

LENTURAN



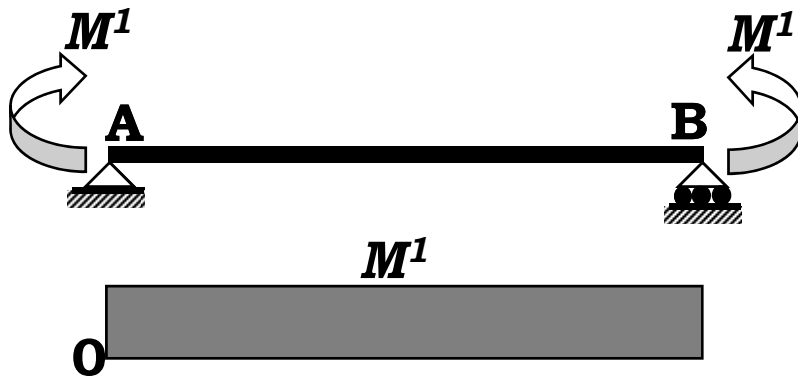
Balok kantilever AB tanpa dibebani



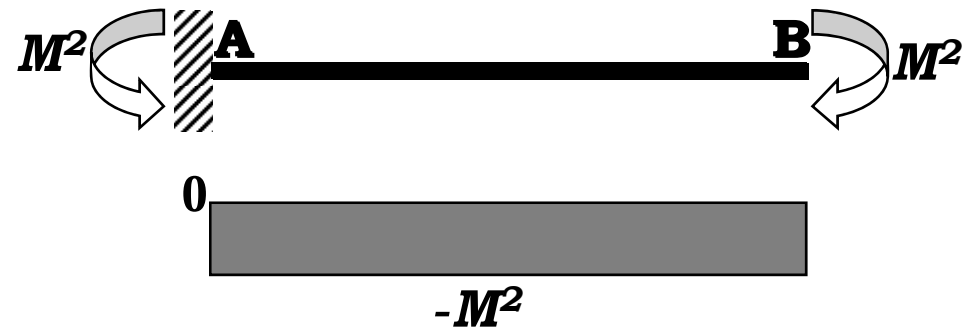
Balok kantilever AB memikul beban P di ujung bebas. Sumbu yang semula lurus akan melentur membentuk lengkungan yang besarnya tergantung pada besar beban yang bekerja

Pembebanan yang bekerja pada balok menyebabkan balok melentur, sehingga sumbunya terdeformasi membentuk lengkungan yang disebut kurva defleksi (lendutan) balok

LENTUR MURNI



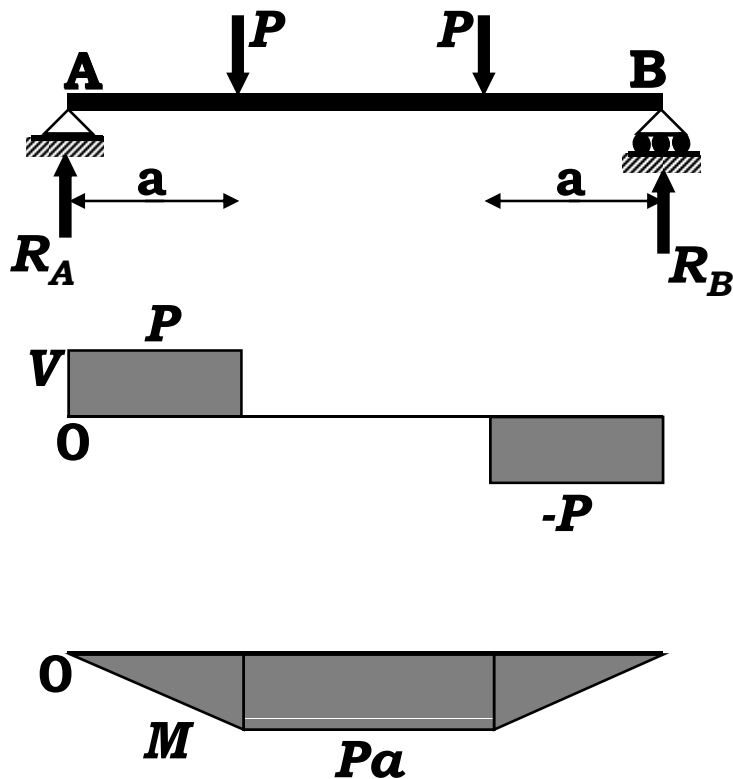
**Lentur Murni
Balok Sederhana**



**Lentur Murni
Balok Kantilever**

Lentur murni pada balok terjadi akibat momen lentur konstan

LENTUR TAK SERAGAM

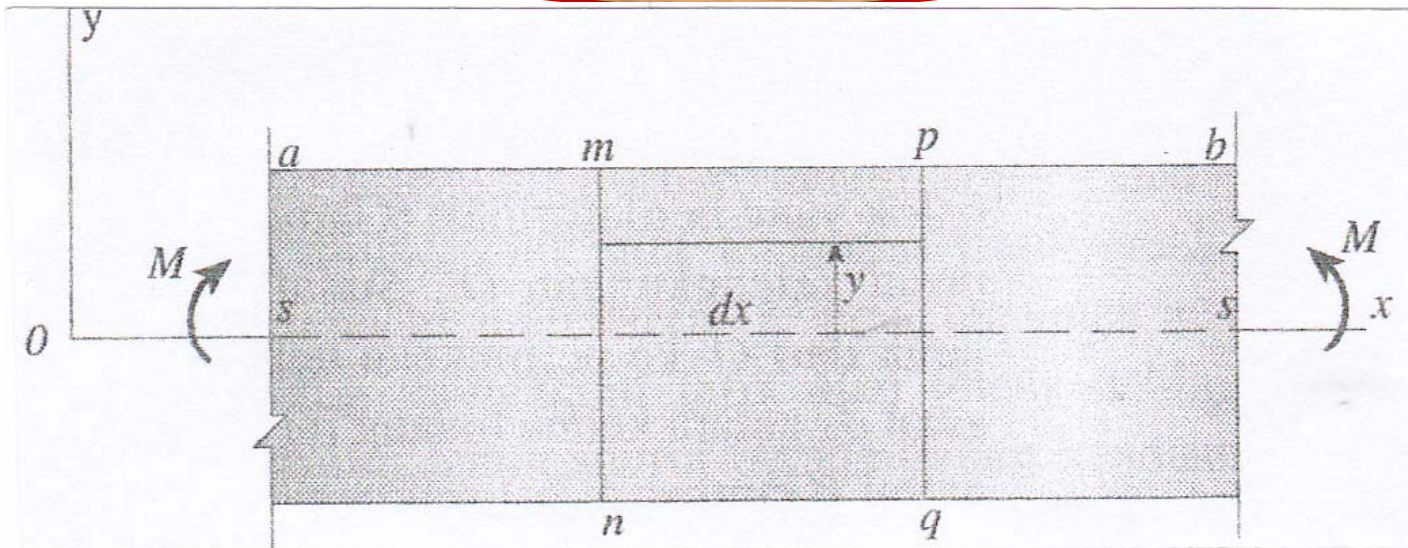


Balok sederhana AB
dibebani beban P , dan
reaksi perletakan

Gaya geser di
sepanjang balok AB

Momen lentur berubah
sepanjang sumbu balok

LENTURAN PADA BALOK



Pada suatu balok yang dibebani, kemungkinan balok akan melengkung akibat gaya momen yang bekerja.

