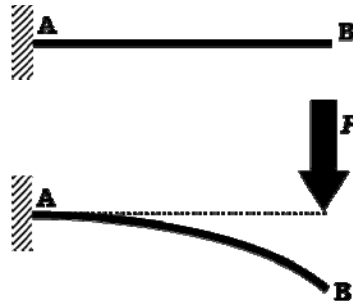


Pertemuan IX,X,XI

VI. Tegangan Pada Balok

6.1 Lenturan Pada Balok

Pembebanan yang bekerja pada balok menyebabkan balok melentur, sehingga sumbunya terdeformasi membentuk lengkungan yang disebut kurva defleksi (lendutan) balok. Defleksi suatu balok di sembarang titik di sepanjang sumbu balok merupakan peralihan titik tersebut dari posisi semula, diukur dalam arah y .



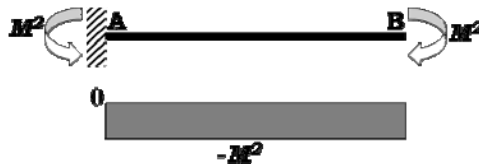
Gambar 6.1 Lentur Pada Balok Kantilever

Balok kantilever AB tanpa dibebani, balok kantilever AB memikul beban P di ujung bebas. Sumbu yang semula lurus akan melentur membentuk lengkungan, yang disebut kurva defleksi (lendutan) balok yang besarnya tergantung pada besar beban yang bekerja.

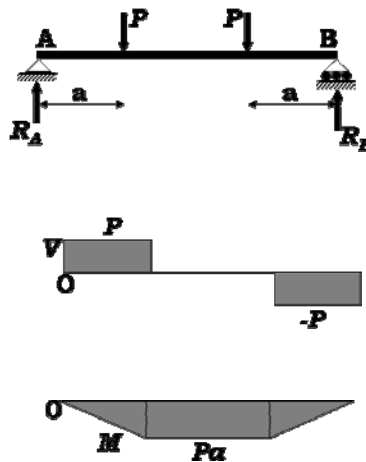
Dalam menganalisis suatu balok, seringkali dibutuhkan pembedaan antara lentur murni dan lentur tak seragam. Lentur murni mengandung arti lentur pada suatu balok akibat momen lentur konstan. Dengan demikian, lentur murni terjadi hanya diadaerah balok dimana gaya geser adalah nol. Sebaliknya lentur tak seragam mengandung arti lentur yang disertai adanya gaya geser, yang berarti bahwa momen lentur berubah pada saat kita menyusuri sepanjang sumbu balok.



Gambar 6.2 Lentur Murni Balok Sederhana

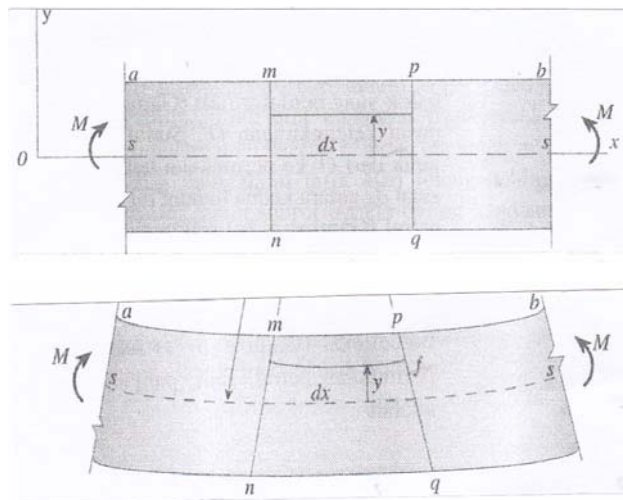


Gambar 6.3 Lentur Murni Balok Kantilever



Gambar 6.4 Lentur Tak Seragam Pada Balok Sederhana

Pada suatu balok yang dibebani, kemungkinan balok akan melengkung akibat gaya momen yang bekerja. Regangan longitudinal di suatu balok dapat diperoleh dengan menganalisis kelengkungan suatu balok beserta deformasinya.



Gambar 6.5 Deformasi balok Yang Mengalami Lentur Murni

Karena adanya deformasi lentur seperti terlihat pada Gambar 6.5, penampang mn dan pq berputar satu sama lain terhadap sumbu yang tegak lurus bidang xy . Garis longitudinal pada bagian cembung (bawah) dari balok memanjang, sedangkan pada bagian cekungnya (atas) dari balok memendek. Jadi bagian bawah balok mengalami tarik dan bagian atas mengalami tekan. Antara bagian atas dan bawah balok terdapat permukaan dengan garis longitudinal yang tidak berubah panjangnya yang disebut garis permukaan netral balok. Perpotongannya dengan bidang penampang disebut sumbu netral penampang.

