TEKNIK OPTIMASI

- **Oleh :**
- **Zuriman Anthony, ST., MT**

Pendahuluan

Teknik optimasi ini dapat dibagi dalam **<u>3 bentuk garis besar</u>** yaitu:

- Teknik pemograman matematika
- Teknik proses Stokastik
- Metode Statistik

Pendahuluan

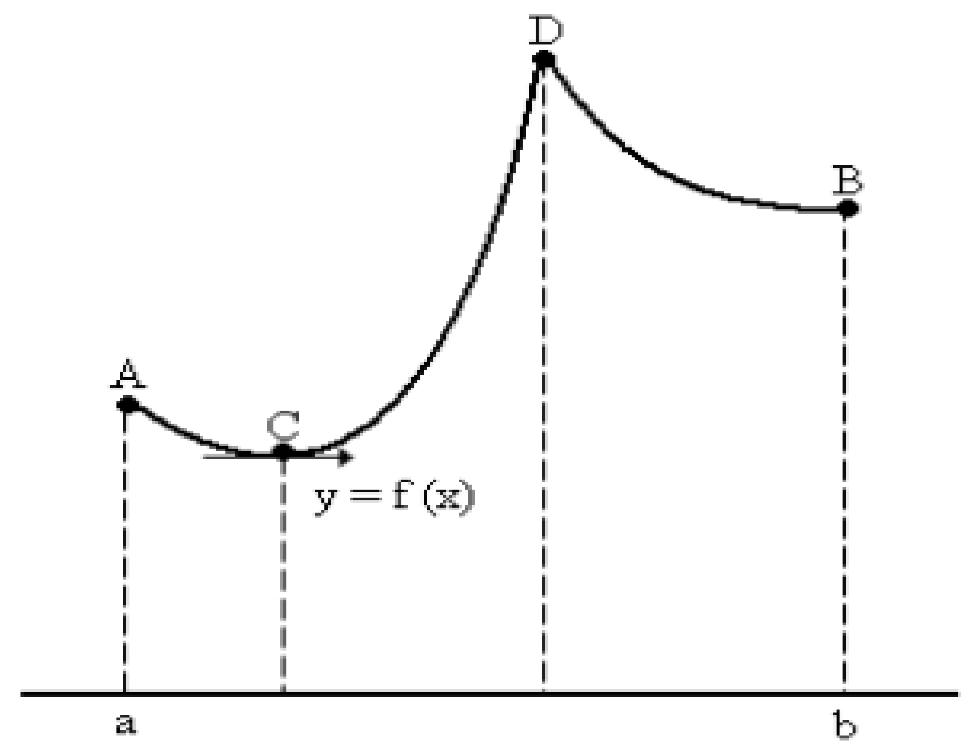
Dasar dalam pembahasan penyelesaian analisis persoalan optimasi ini adalah menggunakan Teknik pemograman matematika (Model matematika) untuk menyelesaikan suatu masalah/persoalan

Pendahuluan

Setiap mencari nilai maksimum atau minimum dari suatu persamaan dapat ditentukan dengan <u>menggunakan FUNGSI TURUNAN dari persamaan tersebut</u>

<u>Untuk jenis ekstrim di titik C, bila $x = x_0$, di penuhi $f'(x_0) = 0$, maka bila :</u>

- <u>$f''(x_0) > 0$ maka f(x) mencapai minimum di $x = x_0$</u>
- <u>$f''(x_0) < 0$ maka f(x) mencapai maksimum di $x = x_0$</u>
- <u>$f''(x_0) = 0$ maka f(x) belum menentu di $x = x_0$</u>



Gambar 1.1 Fungsi satu peubah f(x)

BENTUK-BENTUK FUNGSI

1. Fungsi Tanpa Kendala
2. Fungsi Berkendala

1. Optimasi Tanpa Kendala

Bentuk umum → f(x)

f(x) adalah fungsi skalar yang didefinisikan pada ruang vektor $\underline{x} \in Rn$

Penyelesaian dari persoalan diatas dapat dicari dengan cara menggunakan Determinan Hessian Bertepi (Burder Hessian) dengan hasil::

H > 0 (Maks)

H = 0 (Tdk)

H < 0 (Min)

Artinya adalah: bila H(x*) adalah positif definitif maka x* yang memenuhi syarat $\nabla f(x^*) = 0$ adalah di titik maksimum, dan bila H(x*) adalah negatif definitif, maka titik ini minimum

