

Pertemuan XV

X. Tegangan Gabungan

10.1 Beban Gabungan

Pada kebanyakan struktur, elemennya harus mampu menahan lebih dari satu jenis beban, misalnya suatu balok dapat mengalami aksi simultan momen lentur dan gaya aksial. Kondisi pembebanan gabungan banyak terjadi pada struktur gedung dan jenis struktur lainnya.

Suatu elemen struktur yang mengalami pembebanan gabungan seringkali dapat dianalisis dengan superposisi tegangan dan regangan yang diakibatkan oleh setiap beban yang bekerja secara terpisah. Namun superposisi tegangan dan regangan hanya diizinkan pada kondisi tertentu.

Salah satu persyaratannya adalah bahwa tegangan dan regangan harus merupakan fungsi linier dari beban yang bekerja, yang pada gilirannya mengharuskan bahannya mengikuti hukum Hooke dan peralihannya tetap kecil. Persyaratan lain adalah tidak boleh ada interaksi antara berbagai beban, artinya tegangan dan regangan akibat satu beban tidak boleh dipengaruhi oleh adanya beban lain. Kebanyakan struktur biasanya memenuhi kondisi-kondisi ini, sehingga penggunaan superposisi sangat umum dalam dunia teknik.

10.2 Metode Analisis

Ada banyak cara untuk menganalisis suatu struktur yang mengalami lebih dari satu jenis beban. Prosedur yang biasa dilakukan meliputi beberapa langkah :

1. Pilih titik pada struktur dimana tegangan dan regangan akan ditentukan (titik pada penampang yang tegangannya besar, yaitu pada penampang yang momen lentur mencapai harga maksimum).
2. Untuk setiap beban pada struktur, tentukan resultan tegangan di penampang yang mengandung titik yang dipilih. (resultan tegangan yang

mungkin adalah gaya aksial, momen puntir, momen lentur, dan gaya geser).

3. Hitunglah tegangan normal dan geser di titik yang telah dipilih akibat setiap kondisi tegangan, dengan persamaan :

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \text{..... (10.1a)}$$

$$\tau = \frac{T\rho}{I_p} \quad \text{..... (10.1b)}$$

$$\sigma = \frac{M.y}{I} \quad \text{..... (10.1c)}$$

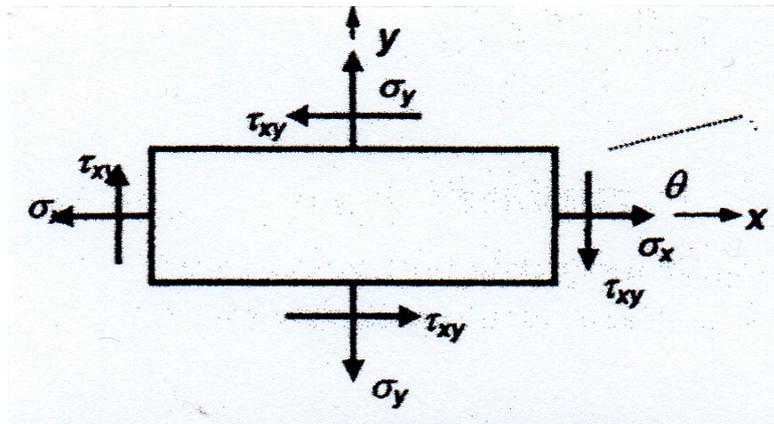
$$\tau = \frac{V.Q}{I.b} \quad \text{..... (10.1d)}$$

$$\sigma = \frac{pr}{t} \quad \text{..... (10.1e)}$$

4. Gabungkan masing-masing tegangan untuk mendapatkan tegangan resultan di titik yang dipilih, dengan perkataan lain dapatkan tegangan : σ_x , σ_y , dan τ_{xy} yang bekerja dielemen tegangan di titik tersebut.
5. Tentukan tegangan utama dan tegangan geser maksimum di titik yang dipilih dengan menggunakan persamaan transformasi atau lingkaran Mohr. Jika perlu tentukan tegangan-tegangan yang bekerja di bidang miring lain.
6. Tentukan regangan di titik tersebut dengan menggunakan huku Hooke untuk tegangan bidang.
7. Pilih titik lain dan ulangi prosedurnya. Teruskan sampai informasi tegangan dan regangan cukup memadai untuk maksud analisis.

