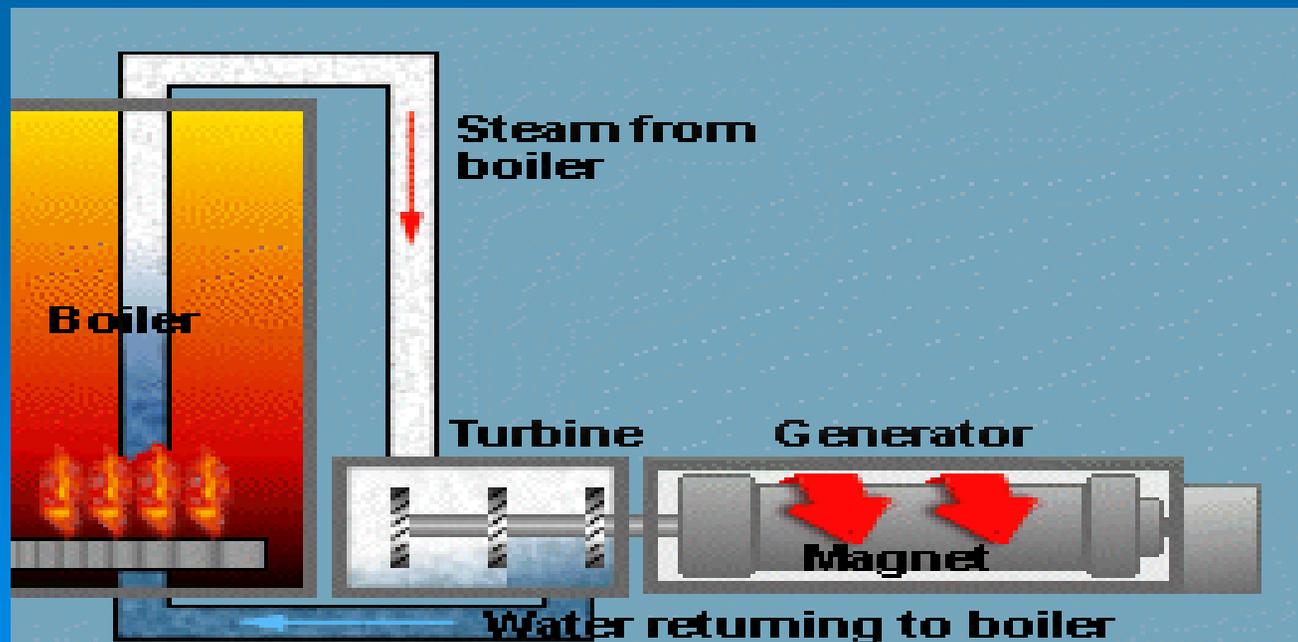


# OPTIMISASI

## Penjadualan Optimal Pembangkit

Oleh :  
**Zuriman Anthony, ST. MT**



# Optimasi pengiriman daya listrik

Dimaksudkan untuk memperkecil jumlah keseluruhan biaya operasi dengan memperhitungkan rugi-rugi daya nyata pada saluran

## BIAYA OPERASI PEMBANGKIT TERMAL

Setiap Pembangkit tidak ditempatkan dengan jarak yang sama dari pusat beban, tergantung lokasi pembangkit yang mungkin dibangun.

Oleh karena itu biaya bahan bakar setiap pembangkit akan berbeda.

# BIAYA OPERASI PEMBANGKIT THERMAL

Untuk menghemat biaya operasi dalam pengiriman daya nyata dari pusat pembangkit ke pusat beban, maka diperlukan strategi yang jitu untuk mengoptimalkan antara pemenuhan permintaan beban terhadap biaya operasi yang minimum.

Teknik optimasi ini disebut "optimal power flow (OPF)". OPF ini biasanya digunakan untuk mengoptimasi aliran daya dari sistem berskala besar.

Cara ini dilakukan dengan memperkecil fungsi-fungsi objektif yang dipilih sambil mempertahankan daya guna sistem yang dapat diterima dari batas kemampuan daya pada generator.

## Faktor-faktor yang mempengaruhi pengirimam daya nyata yang optimal pada pembangkit:

1. beroperasinya generator yang efisien,
2. biaya bahan bakar,
3. rugi-rugi daya pada saluran transmisi.

