/5	0	(-6M+6)/5	(14M+136)/5

8. Bereskan semua baris dengan mengacu ke baris 2 dan kolom 3
Tabel 5.18

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	Konstren
1	0	0	$-3/2$	$1/2$	0	$2/3$	$-1/2$	9
0	0	1	$-5/2$	$1/2$	1	$5/2$	$-1/2$	7
0	1	0	$1/2$	$-1/2$	0	$1/2$	$1/2$	3
0	0	0	-1	-1	-M	-M+1	-M+1	30

Dengan semua indikator negatif, suatu penyelesaian mungkin yang optimal, telah dicapai. Penyelesaian yang mungkin dasar optimal tersebut bicara secara langsung dari hasil tabel di atas, yang mana : **$x_1 = 9$, $x_2 = 3$, $s_1 = 7$, $s_2 = 0$ dan $s_3 = 0$.** Harga fungsi objektif (Z) ditunjukkan oleh elemen terakhir dari baris terakhir, dimana **$Z = 30$.**

Semoga Sukses