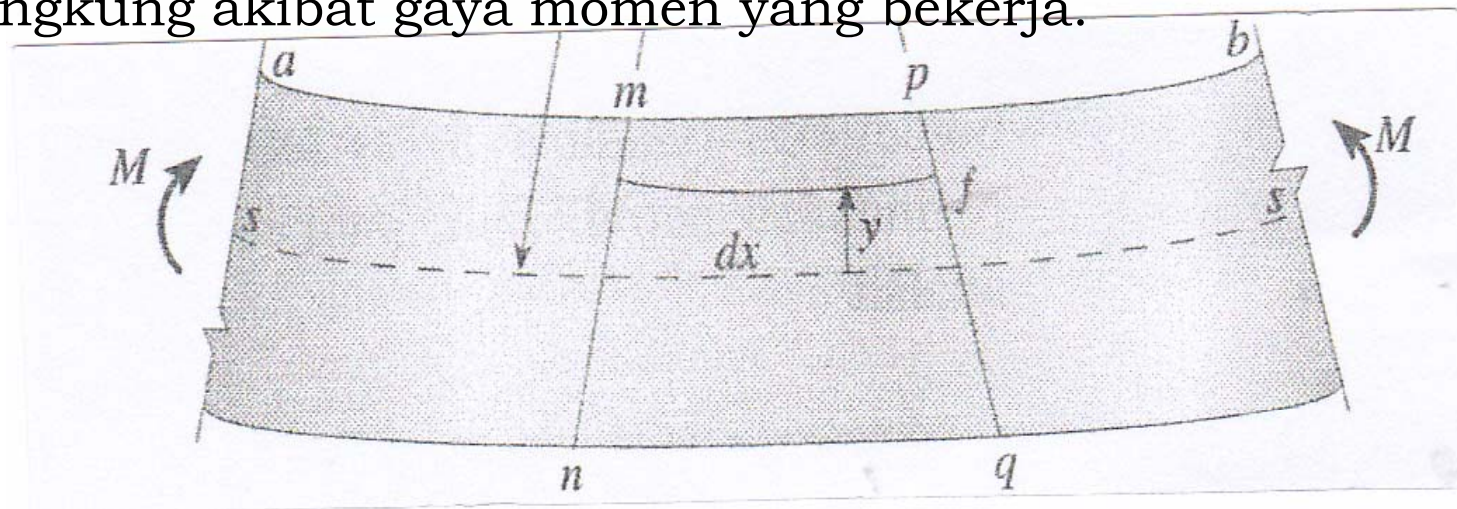
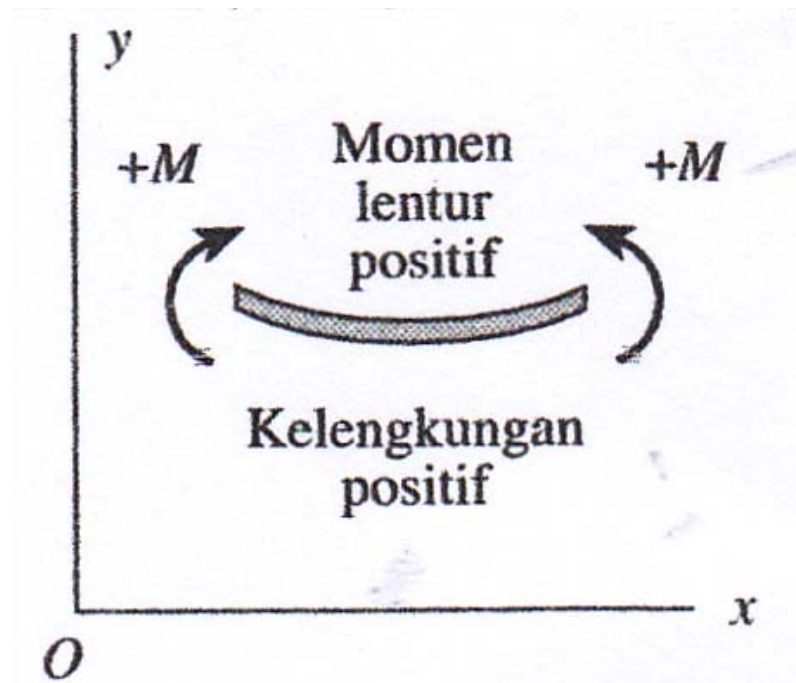