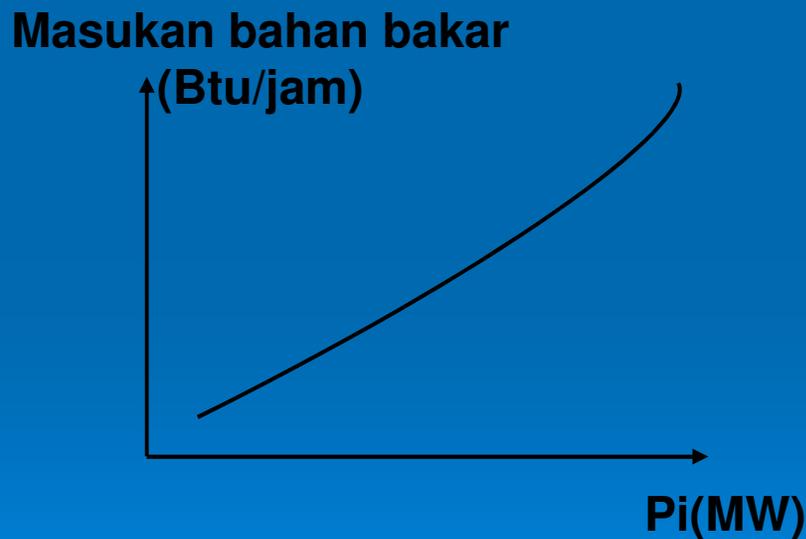
Banyak generator yang beroperasi secara efisien di dalam sistem tenaga, namun hal itu tidak menjamin bahwa biaya operasinya minimum. Hal ini disebabkan oleh biaya bahan bakar yang tinggi.

Jika stasiun pembangkit berada pada tempat yang jauh dari pusat beban maka rugi-rugi daya pada saluran transmisi dapat menjadi besar. Oleh sebab itu stasiun pembangkit tersebut menjadi sangat tidak ekonomis.

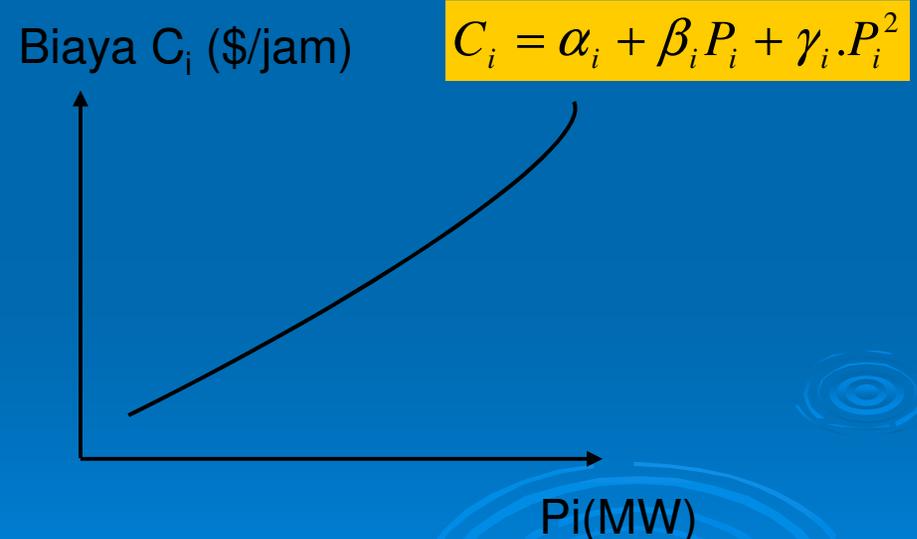
# Kurva Karakteristik Sebuah Pembangkit Thermal

Masukan pada stasiun termal umumnya diukur dalam Btu/jam dan keluarannya dalam MW.

Pers. biaya bahan bakar:  $C_i = \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i \cdot P_i^2 \dots\dots\dots(1)$

