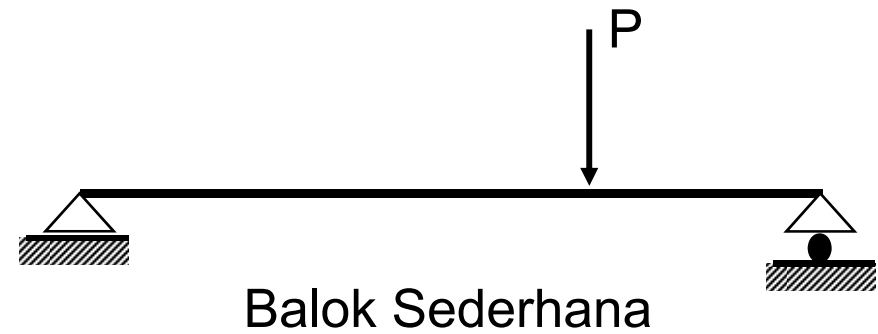
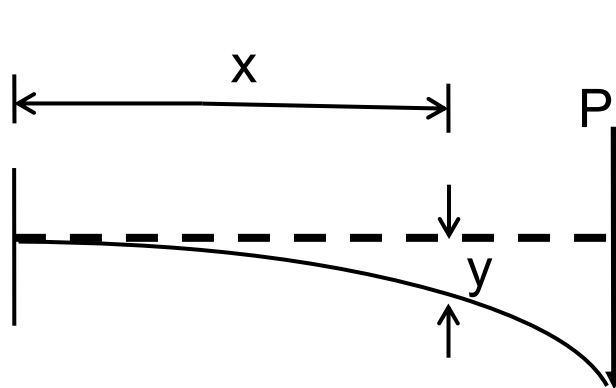


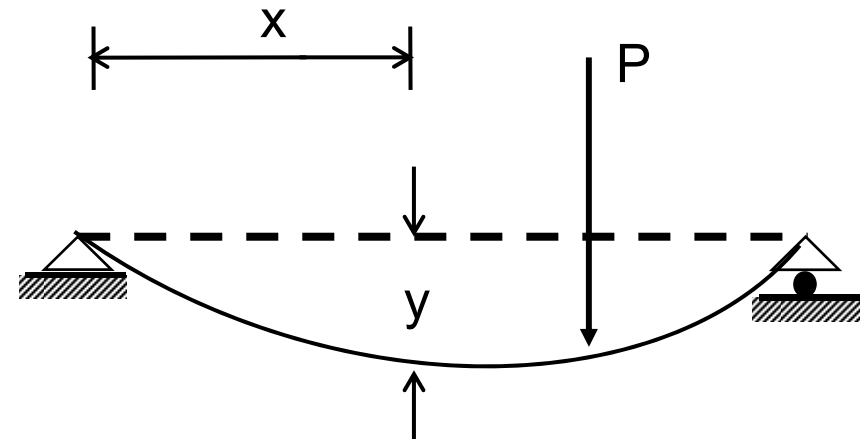
- Balok pada posisi awal sebelum terjadi deformasi.



- Balok terdeformasi akibat aksi beban.



Kurva defleksi balok kantilever



Kurva defleksi balok sederhana

- Defleksi atau lendutan adalah peralihan dalam arah y dari sembarang titik di sumbu balok.
- Balok yang dirancang dengan baik tidak hanya mampu memikul beban yang akan diterimanya tetapi juga harus mampu mengatasi terjadinya defleksi sampai batas tertentu.
- Persamaan differensial dasar untuk kurva defleksi suatu balok :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

y = defleksi balok, M = momen tekuk pada jarak x dari salah satu ujung balok, E = modulus elastisitas balok, dan I = momen inersia penampang melintang balok terhadap sumbu netral yang melalui titik berat penampang melintang.

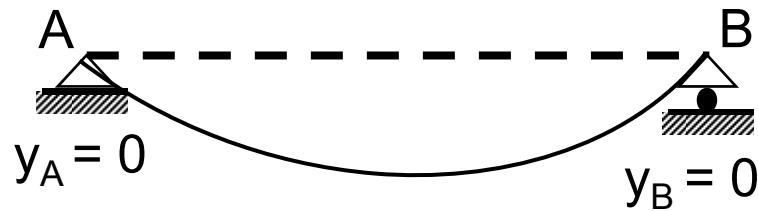
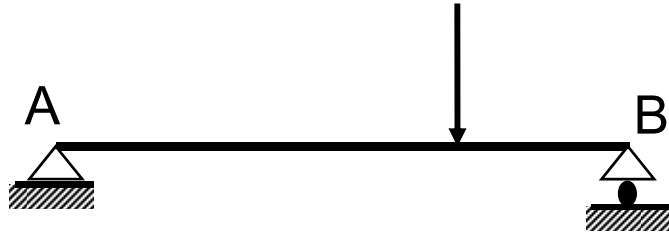
Perjanjian tanda :