DIAGRAM TEGANGAN LENTUR



Momen positif

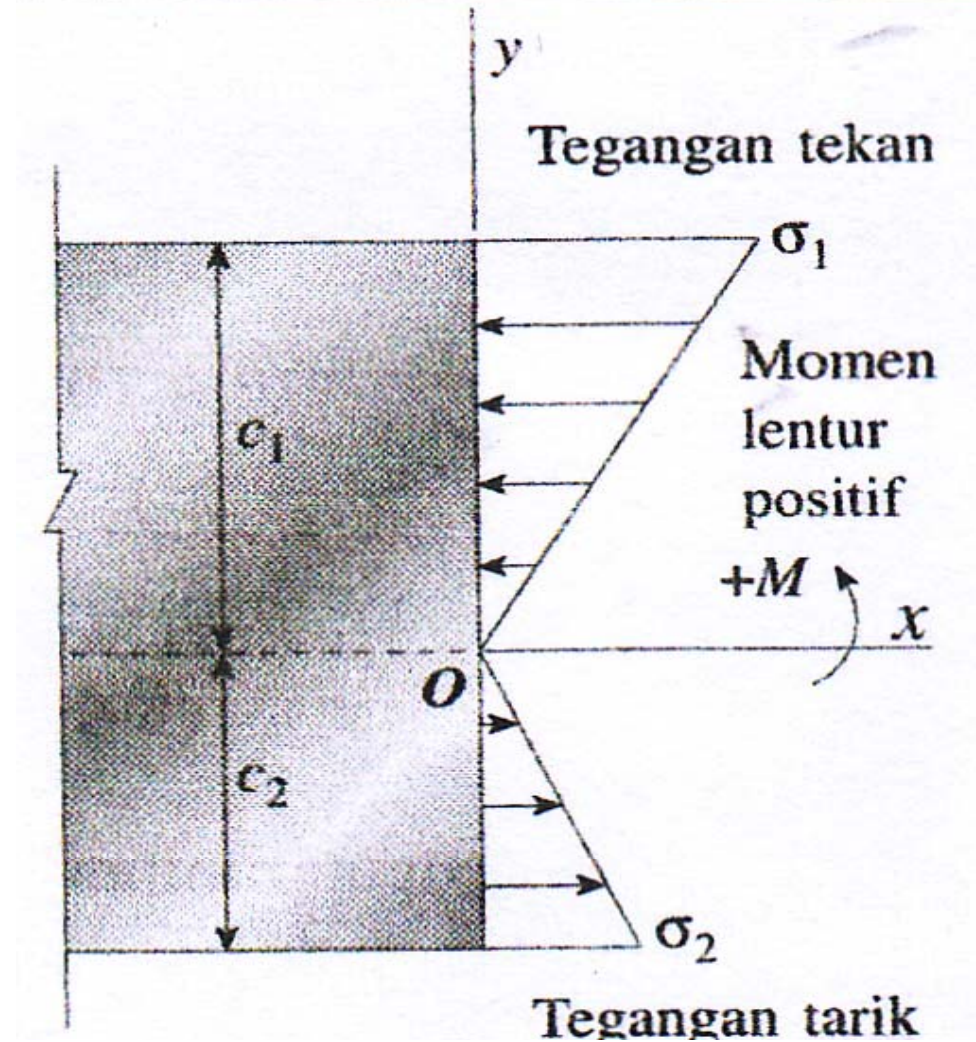


Diagram tegangan lentur

DIAGRAM TEGANGAN LENTUR

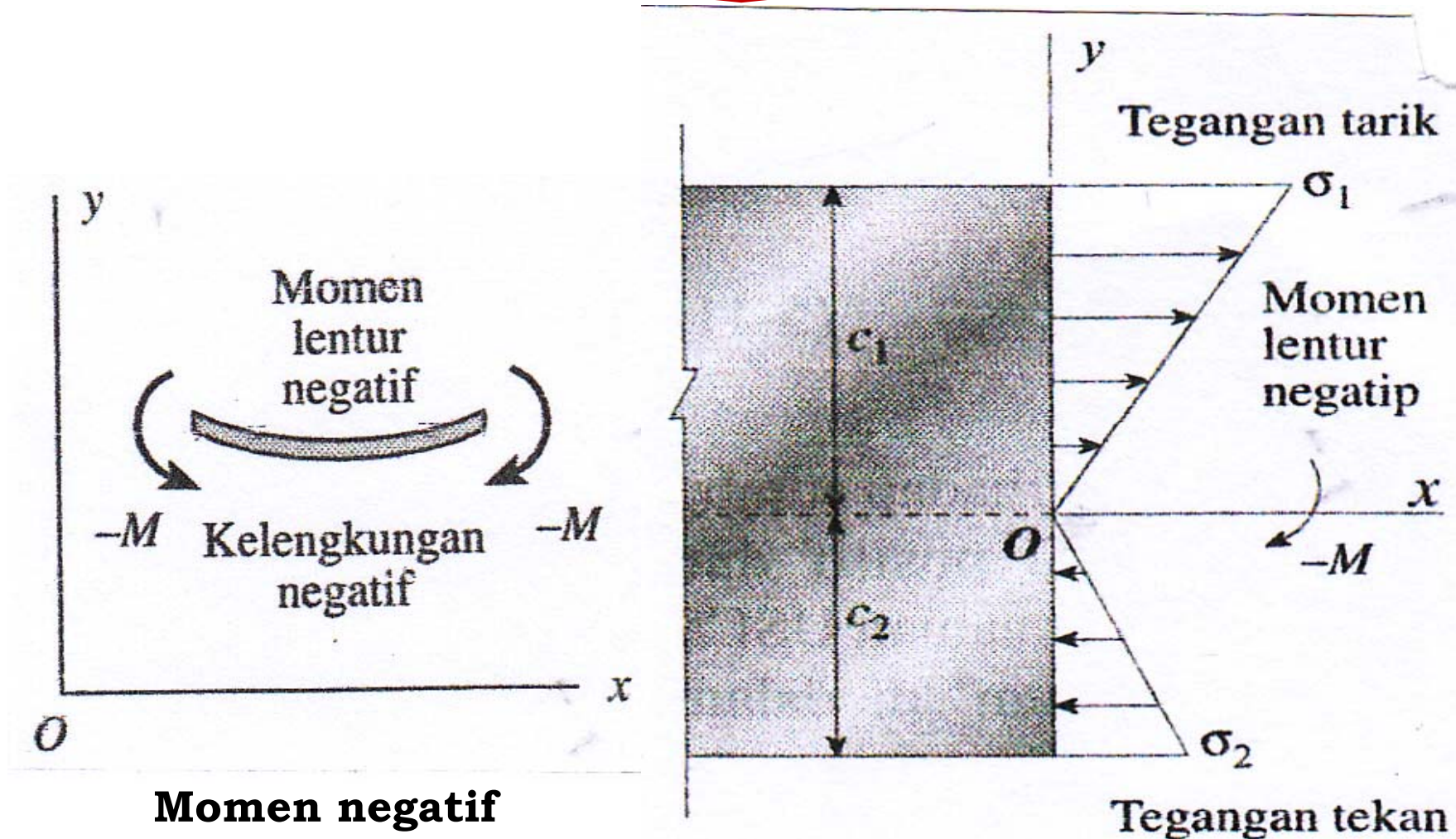


Diagram tegangan lentur

TEGANGAN LENTUR

Tegangan lentur menunjukkan bahwa tegangan sebanding dengan momen lentur dan berbanding terbalik dengan momen inersia penampang, besarnya tegangan bervariasi secara linier terhadap jarak y dari sumbu netral.

Rumus tegangan lentur :

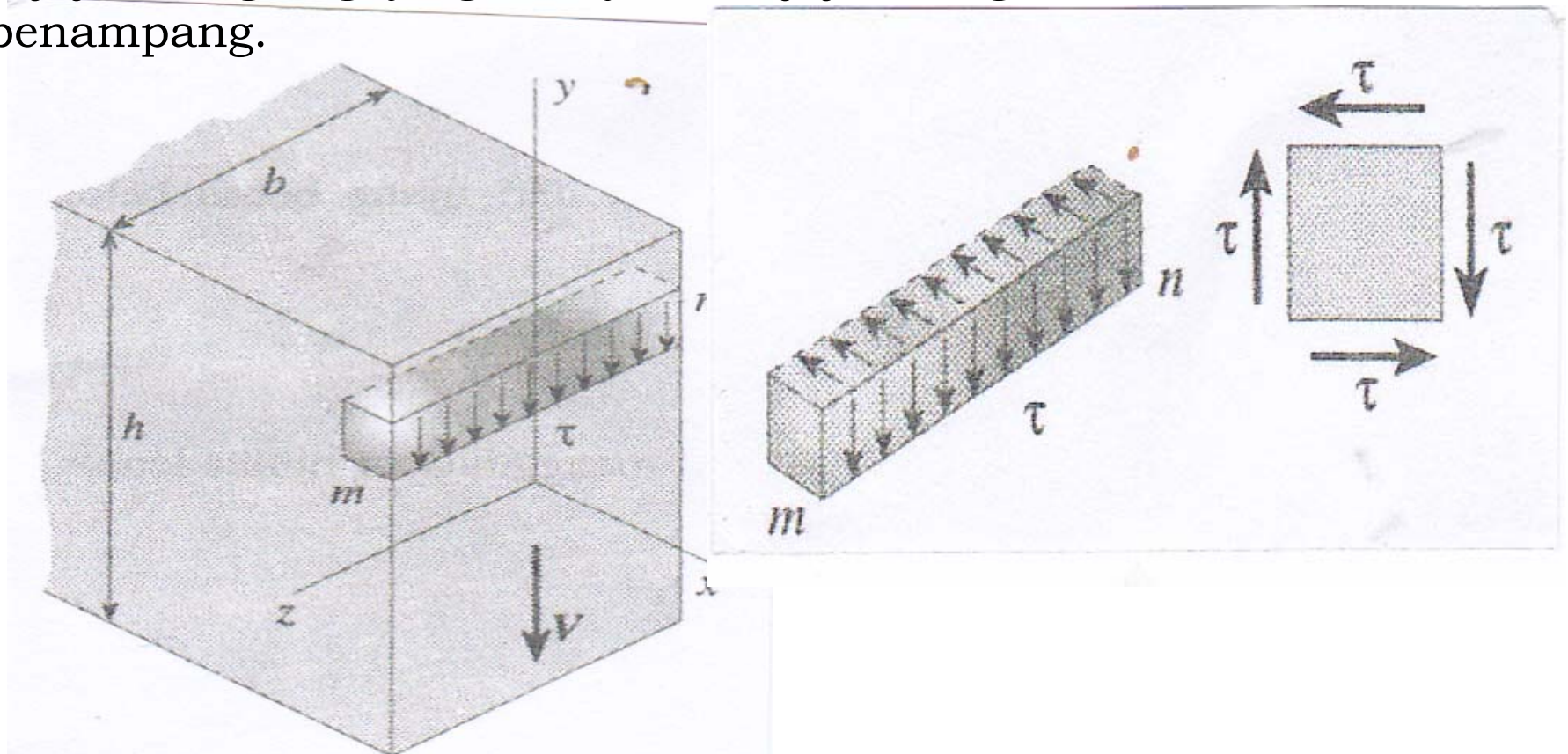
$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$$