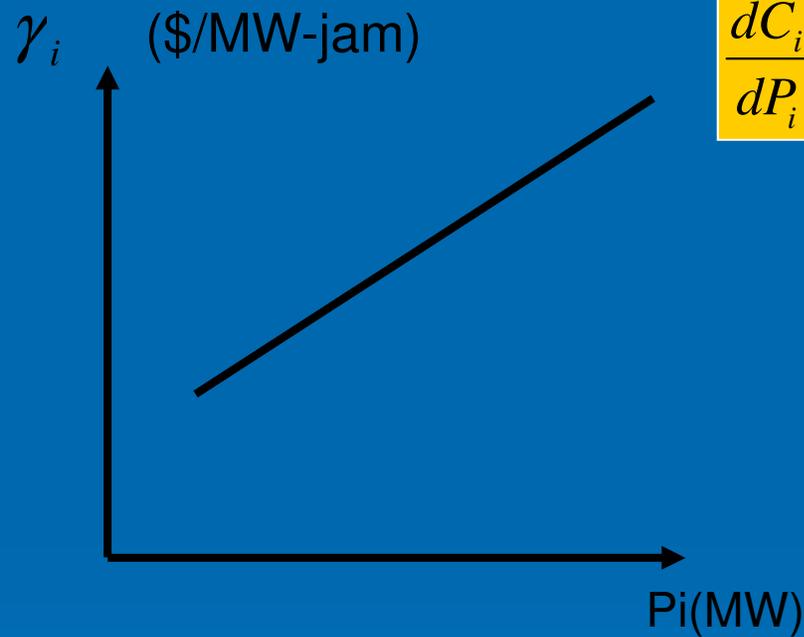


a) Kurva laju panas\_



b) Kurva biaya bahan bakar (Btu/jam terhadap MW)\_

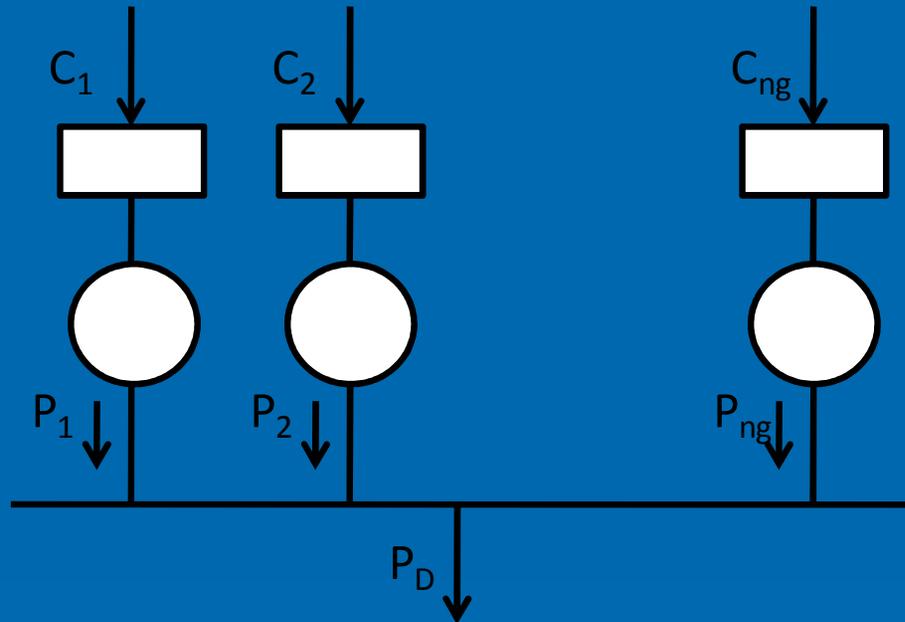
# Kurva Karakteristik Sebuah Pembangkit Thermal



- c) Tipikal kurva **biaya tambahan bahan bakar**  
(Turunan biaya bahan bakar terhadap daya nyata)\_

$$\frac{dC_i}{dP_i} = \beta_i + 2 \cdot \gamma_i P_i \dots \dots \dots (2)$$

## Pengiriman Daya Optimal dengan Mengabaikan Rugi-rugi Daya dan Batas-batas Generator



d) Sebuah bus yang menghubungkan 'ng' jumlah generator dan sebuah beban

Ketika rugi-rugi daya pada saluran transmisi diabaikan, dan jumlah permintaan beban  $P_D$  sama dengan jumlah daya dari semua pembangkit, maka:

$$C_t = \sum_{i=1}^{ng} C_i = \sum_{i=1}^n \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \dots\dots\dots(3)$$

$$\sum_{i=1}^{ng} P_i = P_D \dots\dots\dots(4)$$

$C_t$  = total biaya produksi (atau biaya bahan bakar)

$C_i$  = biaya produksi dan pembangkit ke-i

$P_i$  = daya nyata dari pembangkitan ke-i

$P_D$  = total daya nyata pada permintaan beban

ng = total jumlah stasiun pembangkit

Sebuah tipikal pendekatan untuk menambah batasan ke dalam fungsi objektif dengan menggunakan bilangan pengali Langrange dapat dibuatkan seperti berikut

$$L = C_i + \lambda \left( P_D - \sum_{i=1}^{ng} P_i \right) \dots \dots \dots (5)$$

Turunankan fungsi 'L' terhadap variabel yang ada = 0

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

Sehingga:  $\frac{\partial C_i}{\partial P_i} + \lambda(0 - 1) = 0$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \dots \dots \dots (7)$$

Karena:

$C_i = C_1 + C_2 + \dots + C_{ng}$ , sehingga dari:  $\frac{\partial C_i}{\partial P_i} + \lambda(0 - 1) = 0$

