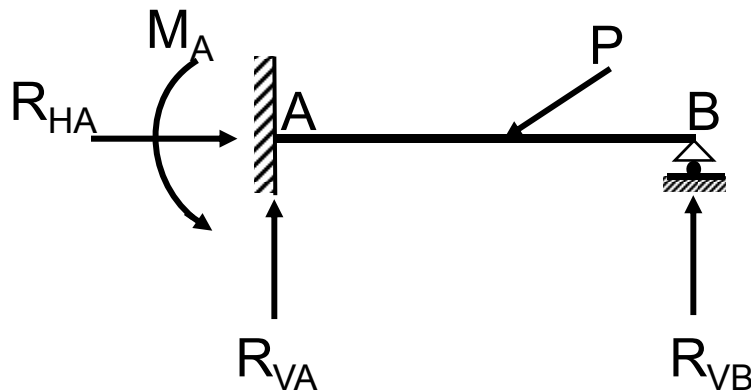


Definisi Balok Statis Tak Tentu

- Balok dengan banyaknya reaksi melebihi banyaknya persamaan kesetimbangan, sehingga reaksi pada balok tidak dapat ditentukan hanya dengan menggunakan persamaan statika.
- Dalam hal ini diperlukan tambahan persamaan kesetimbangan, yaitu persamaan deformasi balok.

Jenis-Jenis Balok Statis Tak Tentu

- Balok kantilever yang ditopang.

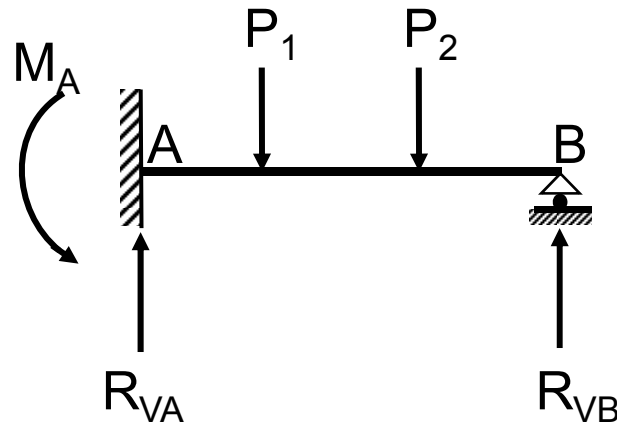


Reaksi pada balok terdiri atas gaya horisontal, gaya vertikal, dan momen di ujung A, serta gaya vertikal di ujung B

Ada empat persamaan pada balok, sedangkan persamaan kesetimbangan yang tersedia hanya ada tiga, yaitu $\Sigma V = 0$, $\Sigma H = 0$, dan $\Sigma M = 0$.

Dengan demikian pada balok kelebihan satu persamaan, maka disebut balok statis tak tentu berderajat satu.

Balok kantilever yang ditopang dengan beban vertikal saja.



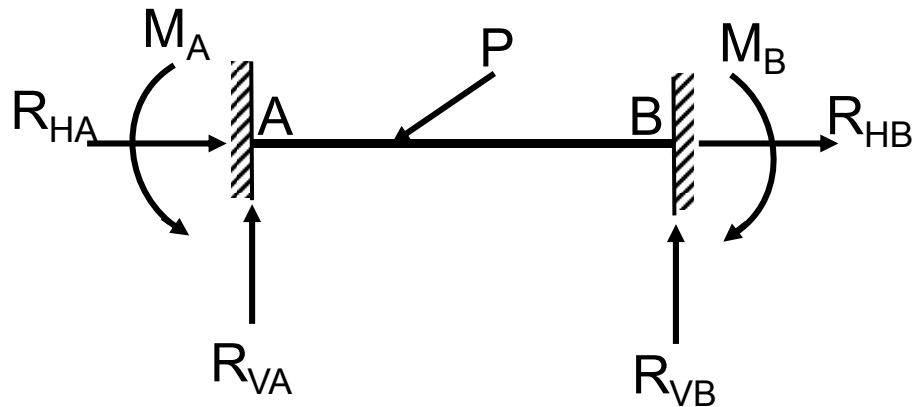
Semua beban bekerja dalam arah vertikal, maka reaksi horisontal di tumpuan A tidak ada.