- Sumbu x positif ke kanan dan sumbu y positif ke atas
- Defleksi y ke atas positif dan ke bawah negatif
- Kemiringan dy/dx dan sudut rotasi θ positif apabila berlawanan arah putaran jarum jam terhadap sumbu x positif.
- Kelengkungan k positif apabila balok melentur cekung ke atas
- Momen lentur M positif jika menghasilkan tekan dibagian atas balok

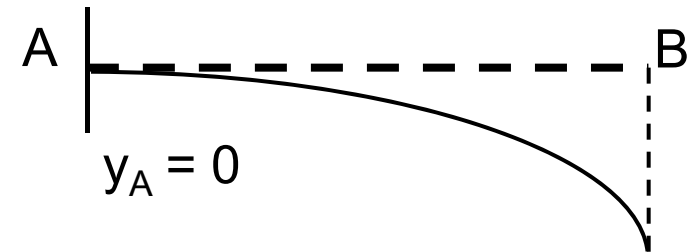
Penentuan defleksi balok dengan metode integrasi ganda :

- Integrasi pertama menghasilkan kemiringan (*slope*) dy/dx di sembarang titik pada balok.
- Integrasi kedua memberikan defleksi y pada setiap nilai x .
- Setiap integrasi menghasilkan satu konstanta integrasi.
- Ada dua konstanta integrasi untuk setiap daerah pada balok, ditentukan dari tiga kondisi yang diketahui mengenai kemiringan dan defleksi.

- **Kondisi batas, berkaitan dengan defleksi dan kemiringan di tumpuan suatu balok.**