Maka diperoleh hasil:  $\frac{\partial C_i}{\partial P_i} = \frac{dC_i}{dP_i} = \lambda$

Jadi, biaya produksi ( $C_i$ ) dari pembangkit ke- $i$  yang optimum adalah:

$$\frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \dots \dots \dots (8)$$

Dan dari pers (2) diperoleh:

$$\beta_i + 2\gamma_i P = \lambda \dots \dots \dots (9)$$

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \dots \dots \dots (10)$$

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \dots\dots\dots(10)$$



Dari persamaan (4)

$$\sum_{i=1}^{ng} P_i = P_D \dots\dots\dots(4)$$

Maka:

$$\sum_{i=1}^{ng} \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} = P_D \dots\dots\dots(11)$$

$$\lambda = \frac{P_D + \sum_{i=1}^{ng} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{2\gamma_i}} \dots\dots\dots(12)$$

Bila rugi-rugi daya diperhitungkan, maka harus diselesaikan secara iterasi (juga bisa digunakan untuk perhitungan dengan rugi-rugi daya diabaikan)

Dalam sebuah teknik penyelesaian secara iterasi, harga  $\lambda$  didapat dari sebuah perhitungan dengan harga estimasi awal yang telah ditentukan terlebih dahulu, kemudian diselesaikan hingga nilai  $\Delta P_i$  (daya nyata tambahan) sampai dalam sebuah ketelitian yang akurat.

Penyelesaian secara cepat dapat dilakukan dengan menggunakan metode gradien yang mana dari persamaan

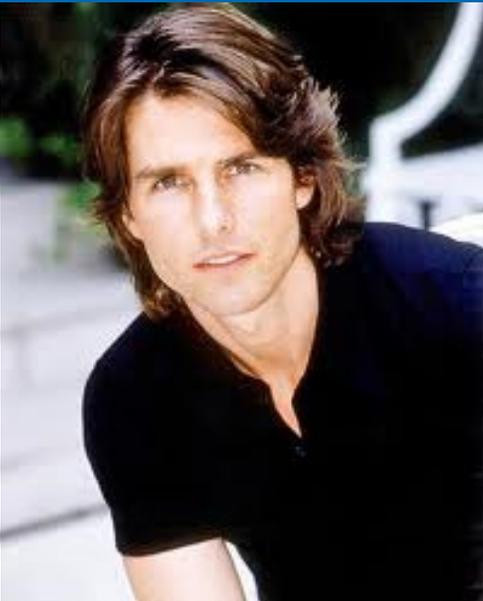
(11): 
$$\sum_{i=1}^{ng} \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} = P_D \dots \dots \dots (11)$$

dapat ditulis ulang sebagai berikut.

$$f(\lambda) = P_D \dots \dots \dots (13)$$

Bila pers (13) ditulis dalam **deret Taylor** pada sebuah titik operasi  $\lambda^{(k)}$ , dan dengan mengabaikan bentuk orde paling tinggi maka diperoleh:

$$f(\lambda)^{(k)} + \left( \frac{df(\lambda)}{d\lambda} \right)^{(k)} \Delta\lambda^{(k)} = P_D \dots \dots \dots (14)$$



Atau: 
$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\left( \frac{df(\lambda)}{d\lambda} \right)^{(k)}} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum \left( \frac{dP_i}{d\lambda} \right)^{(k)}} \dots \dots \dots (15)$$

Atau: 
$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum \frac{1}{2\gamma_i}} \dots \dots \dots (16)$$

Sehingga: 
$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \dots \dots \dots (17)$$

$$\Delta P^{(k)} = P_D - \sum_{i+1}^{ng} P_i^{(k)} \dots \dots \dots (18)$$

## Contoh Soal



### **Contoh soal 1:**

Fungsi biaya bahan bakar untuk tiga stasiun pembangkit thermal dalam satuan \$/jam yang diberikan:

$$C_1 = 500 + 5,3 P_1 + 0,004P_1^2$$

$$C_2 = 400 + 5,5 P_2 + 0,006P_2^2$$

$$C_3 = 200 + 5,8 P_3 + 0,009P_3^2$$

Dengan  $P_1$ ,  $P_2$  dan  $P_3$  dalam satuan MW.

Beban total  $P_D$  adalah 800 MW.