Reaksi pada balok adalah gaya vertikal, dan momen di ujung A, serta gaya vertikal di ujung B

Ada tiga persamaan pada balok, namun persamaan kesetimbangan yang tersedia hanya ada dua, yaitu $\sum V = 0$, dan $\sum M = 0$.

Dalam hal ini pada balok kelebihan satu persamaan, maka disebut balok statis tak tentu berderajat satu.

- Balok berujung jepit.

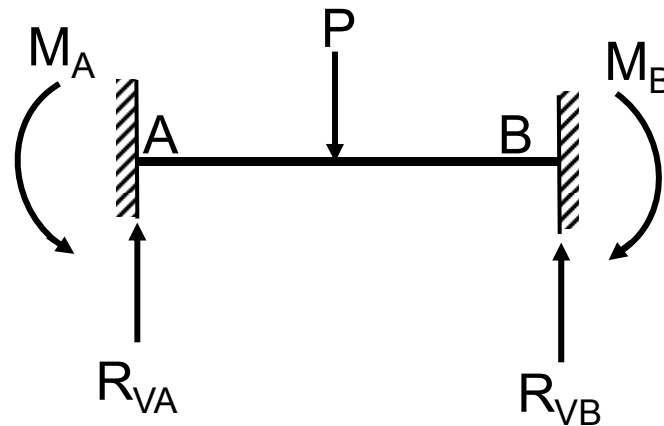


Pada balok ada enam reaksi, yaitu masing-masing di ujung A dan B ada gaya vertikal, gaya horisontal dan momen

Ada enam persamaan pada balok, sedangkan persamaan kesetimbangan yang tersedia hanya ada tiga, yaitu $\Sigma V = 0$, $\Sigma H = 0$, dan $\Sigma M = 0$.

Dengan demikian pada balok kelebihan tiga persamaan, maka disebut balok statis tak tentu berderajat tiga.

Balok berujung jepit dengan beban vertikal saja.

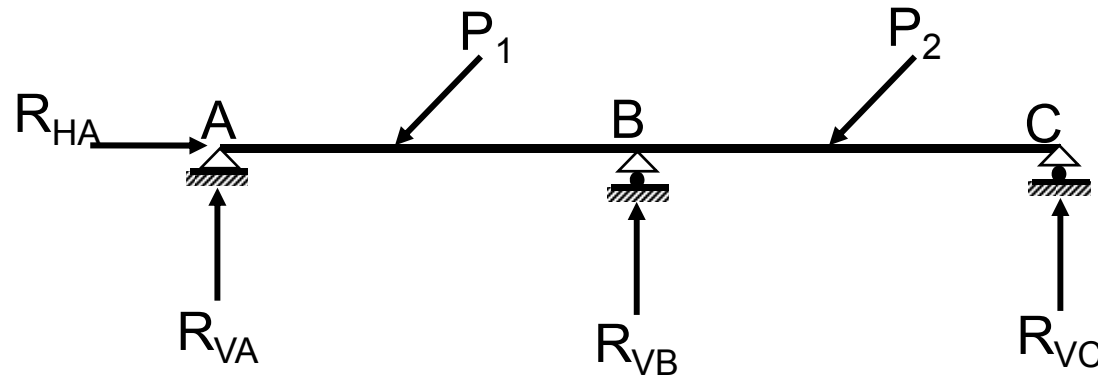


Pada balok ada empat reaksi, dengan satu gaya vertikal dan momen di setiap tumpuan.