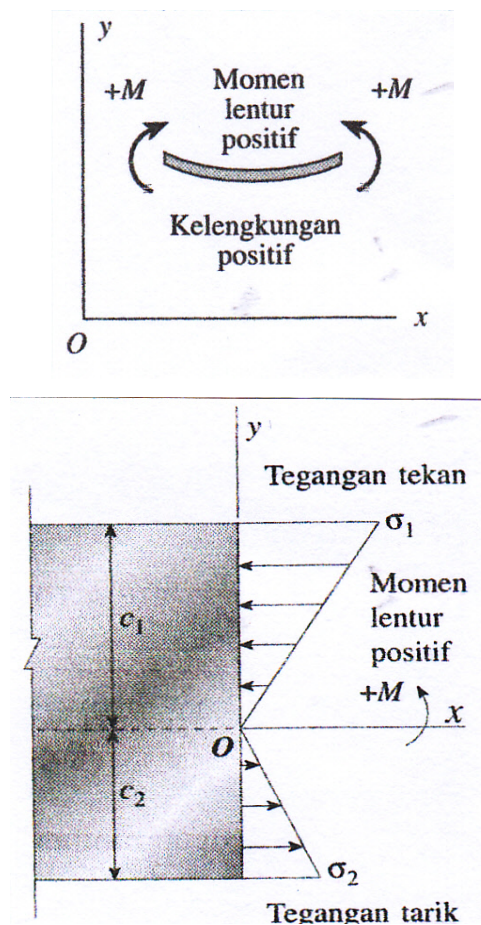
6.2 Diagram Tegangan Lentur

Elemen longitudinal dari suatu balok hanya mengalami tarik atau tekan, maka kita dapat menggunakan kurva tegangan-regangan bahan tersebut untuk menentukan tegangan kalau diketahui regangan. Tegangan bekerja di seluruh bagian penampang dari suatu balok dan intensitasnya bervariasi bergantung pada bentuk diagram tegangan-regangan dan dimensi penampang.

Sumbu netral suatu balok, selalu melewati pusat berat suatu penampang apabila bahannya mengikuti hukum Hooke dan tidak ada gaya aksial yang bekerja di penampang tersebut, sehingga kita mudah menentukan sumbu netral. Balok dengan sumbu y adalah sumbu simetri, karena itu sumbu y juga

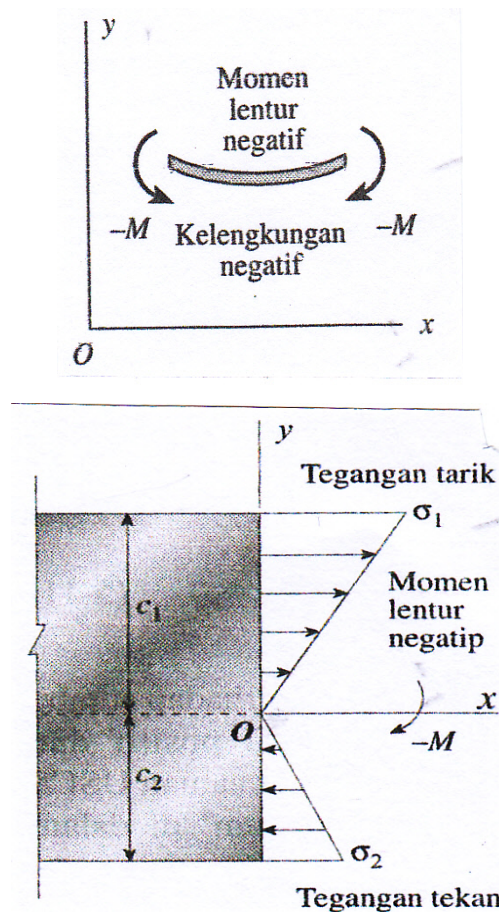
melewati pusat berat. Dengan demikian, pusat sumbu koordinat O terletak di pusat berat penampang.

Distribusi tegangan untuk kasus dimana momen lentur M adalah positif dan balok melentur dengan kelengkungan positif. Apabila kelengkungan adalah positif, maka tegangan σ_x adalah negatif (tekan) di atas permukaan netral dan positif (tarik) di bawahnya, sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 6.6.



Gambar 6.6 Diagram Tegangan Pada Balok Akibat Momen Positif

Distribusi tegangan untuk kasus dimana momen lentur M adalah negatif dan balok melentur dengan kelengkungan negatif. Apabila kelengkungan adalah negatif, maka tegangan σ_x adalah positif (tarik) di atas permukaan netral dan negatif (tekan) di bawahnya, sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 6.7.