Dengan mengabaikan rugi-rugi daya pada saluran, **tentukan 1)** daya optimal yang dikirim dari masing-masing stasiun pembangkit dan **2) biaya total bahan bakar** dalam satuan \$/jam dengan metode:

1. menggunakan persamaan (12)
2. menggunakan persamaan (8)
3. teknik iterasi

## Penyelesaian:

(a) Dari persamaan (12),

maka diperoleh:

$$\lambda = \frac{P_D + \sum_{i=1}^{ng} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{2\gamma_i}} \dots\dots\dots(12)$$

$$\lambda = \frac{800 + \frac{5,3}{0,008} + \frac{5,5}{0,012} + \frac{5,8}{0,018}}{\frac{1}{0,008} + \frac{1}{0,012} + \frac{1}{0,018}} = \frac{800 + 144,0555}{263,8889} = 8,5 \dots \$ / MW - jam$$

Masukan nilai di atas ke persamaan (10) sehingga didapat :

### 1) hasil pengiriman daya optimal:

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \dots\dots\dots(10)$$

$$P_2 = \frac{8,5 - 5,5}{2(0,006)} = 250 MW$$

$$P_1 = \frac{8,5 - 5,3}{2(0,004)} = 400 MW$$

$$P_3 = \frac{8,5 - 5,8}{2(0,009)} = 150 MW$$

**2) Biaya total bahan bakar** didapat dari persamaan (3) seperti berikut.

$$C_t = \sum_{i=1}^{ng} C_i = \sum_{i=1}^n \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \dots\dots\dots(3)$$

$$\begin{aligned} C_t &= C_1 + C_2 + C_3 \\ &= [500 + 5,3(400) + 0,004(400)^2] + [400 + 5,5(250) \\ &\quad + 0,006(250)^2] + [200 + 5,8(150) + 0,009(150)^2] \\ &= 6.682,5 \text{ \$/jam} \end{aligned}$$

(b) Harga  $\lambda = 8,5 \text{ \$/MW - jam}$ . Bila dimasukkan ke dalam persamaan (8), lihat juga pers (9):

$$\beta_i + 2\gamma_i P = \lambda \dots\dots\dots(9)$$

$$\frac{dC_1}{dP_1} = 5,3 + 0,008P_1 = 8,5$$

$$\frac{dC_2}{dP_2} = 5,5 + 0,012P_2 = 8,5$$

$$\frac{dC_3}{dP_3} = 5,8 + 0,018P_3 = 8,5$$

Sehingga diperoleh:

$$P_1 = 400 \text{ MW}$$

$$P_2 = 250 \text{ MW}$$

$$P_3 = 150 \text{ MW}$$

(c) Misalkan  $\lambda^{(1)} = 6,0$  \$/MW-jam (asumsi untuk iterasi awal)  
Maka dari persamaan (10) didapatkan:

$$P_1^{(1)} = \frac{6,0 - 5,3}{2(0,004)} = 87,50 \text{ MW}$$

$$P_2^{(1)} = \frac{6,0 - 5,5}{2(0,006)} = 41,6667 \text{ MW}$$

$$P_3^{(1)} = \frac{6,0 - 5,8}{2(0,009)} = 11,1111 \text{ MW}$$

Dengan  $P_D = 800$  MW, maka dari persamaan (18)

$$\Delta P^{(k)} = P_D - \sum_{i=1}^{ng} P_i^{(k)} \dots\dots\dots(18)$$

didapatkan hasil:

$$\Delta P^{(1)} = 800 - (87,5 + 41,6667 + 11,1111) = 659,7222 \text{ MW}$$

Selanjutnya, dari persamaan (16):

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum \frac{1}{2\gamma_i}} \dots\dots\dots(16)$$

didapatkan hasil:

$$\Delta\lambda^{(1)} = \frac{659,7222}{\frac{1}{2(0,004)} + \frac{1}{2(0,006)} + \frac{1}{2(0,009)}} = \frac{659,7222}{263,8889} = 2,5\dots\$/MW - jam$$

Selanjutnya, nilai lambda baru untuk iterasi ke 2 adalah:

$$\lambda^{(2)} = 6 + 2,5 = 8,5\dots\$/MW - jam$$

Proses selanjutnya, untuk **iterasi kedua** ditentukan dengan

$$P_1^{(2)} = \frac{8,5 - 5,3}{2(0,004)} = 400MW$$

$$P_2^{(2)} = \frac{8,5 - 5,5}{2(0,006)} = 250MW$$

Dan diperoleh:

$$P_3^{(2)} = \frac{8,5 - 5,8}{2(0,009)} = 150MW$$

$$\Delta P^{(2)} = 800 - (400 + 250 + 150) = 0:$$

Jadi, dari hasil di atas dapat disimpulkan bahwa:

daya optimal yang dikirim dari masing-masing stasiun

pembangkit dan biaya tambahan bahan bakar  $\lambda$  adalah:

$$P_1 = 400 \text{ MW}$$

$$P_2 = 250 \text{ MW}$$

$$P_3 = 150 \text{ MW}$$

$$\lambda = 8,5... \$ / MW - jam$$

**$C_t = 6.682,5 \text{ \$/jam}$  (biaya total bahan bakar)  
(dari hasil perhitungan sebelumnya)**

KUIS



## **Kuis 1:**

Fungsi biaya bahan bakar untuk tiga stasiun pembangkit thermal dalam satuan \$/jam yang diberikan:

$$C_1 = B \times 100 + 5,3 P_1 + 0,00BP_1^2$$

$$C_2 = 400 + 5,5 P_2 + 0,006P_2^2$$

$$C_3 = 200 + B,8 P_3 + 0,009P_3^2$$

Dengan  $P_1$ ,  $P_2$  dan  $P_3$  dalam satuan MW.

Beban total  $P_D$  adalah 1100 MW.

Dengan mengabaikan rugi-rugi daya pada saluran, **tentukan 1)** daya optimal yang dikirim dari masing-masing stasiun pembangkit dan **2) biaya total bahan bakar** dalam satuan \$/jam dengan metode:

1. menggunakan persamaan (12)
2. menggunakan persamaan (8)
3. teknik iterasi

## **Kuis 2:**

Fungsi biaya bahan bakar untuk tiga stasiun pembangkit thermal dalam satuan \$/jam yang diberikan:

$$C_1 = 400 + 4,3 P_1 + 0,006P_1^2$$

$$C_2 = B \times 50 + 5,5 P_2 + 0,006P_2^2$$

$$C_3 = 200 + B,8 P_3 + 0,004P_3^2$$

Dengan  $P_1$ ,  $P_2$  dan  $P_3$  dalam satuan MW.

Beban total  $P_D$  adalah (1000) MW.

Dengan mengabaikan rugi-rugi daya pada saluran, **tentukan 1)** daya optimal yang dikirim dari masing-masing stasiun pembangkit dan **2) biaya total bahan bakar** dalam satuan \$/jam dengan metode:

1. menggunakan persamaan (12)
2. menggunakan persamaan (8)
3. teknik iterasi

**SEMOGA  
BERHASIL:**



## Optimasi Operasi Sistem Hidrotermal dengan Memperhitungkan Batas-batas Generator

Keluaran daya dari generator seharusnya tidak melebihi keperluan operasi stabilitas sistem sehingga daya dari generator tersebut terbatas pada batas minimum dan maksimum yang diberikan.

$$P_{i(\min)} \leq P_i \leq P_{i(\max)} \dots\dots\dots(19)$$

Syarat Kuhn-Tucker melengkapi syarat Lagrange untuk mengikuti ketentuan ketidaksamaan.

$$\frac{dC_i}{dP_i} = \lambda, \dots \text{untuk} \dots P_{i(\min)} \leq P_i \leq P_{i(\max)} \dots\dots\dots(20)$$

$$\frac{dC_i}{dP_i} \leq \lambda, \dots \text{untuk} \dots P_i = P_{i(\max)} \dots\dots\dots(21)$$

$$\frac{dC_i}{dP_i} \geq \lambda, \dots \text{untuk} \dots P_i = P_{i(\min)} \dots\dots\dots(22)$$

## Contoh 2:

Fungsi biaya bahan bakar untuk tiga stasiun pembangkit thermal dalam satuan \$/jam yang diberikan:

$$C_1 = 500 + 5,3 P_1 + 0,004P_1^2$$

$$C_2 = 400 + 5,5 P_2 + 0,006P_2^2$$

$$C_3 = 200 + 5,8 P_3 + 0,009P_3^2$$

Dengan  $P_1$ ,  $P_2$  dan  $P_3$  dalam satuan MW.

Beban total  $P_D$  adalah 975 MW.

Tentukan daya optimal yang dikirim dari stasiun pembangkit dan biaya total bahan bakar untuk ketiga pembangkit thermal tersebut dalam satuan \$/jam dengan batasan keluaran daya dari ketiga generator diberikan sebagai berikut.