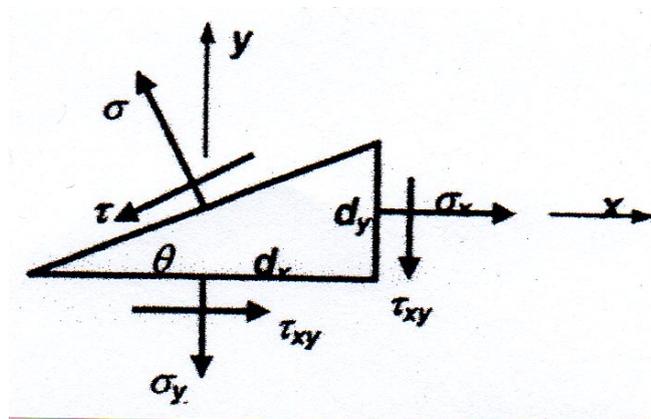
10.3 Tegangan Pokok

Pada umumnya jika satu elemen bidang dipindahkan dari induk (*body*), maka akan dikenai tegangan normal σ_x , dan σ_y , bersama dengan tegangan geser τ_{xy} . Untuk tegangan normal, tegangan tarik diberi tanda positif dan tegangan tekan diberi tanda negatif. Untuk tegangan geser, arah positif.



Gambar 10.1 Konvensi Tanda Tegangan Gabungan

Apabila σ_x , σ_y , dan τ_{xy} sudah diketahui, maka untuk penjabaran suatu bidang miring dengan sudut θ terhadap sumbu x berada pada suatu balok, seperti pada Gambar 10.1 di atas. Tegangan normal dan tegangan geser untuk bidang tersebut dinyatakan dengan σ dan τ seperti ditunjukkan pada Gambar 10.2, dan diperoleh Persamaan 10.2.



Gambar 10.2 Tegangan Gabungan Pada Bidang Miring

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin \theta \quad \dots\dots\dots (10.2a)$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos \theta \quad \dots\dots\dots (10.2b)$$

Tegangan pokok, dimana terdapat beberapa nilai sudut θ yang memberikan nilai tegangan maksimum untuk satu kumpulan tegangan σ_x , σ_y , dan τ_{xy} . Nilai maksimum dan minimum tegangan ini disebut tegangan pokok (*principal stresses*) dan dinyatakan dengan persamaan :

$$\sigma_{mak} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \quad \dots\dots\dots (10.3a)$$

$$\sigma_{min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \quad \dots\dots\dots (10.3b)$$

Arak tegangan pokok, dalam hal ini suatu sudut dilambangkan dengan θ_p , yang terletak antara sumbu-x dan suatu bidang dimana terjadi tegangan pokok yang dinyatakan dengan persamaan :

$$\tan 2\theta_p = \frac{-\tau_{xy}}{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)} \quad \dots\dots\dots (10.4)$$

10.4 Tegangan Geser

Tegangan geser maksimum, yang mana terdapat beberapa nilai sudut θ yang memeberikan nilai tegangan geser maksimum untuk suatu kumpulan tegangan σ_x , σ_y , dan τ_{xy} . Nilai maksimum dan minimum tegangan geser ini dinyatakan dengan persamaan :

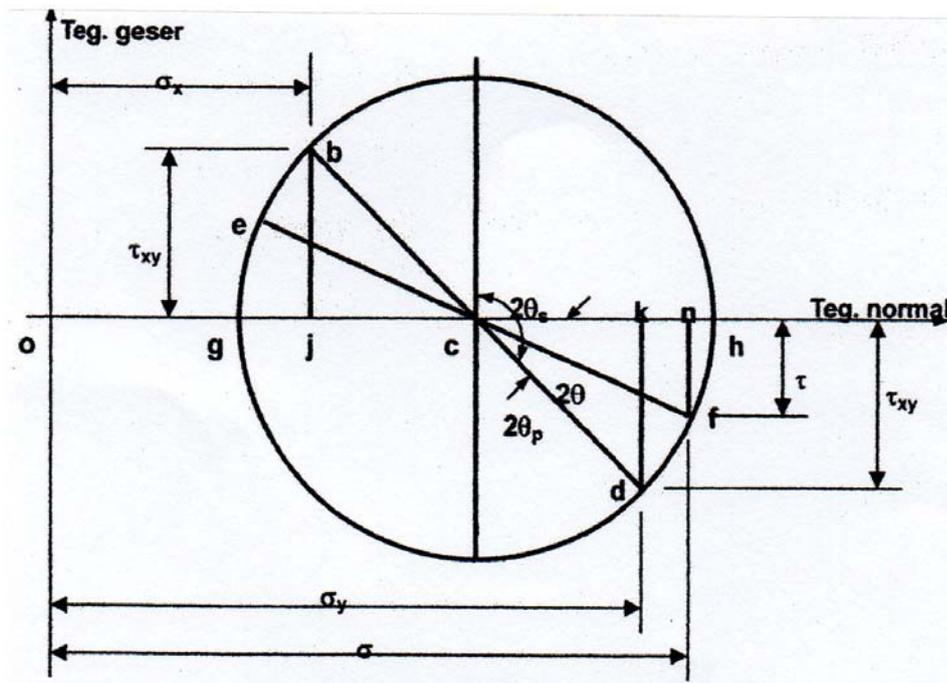
$$\tau_{mk.min} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \quad \dots\dots\dots (10.5)$$