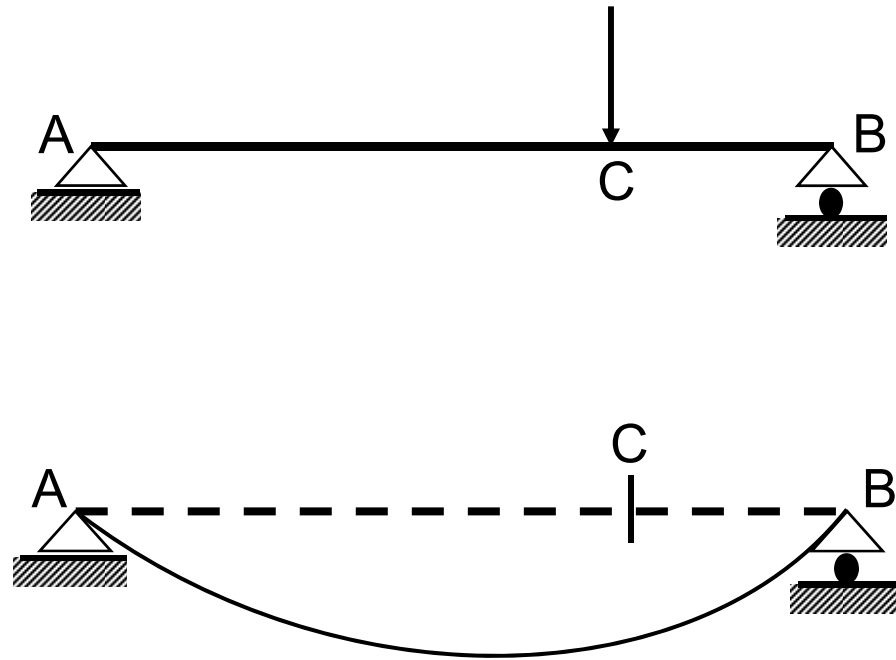
Syarat batas di tumpuan sederhana



$y'_A = 0$ defleksi kemiringan

Syarat batas di tumpuan jepit

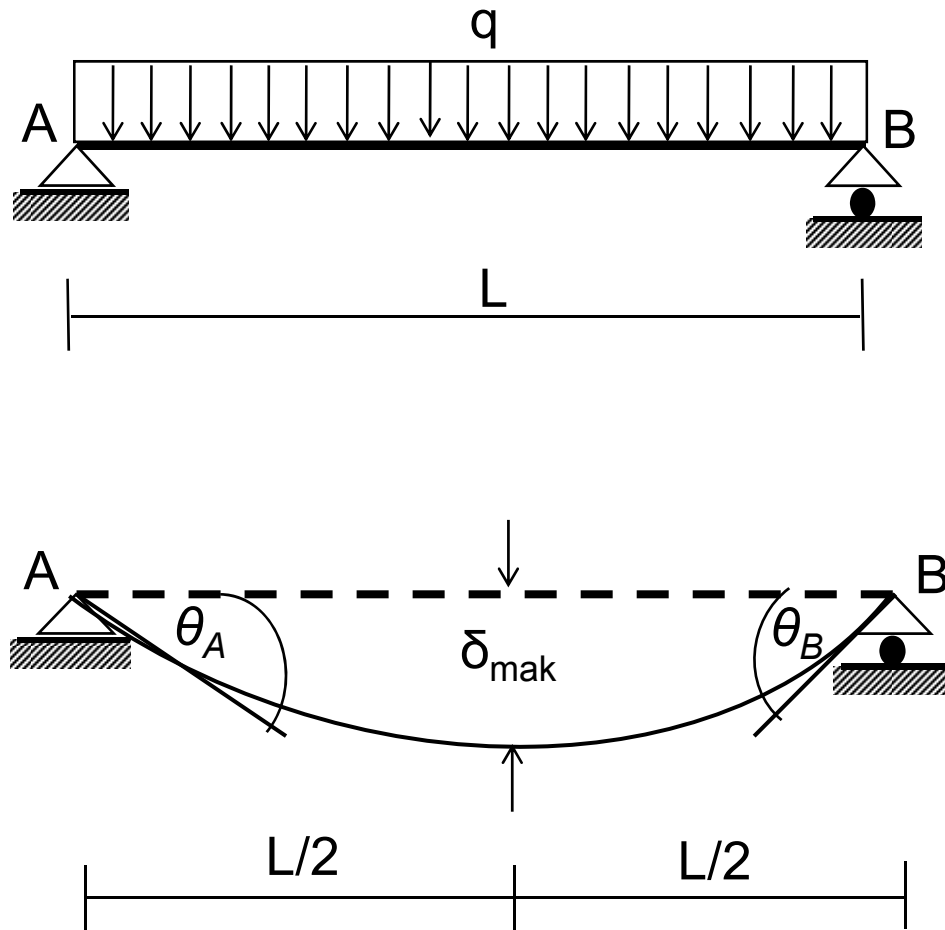
- Kondisi kontinuitas, terjadi di titik dimana daerah integrasi bertemu.



$$y_{AC} = y_{CB}$$
$$y'_{AC} = y'_{CB}$$

Kondisi kontinuitas di titik C

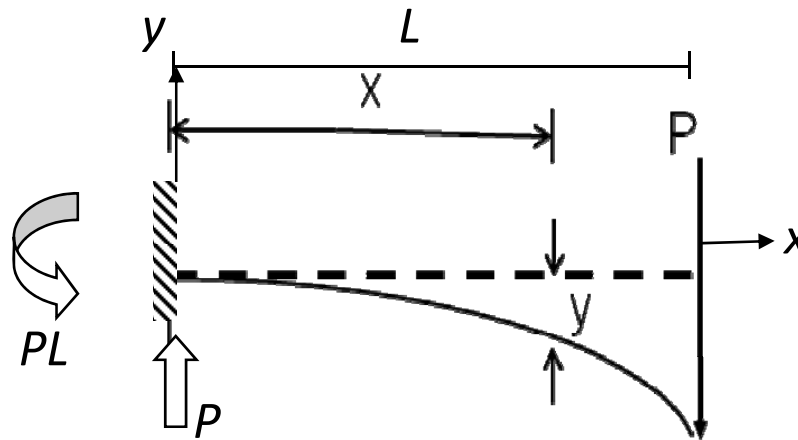
- **Kondisi simetri untuk balok yang memikul beban terbagi rata di seluruh panjangnya**



Kemiringan dari kurva defleksi di titik tengah haruslah nol.

Contoh Soal dan Pembahasan

Soal. Tentukan defleksi pada sembarang titik pada balok kantilever yang dibebani beban terpusat.



Penyelesaian :

Persamaan momen lentur :

$$M = -PL + Px$$

Persamaan differensial :

$$EI \frac{dy}{dx} = -PLx + \frac{Px^2}{2} + C_1 \rightarrow (0 \leq x \leq L)$$

C_1 adalah konstanta integrasi pertama, dan $C_1 = 0$

Integrasi kedua menghasilkan defleksi :

$$EIy = -\frac{PLx^2}{2} + \frac{Px^3}{6} + C_2 \rightarrow (0 \leq x \leq L)$$

C_2 adalah konstanta integrasi pertama, dan $C_2 = 0$

Defleksi maksimum terjadi pada $x = L$, maka :

$$EIy_{mak} = -\frac{PLL^2}{2} + \frac{PL^3}{6} = -\frac{3PL^3}{6} + \frac{PL^3}{6} = -\frac{PL^3}{3}$$

$$y_{mak} = \frac{PL^3}{3EI}$$

Nilai negatif menunjukkan kurva defleksi terletak di bawah sumbu x.