$$200 \leq P_1 \leq 450$$

$$150 \leq P_2 \leq 350$$

$$100 \leq P_3 \leq 225$$

## Penyelesaian:

Misalkan  $\lambda^{(1)} = 6,0$  \$/MW-jam (asumsi untuk iterasi awal)  
Maka dari persamaan (10) didapatkan:

$$P_1^{(1)} = \frac{6,0 - 5,3}{2(0,004)} = 87,50 \text{ MW}$$

$$P_2^{(1)} = \frac{6,0 - 5,5}{2(0,006)} = 41,6667 \text{ MW}$$

$$P_3^{(1)} = \frac{6,0 - 5,8}{2(0,009)} = 11,1111 \text{ MW}$$

Dengan  $P_D = 975$  MW, maka dari persamaan (18)

$$\Delta P^{(k)} = P_D - \sum_{i=1}^{ng} P_i^{(k)} \dots\dots\dots(18)$$

didapatkan hasil:

$$\Delta P^{(1)} = 975 - (87,5 + 41,6667 + 11,1111) = 834,7222 \text{ MW}$$

Selanjutnya, dari persamaan (16):

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum \frac{1}{2\gamma_i}} \dots\dots\dots(16)$$

didapatkan hasil:

$$\Delta\lambda^{(1)} = \frac{834,7222}{\frac{1}{2(0,004)} + \frac{1}{2(0,006)} + \frac{1}{2(0,009)}} = \frac{834,7222}{263,8889} = 3,1632\dots\$/MW - jam$$

Selanjutnya, nilai lambda baru untuk iterasi ke 2 adalah:

$$\lambda^{(2)} = 6 + 3,1632 = 9,1632\dots\$/MW - jam$$

Proses selanjutnya, untuk **iterasi kedua** ditentukan dengan

$$P_1^{(2)} = \frac{9,1632 - 5,3}{2(0,004)} = 482,8947 \text{ MW}$$

$$P_3^{(2)} = \frac{9,1632 - 5,8}{2(0,009)} = 186,8421 \text{ MW}$$

$$P_2^{(2)} = \frac{89,1632 - 5,5}{2(0,006)} = 305,2632 \text{ MW}$$

Dan diperoleh:

$$\Delta P^{(2)} = 975 - (482,8972 + 305,2632 + 186,8421) = 0$$

$\Delta P^{(2)} = 0$  dicapai dalam dua iterasi, tetapi nilai  $P_1 = 482,8972 \text{ MW}$  telah melewati batas atasnya yang seharusnya  $450 \text{ MW}$

$\Delta P^{(2)} = 0$  dicapai dalam dua iterasi, tetapi nilai  $P_1 = 482,8972$  MW telah melewati batas atasnya yang seharusnya 450 MW

Oleh karena itu, maka harga  $\Delta P^{(2)}$  yang baru harus dicari ulang sebagai berikut.

$\Delta P^{(2)} = 975 - (450 + 305,2632 + 186,8421) = 32,8947$  MW  
Kemudian dari persamaan (16) diperoleh:

$$\Delta \lambda^{(2)} = \frac{32,8947}{\frac{1}{2(0,006)} + \frac{1}{2(0,009)}} = \frac{32,8947}{138,8889} = 0,2368... \$ / MW - jam$$

Kemudian diperoleh nilai lambda baru untuk iterasi ketiga:

$$\lambda^{(3)} = 9,1632 + 0,2368 = 9,4... \$ / MW - jam$$

Proses selanjutnya, untuk **iterasi ketiga** diperoleh hasil:

$$P_1^{(3)} = 450MW$$

$$P_2^{(3)} = \frac{9,4 - 5,5}{2(0,006)} = 325MW$$

$$P_3^{(3)} = \frac{9,4 - 5,8}{2(0,009)} = 200MW$$

Dan diperoleh:

$$\Delta P^{(3)} = 975 - (450 + 325 + 200) = 0:$$

Jadi, dari hasil perhitungan yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa:

**daya optimal yang dikirim dari masing-masing stasiun**

pembangkit dan **biaya tambahan bahan bakar**  $\lambda$  adalah:

$$P_1 = 450 \text{ MW}$$

$$P_2 = 325 \text{ MW}$$

$$P_3 = 200 \text{ MW}$$

$$\lambda = 9,4 \dots \$ / \text{MW} - \text{jam}$$

**Biaya total bahan bakar** selanjutnya didapat dari persamaan (3) sebagai berikut

$$\begin{aligned} C_t &= C_1 + C_2 + C_3 \\ &= [500 + 5,3(450) + 0,004(450)^2] + [400 + 5,5(325) \\ &\quad + 0,006(325)^2] + [200 + 5,8(200) + 0,009(200)^2] \\ &= 8236,25 \text{ \$/jam} \end{aligned}$$

**KUIS**



### Kuis 3:

Fungsi biaya bahan bakar untuk tiga stasiun pembangkit thermal dalam satuan \$/jam yang diberikan:

$$C_1 = 600 + 5,3 P_1 + 0,005P_1^2$$

$$C_2 = 400 + 5,5 P_2 + 0,007P_2^2$$

$$C_3 = 300 + 5,8 P_3 + 0,008P_3^2$$

Dengan  $P_1$ ,  $P_2$  dan  $P_3$  dalam satuan MW.