Arah tegangan geser maksimum, dalam hal ini suatu sudut dilambangkan dengan θ_s , yang terletak antara sumbu-x dan suatu bidang dimana terjadi tegangan geser maksimum yang dinyatakan dengan persamaan :

$$\tan 2\theta_s = \frac{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)}{\tau_{xy}} \quad \dots\dots\dots (10.6)$$

10.5 Lingkaran Mohr

Informasi-informasi yang terkandung dalam persamaan-persamaan di atas dapat dinyatakan dalam bentuk grafis yang dikenal dengan *Lingkaran Mohr*. Tegangan normal digambarkan di sepanjang sumbu horisontal dan tegangan geser digambarkan di sepanjang sumbu vertikal. Tegangan-tegangan σ_x , σ_y , dan τ_{xy} diplot dalam skala dan suatu lingkaran digambarkan melalui titik dimana pusatnya terletak pada sumbu horisontal. Pada Gambar 10.3 ditunjukkan lingkaran Mohr untuk suatu elemen yang dikenai berbagai bentuk tegangan.

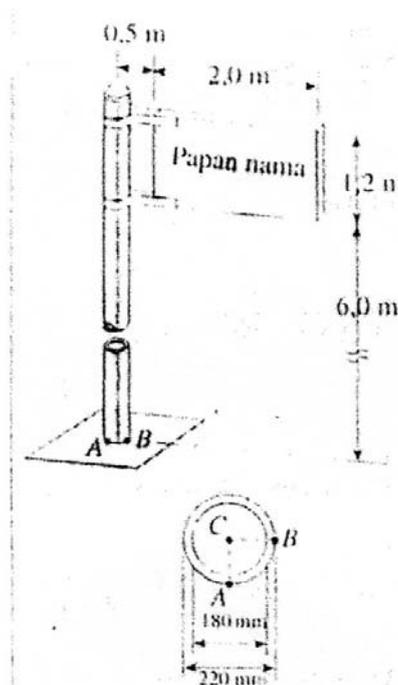


Gambar 10.3 Lingkaran Mohr Elemen Dengan Berbagai Tegangan

Konvensi tanda pada lingkaran Mohr, dimana tegangan tarik adalah positif dan tegangan tekan adalah negatif. Tegangan tarik diplotkan di sebelah kanan titik pusat dan tegangan tekan di sebelah kiri titik pusat. Untuk tegangan geser terdapat perbedaan dengan tanda yang digunakan pada persamaan-persamaan di atas. Tegangan geser adalah positif jika cenderung memutar elemen searah jarum jam, dan negatif jika memutar elemen berlawanan jarum jam. Untuk elemen tersebut tegangan geser pada permukaan vertikal adalah positif, dan pada permukaan horisontal adalah negatif.

10.6 Contoh-Contoh Soal dan Pembahasan

Soal 1. Sebuah papan tanda yang berukuran 2,0 m x 1,2 m ditumpu oleh tiang lingkaran berlubang yang mempunyai diameter luar 220 mm dan diameter dalam 180 mm. Papan tanda ini berjarak 0,5 m dari tiangnya dan tepi bawahnya terletak 0,6 m di atas permukaan tanah. Tentukanlah tegangan utama dan tegangan geser di titik A dan B di dasar tiang akibat tekanan angin sebesar 2,0 kPa terhadap papan tanda.



Penyelesaian :

$$W = p.A = 2.(2 \times 1,2) = 4,8 .kN$$

$$T = W .b = 4,8 \times 1,5 = 7,2 .kNm$$

$$M = W .h = 4,8 \times 6,6 = 31,68 .kNm$$

$$I = \frac{\pi}{64} (d_2^4 - d_c^4) = \frac{\pi}{64} (220^4 - 180^4) = 63,48 \times 10^{-6} m^4$$

$$\sigma_A = \frac{M .d_2}{2I} = \frac{31,68 \times 220}{2(63,48 \times 10^{-6})} = 54,92 .MPa$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} (d_2^4 - d_1^4) = 2I = 126,92 \times 10^{-6} m^4$$

$$\tau_1 = \frac{T .d_2}{2I_p} = \frac{(7,2 \times 220)}{2(126,92 \times 10^{-6})} = 6,24 .MPa$$

$$r_2 = d_2 / 2 = 110 .mm \rightarrow r_1 = d_1 / 2 = 90 .mm$$

$$A = \pi (r_2^2 - r_1^2) = 12 .570 .mm^2$$

$$\tau_2 = \frac{4V}{3A} = \left(\frac{r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2}{r_2^2 + r_1^2} \right) = 0,76 .MPa$$

$$\sigma_x = 0 \rightarrow \sigma_y = \sigma_A = 54,91 .MPa \rightarrow \tau_{xy} = \tau_1 = 6,24 .MPa$$

$$\sigma_x = \sigma_y = 0 \rightarrow \tau_{xy} = \tau_1 + \tau_2 = 7,0 .MPa$$