Dimana :

M = besarnya momen yang bekerja, y = jarak dari serat yang ditinjau terhadap garis netral, I = momen inersia penampang.

TEGANGAN GESER

Tegangan geser mempunyai distribusi terbagi rata di seluruh lebar balok, suatu balok yang mengalami gaya geser V , tegangan geser τ yang bekerja di penampang dapat diasumsikan bekerja sejajar dengan gaya geser, yaitu sejajar dengan sisi vertikal penampang.



TEGANGAN GESER

Tegangan geser menunjukkan bahwa tegangan sebanding dengan gaya geser dan berbanding terbalik dengan momen inersia penampang, besarnya tegangan bervariasi secara kuadratik terhadap jarak y dari sumbu netral.

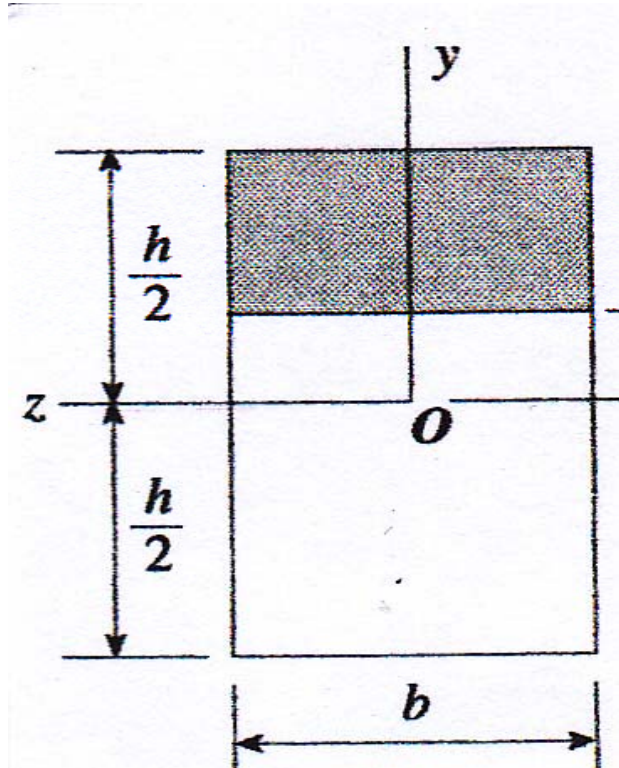
Rumus tegangan geser :

$$\tau = \frac{V.Q}{I.b}$$

Dimana :

V = besarnya gaya geser yang bekerja, Q = statis momen dari tegangan geser pada serat yang ditinjau terhadap garis netral, I = momen inersia penampang, b = lebar penampang pada serat yang ditinjau.

DISTRIBUSI TEGANGAN GESER



**Penampang balok
persegi panjang**

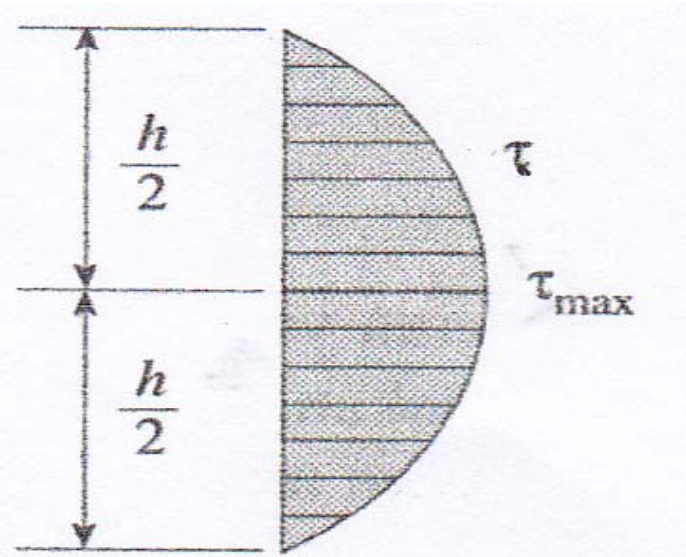
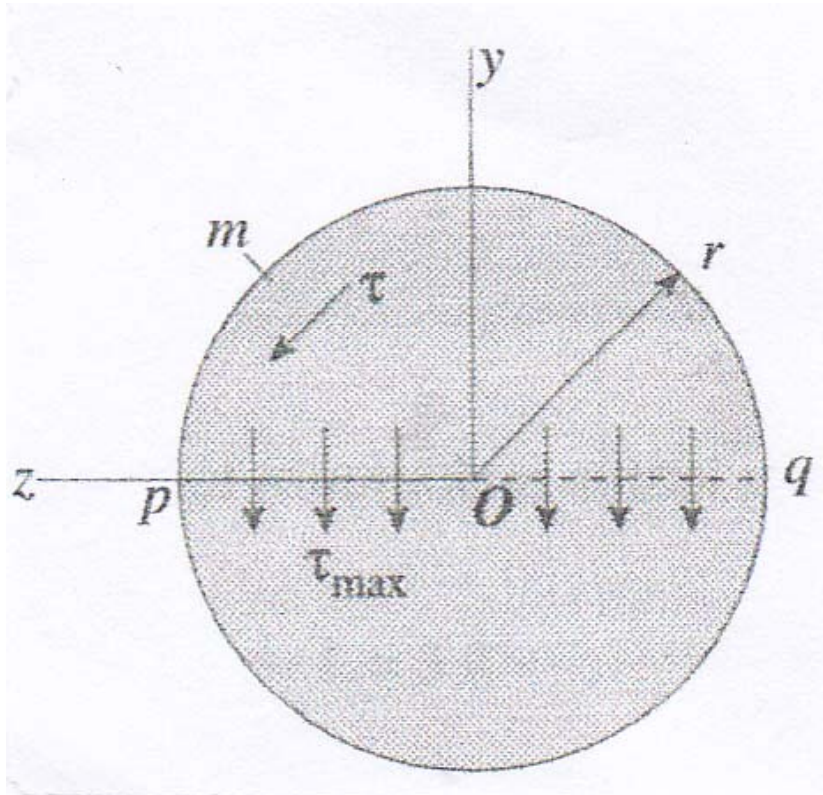