Ada empat persamaan pada balok, sedangkan persamaan kesetimbangan yang tersedia hanya ada dua yaitu $\Sigma V = 0$, dan $\Sigma M = 0$.

Dengan demikian pada balok kelebihan dua persamaan, maka disebut balok statis tak tentu berderajat dua.

- Balok menerus.



Balok mempunyai lebih dari satu bentangan dan menerus di atas tumpuan dalam

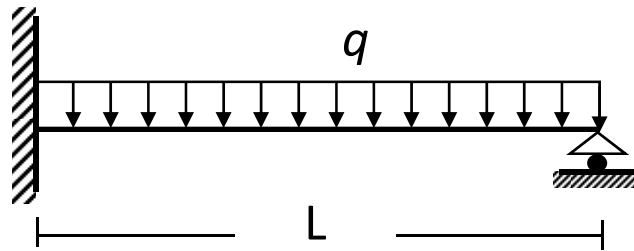
Pada balok ada empat reaksi, dengan gaya vertikal di masing-masing tumpuan, dan gaya horisontal di tumpuan A.

Ada empat persamaan pada balok, sedangkan persamaan kesetimbangan yang tersedia hanya ada tiga, yaitu $\Sigma V = 0$, $\Sigma H = 0$, dan $\Sigma M = 0$.

Dengan demikian pada balok kelebihan satu persamaan, maka disebut balok statis tak tentu berderajat satu

Contoh Soal dan Pembahasan

Soal. Suatu balok kantilever yang ditopang dengan beban merata.
Tentukan reaksi, gaya geser, dan momen lentur.



Penyelesaian :

Balok mempunyai tiga reaksi (R_{VA} , R_{VB} , dan M_A). Hanya dua persamaan keseimbangan yang tersedia untuk menentukan reaksi, yaitu $\sum V = 0$, dan $\sum M = 0$, maka disebut balok statis tak tentu berderajat satu.

Reaksi Dalam RVB

$$R_{VA} = q.L - R_{VB} \dots\dots\dots a)$$

$$M_A = \frac{q.L^2}{2} - R_{VB}.L \dots\dots\dots b)$$

Momen lentur, pada jarak x dari tumpuan jepit :

$$M = R_{VA}.x - M_A - \frac{q.x^2}{2} \dots\dots\dots c)$$

Sustitusikan persamaan a) dan b) ke dalam persamaan c), maka diperoleh :

$$M = (q.L - R_{VB})x - \left(\frac{q.L^2}{2} - R_{VB}.L \right) = \frac{q.x^2}{2}$$

$$M = qLx - R_{VB}x - \frac{qL^2}{2} + R_{VB}L - \frac{qx^2}{2} \dots\dots\dots d)$$

Persamaan differensial :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = qLx - R_{VB}x - \frac{qL^2}{2} + R_{VB}L - \frac{qx^2}{2} \dots\dots e)$$

Integrasi pertama menghasilkan kemiringan :

$$EI \frac{dy}{dx} = \frac{qLx^2}{2} - \frac{R_{VB}x^2}{2} - \frac{qL^2x}{2} + R_{VB}Lx - \frac{qx^3}{6} + C_1 \dots\dots f)$$

Integrasi kedua menghasilkan defleksi :

$$EIy = \frac{qLx^3}{6} - \frac{R_{VB}x^3}{6} - \frac{qL^2x^2}{4} + \frac{R_{VB}Lx^2}{2} - \frac{qx^4}{24} + C_1 + C_2 \dots\dots g)$$

