

SISTEM DUAL

**Oleh
Zuriman Anthony**



©2003 KAGAYA / ©2003 Synforest / CD-ROM SW-008

DUAL

Setiap persoalan maksimasi (minimisasi) dalam programasi linier mempunyai suatu persoalan minimisasi (maksimisasi) yang bersesuaian. Persoalan asalnya disebut primal ; persoalan yang bersesuaian (corresponding problem) disebut dual. Hubungan antara keduanya dapat dinyatakan dengan baik melalui pemakaian parameter-parameter yang diberikan bersama.

Kaidah-kaidah DUAL Dalam perumusan dual dari suatu persoalan primal :

1. Arah dari optimasi adalah kebalikan. Maksimasi dalam primal menjadi minimasi dalam dual dan sebaliknya.
2. Tanda pertidaksamaan dari konstren-konstren teknis adlah kebalikan, tetapi kekangan ketidak negatitan (non negativity restraint) pada variable-variabel keputusan (decision variables) selalu dipertahankan.
3. Baris dari matriks koefisien dari konstren-konstren dalam primal ditranspose menjadi kolom untuk matriks koefisien dari konstren-konstren dual.

4. Vektor baris dari koefisien-koefisien dalam fungsi objektif dalam primal ditranspose menjadi vector kolom konstan untuk konstren-konstren dual.
5. Vektor kolom konstan dari konstren primal ditranspose menjadi vector baris dari koefisien-koefisien untuk fungsi objektife dalam dual.
6. Variabel keputusan primal (x_j) digantikan oleh variable keputusan dual (z_i).

Contoh 4.1

Dual dari soal programasi linear,

Maksimumkan $Z = 5x_1 + 3x_2$

Terikat pada $6x_1 + 2x_2 \leq 36$

$$5x_1 + 5x_2 \leq 40$$

$$6x_1 + 4x_2 \leq 28$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

adalah

minimumkan $c = 36z_1 + 40z_2 + 28z_3$

terikat pada $6z_1 + 5z_2 + 6z_3 \geq 5$

$$2z_1 + 5z_2 + 4z_3 \geq 3$$

$$z_1, z_2, z_3 \geq 0$$

LANJUTAN CONTOH DUAL

Contoh 4.2

Dual dari soal programasi linear,

Minimumkan $c = 20z_1 + 30z_2 + 16z_3$

terikat pada $2,5z_1 + 3z_2 + z_3 \geq 3$

$$z_1 + 3z_2 + 2z_3 \geq 0$$

$$z_1, z_2, z_3 \geq 0$$

adalah

maksimumkan $Z = 3x_1 + 4x_2$

terikat pada $2,5x_1 + x_2 \leq 20$

$$3x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

CONTOH SOAL 1. DAN PENYELESAIAN

Minimumkan : $C = 36 x_1 + 30 x_2 + 40 x_3$

Terikat pada : $2x_1 + 5x_2 + 8x_3 \geq 40$

$6x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 50$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Jawaban :

a. Maksimumkan pada $Z = 40z_1 + 50z_2$

Terikat pada $2z_1 + 6z_2 \leq 36$

$5z_1 + 3z_2 \leq 30$

$8z_1 + 2z_2 \leq 40$

$z_1, z_2 \geq 0$

b. Equivalen dual tersebut terselesaikan dengan grafik dan diperoleh:

$z_1 = 3, z_2 = 5$ dan $Z = 370$

c. Dengan $Z = 370, C = 370,$

Lanjutan: JAWABAN CONTOH SOAL 1.

d. I $2x_1 + 5x_2 + 8x_3 - s_1 = 40$
 $6x_1 + 3x_2 + 2x_3 - s_2 = 50$

II. $2z_1 + 6z_2 + t_1 = 36$
 $5z_1 + 3z_2 + t_2 = 30$
 $8z_1 + 2z_2 + t_3 = 40$

Dengan substitusi $z_1 = 3$ dan $z_2 = 5$ dalam II

$$2(3) + 6(5) + t_1 = 36, \quad t_1 = 0$$

$$5(3) + 3(5) + t_2 = 30, \quad t_2 = 0$$

$$8(3) + 2(5) + t_3 = 40, \quad t_3 = 6$$

Dengan $t_1 = t_2 = 0$, $x_1, x_2 \neq 0$. karena ketiga $t_3 \neq 0$, $x_3 = 0$

Selanjutnya:

$$2x_1 + 5x_2 + 8(0) - (0) = 40$$

$$6x_1 + 3x_2 + 2(0) - (0) = 50$$

Jadi $x_1 = 5,42$, $x_2 = 5,83$ dan $x_3 = 0$

CONTOH SOAL 2. DAN PENYELESAIAN

a. Maksimumkan : $Z = 15x_1 + 20x_2 + 24x_3$

Terikat pada : $3x_1 + 1x_2 + 3x_3 \leq 120$

$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 60$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Jawaban :

Minimumkan pada $c = 120z_1 + 60z_2$

Terikat pada: $3z_1 + z_2 \geq 15$

$$z_1 + 5z_2 \geq 20$$

$$3z_1 + 2z_2 \geq 24$$

$$z_1, z_2 \geq 0$$

b. Equivalen dual tersebut diselesaikan dengan grafik: $z_1 = 2$, $z_2 = 9$ dan $c = 780$

c. Dengan $c = 780$, $Z = 780$

d. I $3x_1 + x_2 + 3x_3 + s_1 = 120$

$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 + s_2 = 60$$

II. $3z_1 + z_2 - t_1 = 15$

$$z_1 + 5z_2 - t_2 = 20$$

$$3z_1 + 2z_2 - t_3 = 24$$

Lanjutan: JAWABAN CONTOH SOAL 2.

Dengan substitusi $z_1 = 2$ dan $z_2 = 9$ dalam II

$$3(2) + 9 - t_1 = 15 \quad t_1 = 0$$

$$2 + 5(9) - t_2 = 20 \quad t_2 = 27$$

$$3(2) + 2(9) - t_3 = 24 \quad t_3 = 0$$

Dengan $t_1 = t_3 = 0$, $x_1, x_3 \neq 0$. karena $t_2 \neq 0$, $x_2 = 0$

Selanjutnya:

$$3x_1 + 0 + 3x_3 + 0 = 120$$

$$x_1 + 5(0) + 2x_3 + 0 = 60$$

Jadi $x_1 = 20$, $x_2 = 0$ dan $x_3 = 20$

Semoga Sukses