Diagram tegangan geser

Tegangan geser yang terjadi :

$$\tau = \frac{V}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)$$

DISTRIBUSI TEGANGAN GESER



**Diagram tegangan geser
balok lingkaran**

$$Q_{mak} = \left(\frac{\pi r^2}{2} \right) \left(\frac{4r}{3\pi} \right) = \frac{2r^3}{3}$$

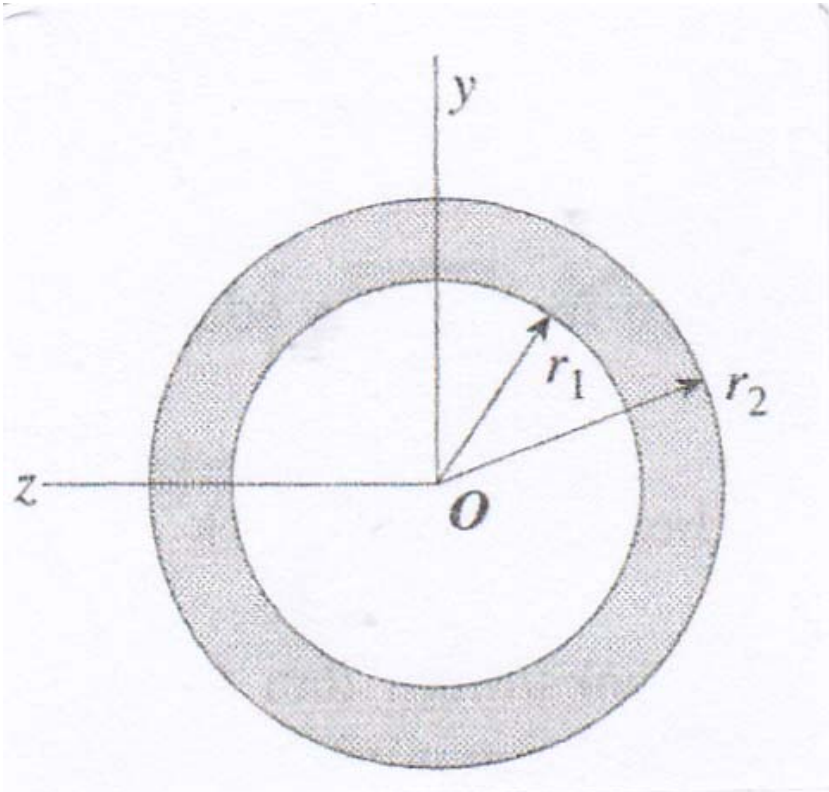
$$I = \frac{\pi r^4}{4}$$

$$b = 2r$$

Tegangan geser yang terjadi pada garis netral :

$$\tau_{mak} = \frac{V \cdot Q_{mak}}{I \cdot b} = \frac{V \left(\frac{2r^3}{3} \right)}{\left(\frac{\pi r^4}{4} \right) (2r)} = \frac{4V}{3\pi r^2} = \frac{4V}{3A}$$

DISTRIBUSI TEGANGAN GESER



**Diagram tegangan geser
balok lingkaran berlobang**

$$Q_{mak} = \frac{2}{3} (r_2^3 - r_1^3)$$

$$I = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4)$$

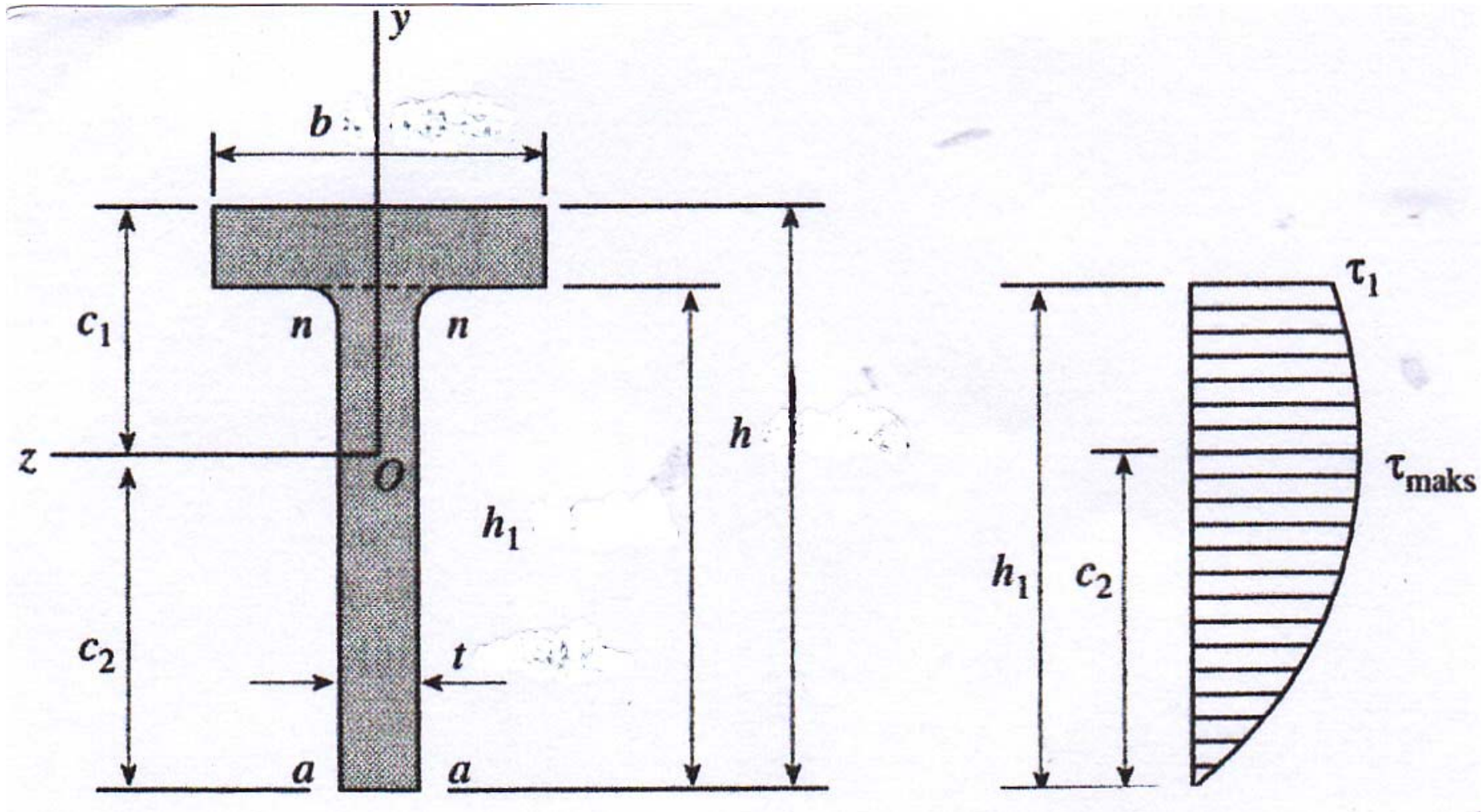
$$b = 2(r_2 - r_1)$$

Tegangan geser yang terjadi pada garis netral :