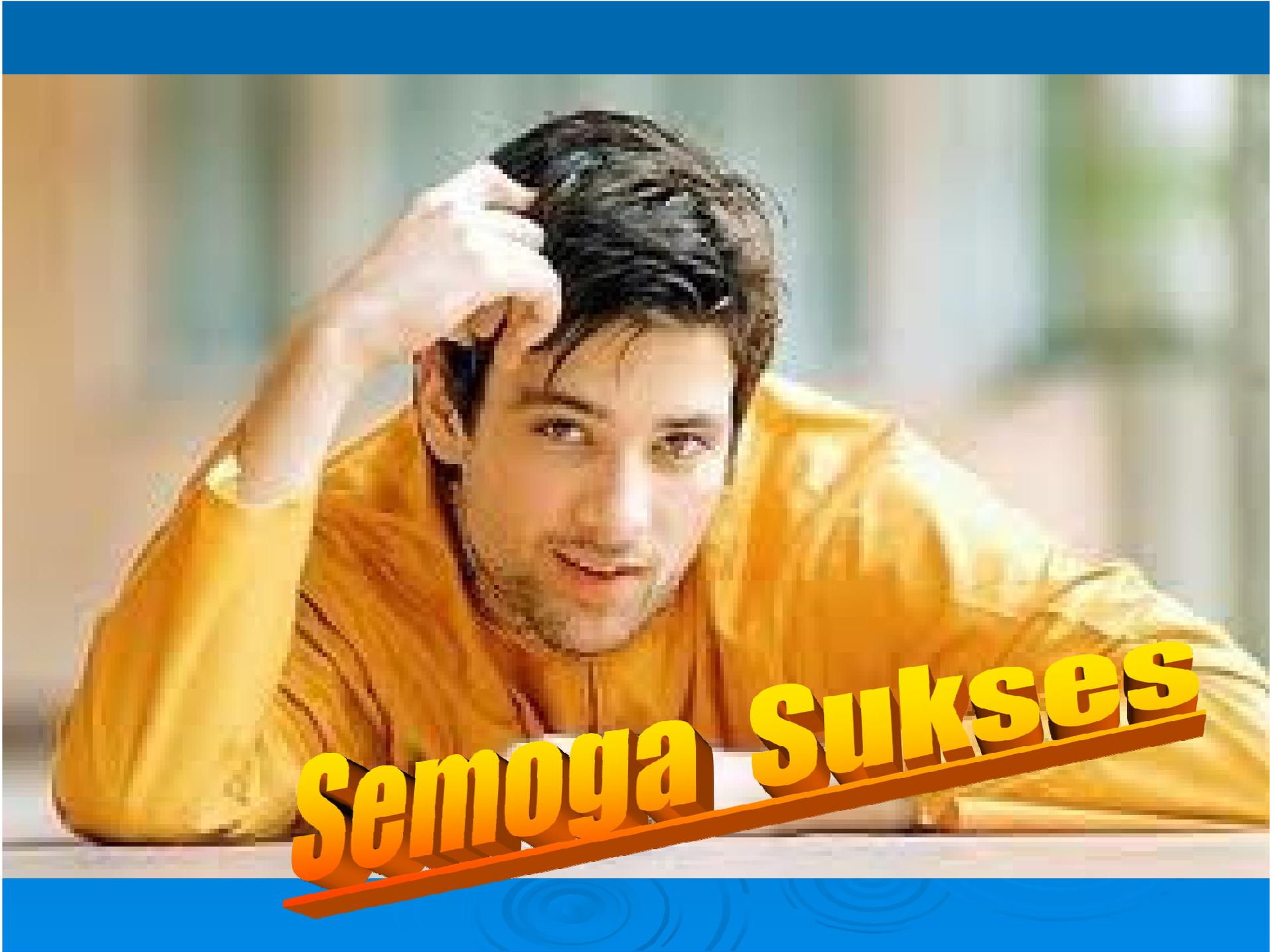
Beban total  $P_D$  adalah 1000 MW.

Tentukan daya optimal yang dikirim dari stasiun pembangkit dan biaya total bahan bakar untuk ketiga pembangkit thermal tersebut dalam satuan \$/jam dengan batasan keluaran daya dari ketiga generator diberikan sebagai berikut.

$$200 \leq P_1 \leq 450$$

$$150 \leq P_2 \leq 350$$

$$100 \leq P_3 \leq 225$$



**Semoga Sukses**