Pada $x = 0$, $dy/dx = 0$, sehingga $C_1 = 0$, dan pada $x = 0$, $y = 0$, sehingga $C_2 = 0$, dan pada $x = L$, $y = 0$, maka diperoleh :

$$y = \frac{qLL^3}{6} - \frac{R_{VB}L^3}{6} - \frac{qL^2L^2}{4} + \frac{R_{VB}LL^2}{2} - \frac{qL^4}{24} = 0$$

$$y = \frac{qL^4}{6} - \frac{R_{VB}L^3}{6} - \frac{qL^4}{4} + \frac{R_{VB}L^3}{2} - \frac{qL^4}{24} = 0$$

$$\frac{R_{VB}L^3}{6} - \frac{3R_{VB}L^3}{6} = \frac{4qL^4}{24} - \frac{6qL^4}{24} - \frac{qL^4}{24}$$

$$\frac{-2R_{VB}L^3}{6} = \frac{-3qL^4}{24}$$

$$R_{VB} = \frac{3qL}{8}$$

Reaksi :

$$R_{VA} = qL - \frac{3qL}{8} = \frac{5qL}{8}$$

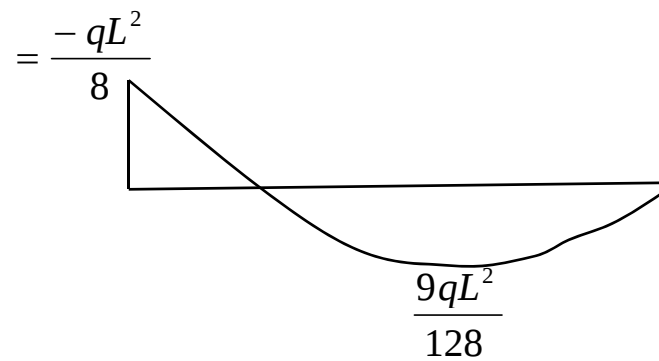
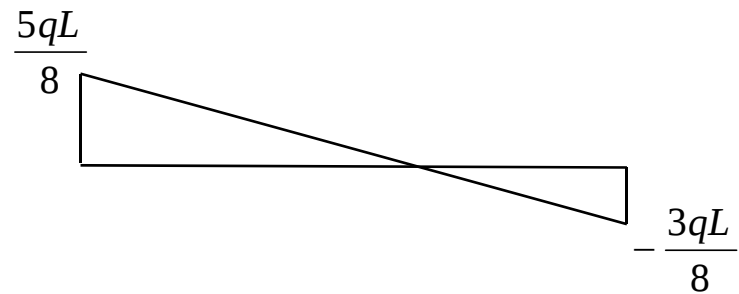
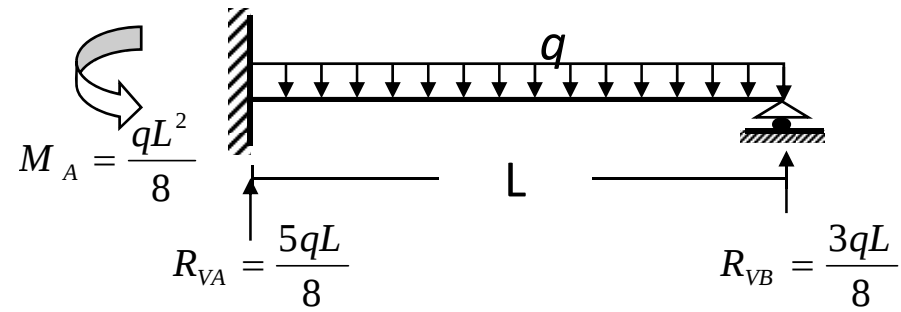
$$M_A = \frac{q.L^2}{2} - \frac{3qL}{8}.L = \frac{qL^2}{8}$$

Gaya geser :

$$V = R_{VA} - qx = \frac{5qL}{8} - qx$$

Momen lentur :

$$M = R_{VA}x - M_A - \frac{qx^2}{2} = \frac{5qLx}{8} - \frac{qL^2}{8} - \frac{qx^2}{8}$$



$$M_{\max} = \frac{5qL}{8} \cdot \frac{5L}{8} - \frac{qL^2}{8} - \frac{q}{2} \left(\frac{5L}{8} \right)^2 = \frac{9qL^2}{128}$$