$$\tau_{mak} = \frac{V \cdot Q_{mak}}{I \cdot b} = \frac{4V}{3A} \left(\frac{r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2}{r_2^2 + r_1^2} \right)$$

$$A = \pi (r_2^2 - r_1^2)$$

DISTRIBUSI TEGANGAN GESER



Penampang balok T, dan diagram tegangan geser

DISTRIBUSI TEGANGAN GESER

Tegangan geser yang terjadi :

$$\tau_1 = \frac{V \cdot Q_1}{I \cdot t}$$

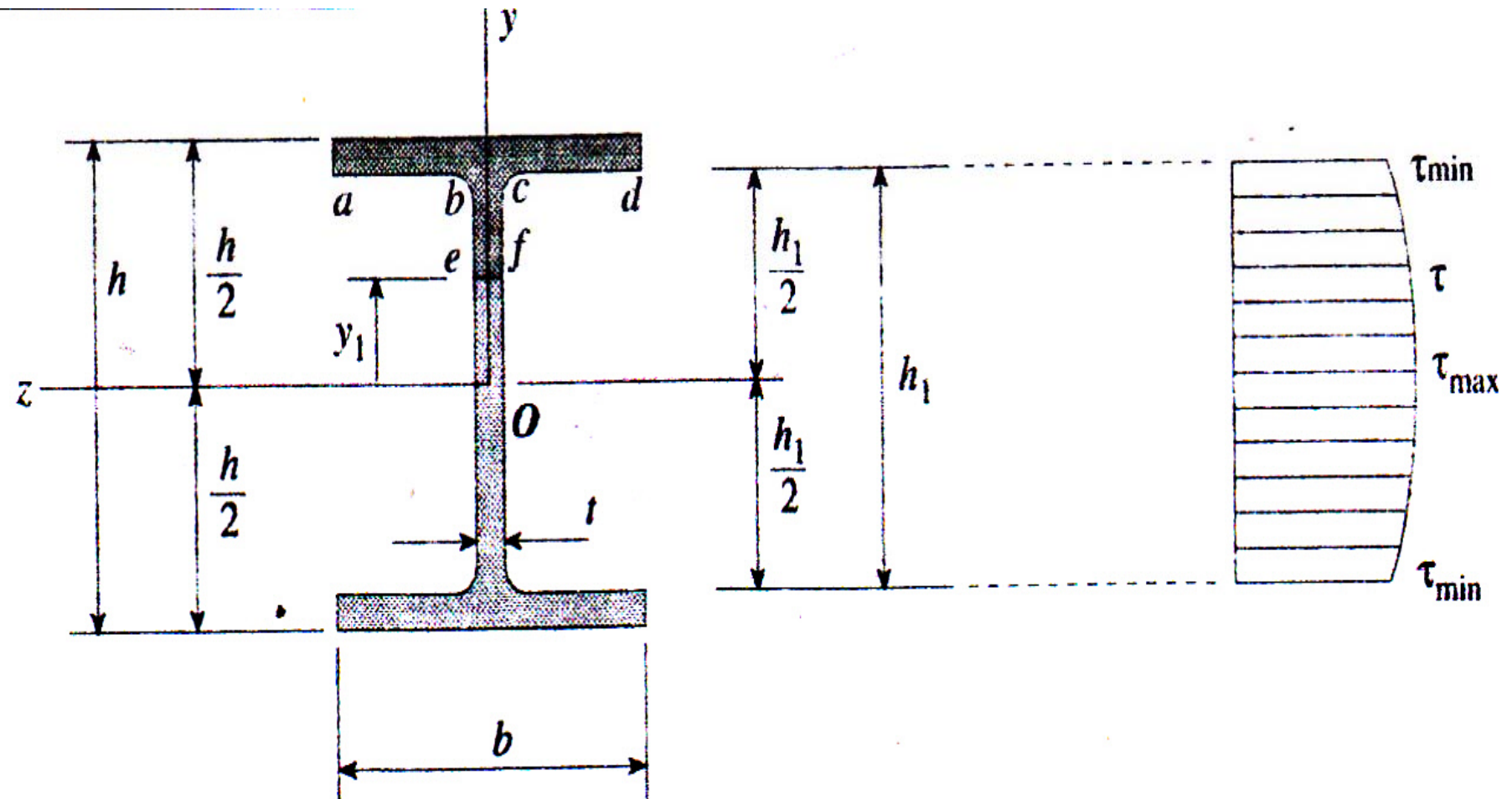
$$Q_1 = t \cdot h_1 \left(c_2 - \frac{h_1}{2} \right)$$

$$Q_{mak} = t \cdot c_2 \left(\frac{c_2}{2} \right)$$

Tegangan geser yang terjadi pada garis netral :

$$\tau_{mak} = \frac{V \cdot Q_{mak}}{I \cdot t} = \frac{V \left(t \cdot c_2 \left(\frac{c_2}{2} \right) \right)}{I \cdot t} = \frac{V \cdot \frac{c_2^2}{2}}{I}$$

DISTRIBUSI TEGANGAN GESER



Penampang balok I, dan diagram tegangan geser

DISTRIBUSI TEGANGAN GESER

Tegangan geser yang terjadi :

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t}$$

$$Q = \frac{b}{8} (h^2 - h_1^2) + \frac{t}{8} (h_1^2 - 4 y_1^2)$$

$$I = \frac{1}{12} b \cdot h^3 - \frac{(b - t) h_1^3}{12} = \frac{1}{12} (b \cdot h^3 - b \cdot h_1^3 + t \cdot h_1^3)$$

Tegangan geser yang terjadi pada pertemuan flens dan badan :

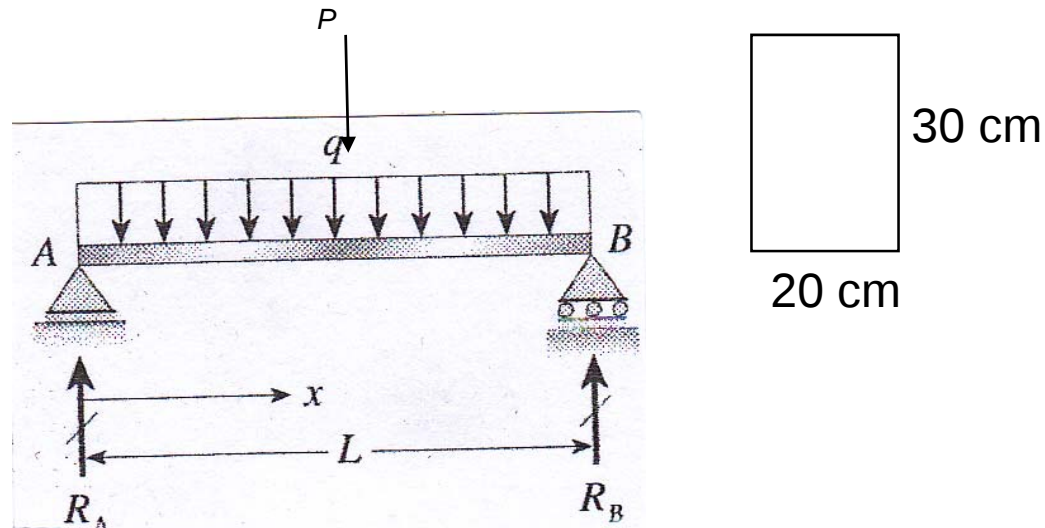
$$\tau_{\min} = \frac{V \cdot b}{8 I \cdot t} (h^2 - h_1^2)$$

Tegangan geser yang terjadi pada garis netral :

$$\tau_{\max} = \frac{V \cdot Q_{\max}}{I \cdot t} = \frac{V}{8 I \cdot t} (b \cdot h^2 - b \cdot h_1^2 + t \cdot h_1^2)$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

Soal 1. Sebuah balok sederhana AB dengan panjang $L = 6$ m, memikul beban terbagi rata $q = 1$ kN/m dan beban terpusat $P = 5$ kN yang terletak di tengah bentang. Tentukan tegangan tarik dan tekan maksimum di balok akibat lentur.