PENGERTIAN FUNGSI TAK BERKENDALA

Contoh : Fungsi Keuntungan :

$$\pi = f(Q_1, Q_2)$$

π = Keuntungan

Q1 = Output Q1

Q2 = Output Q2

$$\pi = 12Q_1 + 18Q_2 - 2Q_1^{\,2} - Q_1.Q_2 - 2Q_2^{\,2}$$

Dari fungsi ini :

- *Variabel Q_1 dan Q_2 independen (tidak saling tergantung)*
- *Besaran Q_1 dan Q_2 tidak ada pembatas*
- *Titik optimum fungsi adalah titik ”Optimum Bebas”*

$$\pi = 12Q_1 + 18Q_2 - 2Q_1{}^2 - Q_1.Q_2 - 2Q_2{}^2$$

Titik optimum bebasnya dicapai diwaktu π' = 0

$$\frac{\partial \pi}{\partial \mathrm{Q}_1} = 0 \rightarrow 12 - 4Q_1 - Q_2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_2} = 0 \rightarrow 18 - Q_1 - 4Q_2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

Substitusi (1) & (2), didapat :

$$Q_1^* = 2$$
$$Q_2^* = 4$$

$$\pi^* = f(Q_1^*, Q_2^*)$$

$$[Q1^*, Q2^*, \pi^*] \rightarrow OptimumBebas$$

2. Optimasi Berkendala

Bentuk umum :

Min atau Mak f(x)

st $h_i(x) = 0$; $i = 1, 2, 3, \ldots, n$

[st : subject to (dengan syarat) → kendala]

Contoh :

$$Min\ \ 3x_1^{\ 2} + 2x_2^{\ 2} + 4x_1x_2 - 6x_1 - 8x_2 + 6$$

$$s.t\ \ x_1 + x_2 = 1$$

PENGERTIAN FUNGSI BERKENDALA

Fungsi Berkendala:

$$\pi = f(Q_1, Q_2)$$ ..... Fungsi Tujuan

$Q_1 + Q_2 = 950$ …..Pers. pembatas

Perusahaan memproduksi 2 macam produksi (Q_1&Q_2) dengan tujuan memaksimumkan keuntungan;

Masalah yang dihadapi adalah "terbatasnya modal" sehingga jumlah produksi dibatasi (kuota produksi) 950 satuan.

Jika jumlah produksi dibatasi (kuota produksi = 950 satuan), berapa jumlah Q1 dan Q2 untuk mencapai π maksimum. π mencapai Maksimum disebut 'Titik Optimum Terkendala" atau "Maksimum Terkendala" π

Cara menentukan titik optimum terkendala :

1. Cara substitusi (eliminasi)
2. Pendekatan diferensial total
3. Metode pengali Lagrange (Lagrange Multipliers)

PENGERTIAN DAN EFEK DARI SUATU KENDALA (PEMBATAS)

Dalam usaha mencapai suatu **tujuannya**, perusahaan /produsen atau konsumen selalu menghadapi **kendala** atau pembatas.

Contoh (1):

Untuk mencapai keuntungan maksimum sebagai Fungsi Tujuan:

$$\pi = f(Q_1, Q_2)$$

Menghadapi kendala terbatasnya kapasitas produksi (kuota produksi) $Q_1+Q_2 = 950$

Contoh (2):

Untuk memaksimum produksi (Isoquant sebagai Fungsi Tujuan) :

$$\overline{Q} = f(X_1, X_2)$$

Menghadapi kendala terbatasnya biaya (Iso-cost sebagai persamaan pembatas) :

$$\overline{P}_{X1}.X_1 + \overline{P}_{X2}.X_2 = \overline{M}$$

Contoh (3)

Untuk mencapai kepuasan maksimum (Fungsi Utilitas Sebagai Fungsi Tujuan):

$$\overline{U} = f(Q_1, Q_2)$$

Menghadapi kendala terbatasnya anggaran (Budget-Line sebagai persamaan pembatas);

$$\overline{P}_{Q1}.Q_1 + \overline{P}_{Q2}.Q_2 = \overline{M}$$

Dengan adanya kendala-kendala tersebut, maka :

(1). Variabel bebas (Q_1 dan Q_2) saling tergantung $Q_1\uparrow$ maka $Q_2\downarrow$ dan sebaliknya;

(2) Titik optimum fungsi disebut "Titik Optimum Terkendala"

Semoga Sukses