Penyelesaian :

- Momen maksimum :

$$M_{mak} = \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2 + \frac{1}{4} \cdot P \cdot L$$

$$M_{mak} = \frac{1}{8} \cdot 1 \cdot 6^2 + \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot 6 = 12 \text{ kNm} = 12 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

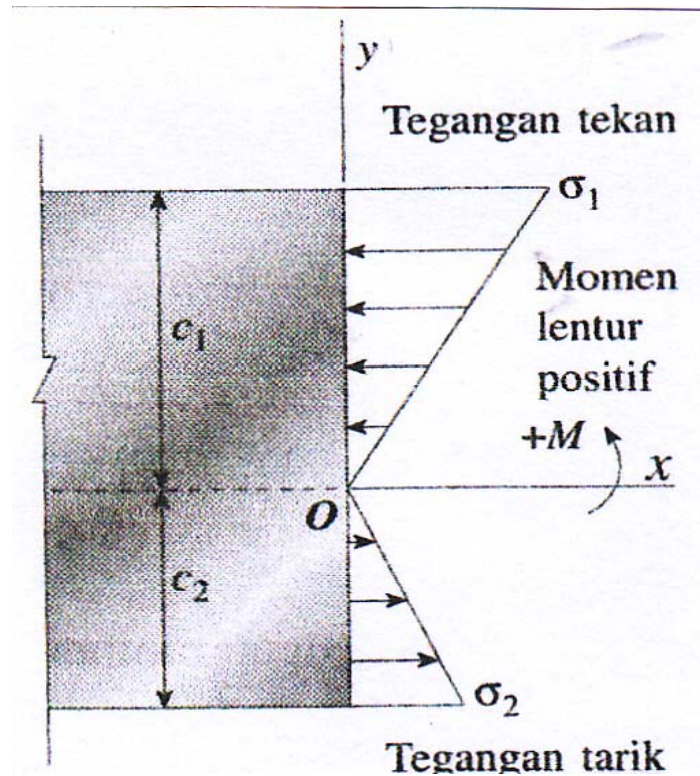
- Titik berat dan momen inersia :

$$x = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$y_a = \frac{1}{2} \cdot 30 = 15 \text{ cm} = 150 \text{ mm}$$

$$y_b = 150 \text{ mm}$$

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 300^3 = 4,5 \times 10^8 \text{ mm}^4$$



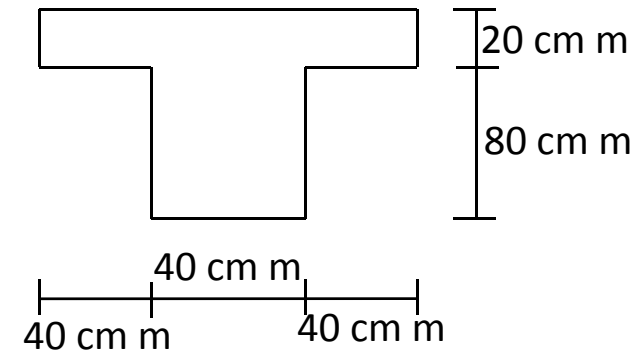
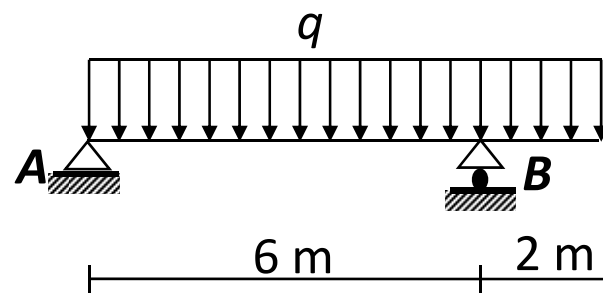
- Tegangan tekan maksimum.

$$\sigma_1 = \frac{M_{mak}^+ \cdot y_a}{I_x} = \frac{(12 \times 10^6) \cdot 150}{4,5 \times 10^8} = 4 \text{ N/mm}^2$$

- Tegangan tarik maksimum.

$$\sigma_2 = \frac{M_{mak}^+ \cdot y_b}{I_x} = \frac{(12 \times 10^6) \cdot 150}{4,5 \times 10^8} = 4 \text{ N/mm}^2$$

Soal 2. Sebuah balok gantung ABC dengan panjang $L = 6$ m, dan panjang bagian yang menggantung 2 m, memikul beban terbagi rata $q = 1$ kN/m. Tentukan tegangan tarik dan tekan maksimum di balok akibat lentur.



Penyelesaian :

- Reaksi perletakan dan momen maksimum :

$$R_{VA} = \frac{1 \times 8 \times 2}{6} = 2,67.kN$$

$$R_{VB} = \frac{1 \times 8 \times 4}{6} = 5,33.kN$$

$$M_x = R_{VA} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2$$

$$\frac{dM_x}{d_x} = 0 \rightarrow R_{VA} - qx = 0 \rightarrow x = \frac{R_{VA}}{q} = \frac{2,67}{1} = 2,67m$$

$$M_{mak} = (2,67 \cdot 2,67) - (\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2,67^2)) = 3,564.kNm$$

$$M_B = -1 \times 2 \times 1 = -2.kNm$$

- Titik berat dan momen inersia :

$$y_b = \frac{90.(120 \times 20) + 40.(40 \times 80)}{(120 \times 20) + (40 \times 80)} = 61,43.cm$$

$$y_a = 100 - 61,43 = 38,57.cm$$

$$y_1 = 28,57.cm$$

$$y_2 = 21,43.cm$$

$$I_x = \frac{1}{12}.1200.200^3 + (1200 \times 200).28,57^2 + \frac{1}{12}.400.800^3 + (400 \times 800).21,43^2$$

$$I_x = 1,74 \times 10^{10}.mm^4$$

- Tegangan tekan maksimum, akibat momen positif maksimum.

$$\sigma_{1(\text{tekan})} = \frac{M_{\text{mak}}^+ \cdot y_a}{I_x} = \frac{(3,564 \times 10^6) \cdot 38,57}{1,74 \times 10^{10}} = 0,008 \text{ N / mm}^2$$

$$\sigma_{2(\text{tarik})} = \frac{M_{\text{mak}}^+ \cdot y_b}{I_x} = \frac{(3,564 \times 10^6) \cdot 61,43}{1,74 \times 10^{10}} = 0,013 \text{ N / mm}^2$$

- Tegangan tekan maksimum, akibat momen positif maksimum.

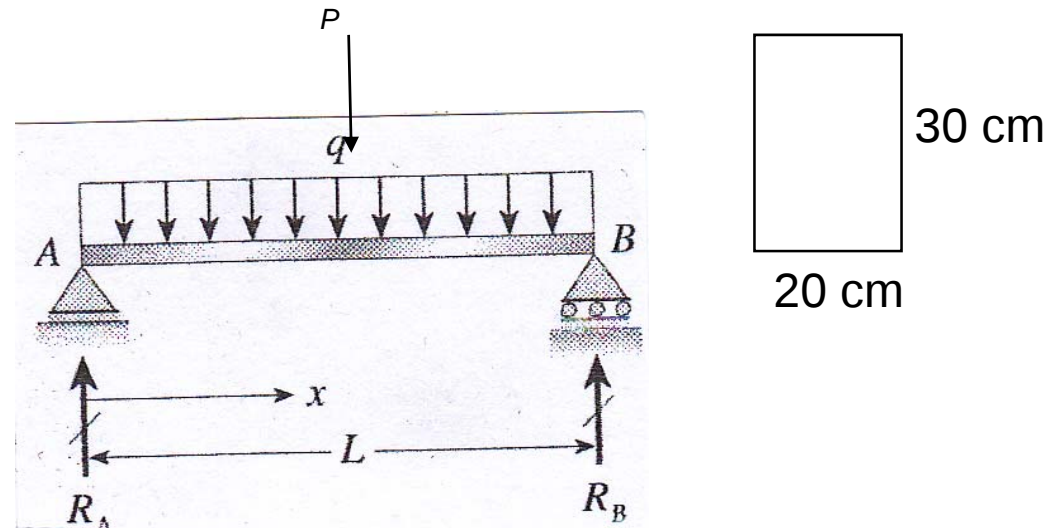
$$\sigma_{1(\text{tarik})} = \frac{M_{\text{mak}}^- \cdot y_a}{I_x} = \frac{(2 \times 10^6) \cdot 38,57}{1,74 \times 10^{10}} = 0,004 \text{ N / mm}^2$$

$$\sigma_{2(\text{tekan})} = \frac{M_{\text{mak}}^- \cdot y_b}{I_x} = \frac{(2 \times 10^6) \cdot 61,43}{1,74 \times 10^{10}} = 0,007 \text{ N / mm}^2$$

Soal 1. Sebuah balok sederhana AB dengan panjang $L = 6$ m, memikul beban terbagi rata $q = 1$ kN/m dan beban terpusat $P = 5$ kN yang terletak di

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

Soal 3. Sebuah balok sederhana AB dengan panjang $L = 6$ m, memikul beban terbagi rata $q = 1$ kN/m dan beban terpusat $P = 5$ kN yang terletak di tengah bentang. Tentukan tegangan geser maksimum di balok akibat gaya geser.



Penyelesaian :

Gaya geser maksimum

$$V_{mak} = R_{VA} = R_{VB} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot L + \frac{1}{2} \cdot P$$

$$V_{mak} = \frac{1}{2} \cdot 1.6 + \frac{1}{2} \cdot 5 = 5,5.kN$$

Titik berat dan momen inersia :

$$x = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10.cm = 100.mm$$

$$y_a = \frac{1}{2} \cdot 30 = 15.cm = 150.mm$$

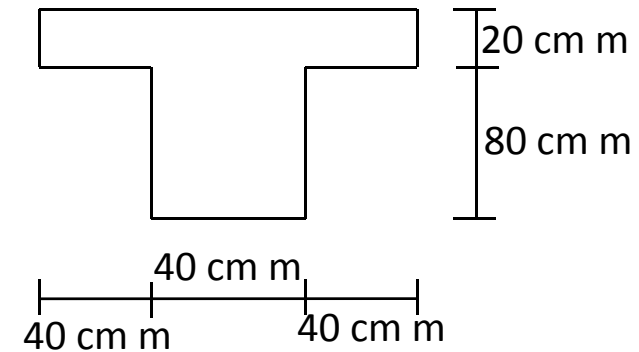
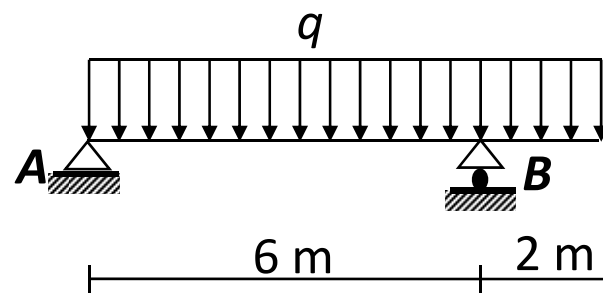
$$y_b = 150.mm$$

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 300^3 = 4,5 \times 10^8 mm^4$$

Tegangan geser maksimum yang terjadi di garis netral :

$$\tau = \frac{V}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)$$
$$\tau = \frac{5,5 \times 10^3}{2 \cdot (4,5 \times 10^8)} \left(\frac{300^2}{4} - 75^2 \right) = 0,103 \cdot N / mm^2$$

Soal 4. Sebuah balok gantung ABC dengan panjang $L = 6$ m, dan panjang bagian yang menggantung 2 m, memikul beban terbagi rata $q = 1$ kN/m. Tentukan tegangan geser maksimum di balok akibat gaya geser.



Penyelesaian :

Reaksi perletakan dan gaya geser maksimum :

$$R_{VA} = \frac{1 \times 8 \times 2}{6} = 2,67.kN$$

$$R_{VB} = \frac{1 \times 8 \times 4}{6} = 5,33.kN = V_{mak}$$

Titik berat dan momen inersia :

$$y_b = \frac{90.(120 \times 20) + 40.(40 \times 80)}{(120 \times 20) + (40 \times 80)} = 61,43.cm$$

$$y_a = 100 - 61,43 = 38,57.cm$$

$$I_x = \frac{1}{12}.1200.200^3 + (1200 \times 200).28,57^2 + \frac{1}{12}.400.800^3 + (400 \times 800).21,43^2$$

$$I_x = 1,74 \times 10^{10}.mm^4$$

Statis Momen

$$Q_1 = t.h_1 \left(c_2 - \frac{h_1}{2} \right) = 400.800 \left(614,3 - \frac{800}{2} \right) = 68576000.\text{mm}^3$$

$$Q_{mak} = t.c_2 \left(\frac{c_2}{2} \right) = 400.614,3 \left(\frac{614,3}{2} \right) = 75472898.\text{mm}^3$$

$$\tau_1 = \frac{V.Q_1}{I.t} = \frac{5500.68576000}{(4,5 \times 10^8)400} = 2,1.N / \text{mm}^2$$

Tegangan yang terjadi :

$$\tau_1 = \frac{V.Q_1}{I.t} = \frac{5500.68576000}{(4,5 \times 10^8)400} = 2,1.N / \text{mm}^2$$

Tegangan maksimum yang terjadi di garis netral :

$$\tau_{mak} = \frac{V.Q_{mak}}{I.t} = \frac{V\left(t.c_2\left(\frac{c_2}{2}\right)\right)}{I.t} = \frac{V.\frac{c_2^2}{2}}{I}$$

$$\tau_{mak} = \frac{5500 \times 75472898}{(4,5 \times 10^8)400} = 2,3.N / mm^2$$