Gambar 6.7 Diagram Tegangan Pada Balok Akibat Momen Negatif

6.3 Tegangan Lentur

Setelah lokasi sumbu netral ditentukan dan hubungan momen-kelengkungan sudah didapatkan, maka dapat ditentukan tegangan yang dinayakan dalam momen lentur.

Tegangan lentur menunjukkan bahwa tegangan sebanding dengan momen lentur dan berbanding terbalik dengan momen inersia penampang, besarnya tegangan bervariasi secara linier terhadap jarak y dari sumbu netral. Tegangan lentur dinyatakan dengan persamaan :

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} \quad \dots\dots\dots (6.1)$$

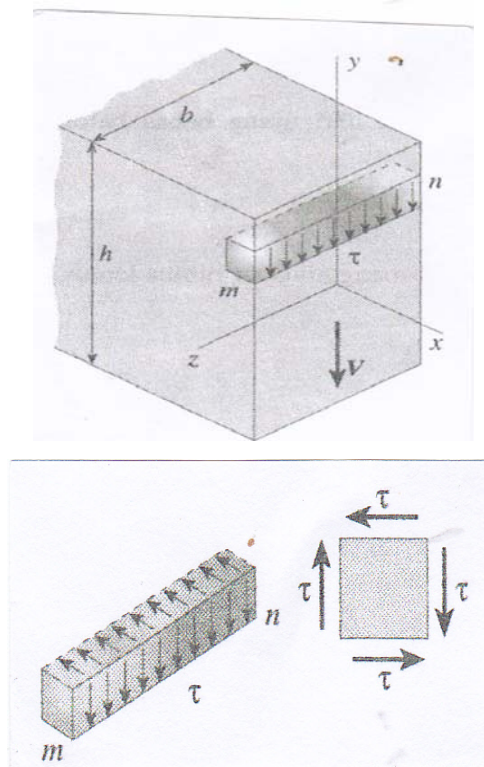
Dimana M adalah besarnya momen yang bekerja, y adalah jarak dari serat yang ditinjau terhadap garis netral, I adalah momen inersia penampang.

Rumus lentur memberikan hasil yang hanya akurat di daerah balok, dimana distribusi tegangan tidak terganggu oleh perubahan bentuk balok atau diskontinuitas pembebanan. Rumus tidak dapat digunakan di dekat tumpuan balok atau dekat beban terpusat. Ketidakteraturan seperti ini menimbulkan tegangan lokal, atau konsentrasi tegangan, yang jauh lebih besar dari tegangan yang diperoleh dari rumus lentur.

6.4 Tegangan Geser

Kebanyakan balok mengalami bebana yang menghasilkan momen lentur dan gaya geser (lentur tak seragam). Pada kasus seperti ini tegangan normal dan tegangan geser timbul di dalam balok.

Tegangan geser τ yang bekerja di penampang dapat diasumsikan sejajar dengan gaya geser, yaitu sejajar dengan sisi vertikal penampang. Juga dapat diasumsikan bahwa tegangan geser mempunyai distribusi terbagi rata di seluruh lebar balok, meskipun tegangan tersebut bervariasi terhadap tingginya.



Gambar 6.8 Tegangan Geser Disuatu Balok Penampang Persegi Panjang

Tegangan geser menunjukkan bahwa tegangan sebanding dengan gaya geser dan berbanding terbalik dengan momen inersia penampang, besarnya tegangan bervariasi secara kuadratik terhadap jarak y dari sumbu netral, dinyatakan dengan persamaan berikut.

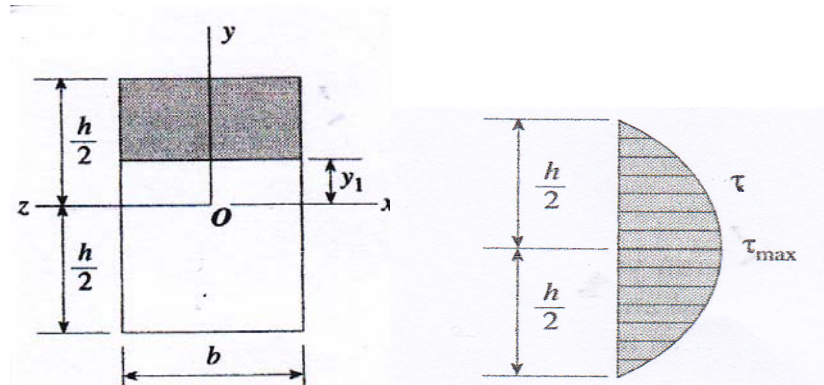
$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b} \quad \dots\dots\dots (6.2)$$

Dimana V adalah besarnya gaya geser yang bekerja, Q adalah statis momen dari tegangan geser pada serat yang ditinjau terhadap garis netral, I adalah momen inersia penampang, b adalah lebar penampang pada serat yang ditinjau.

6.5 Distribusi Tegangan Geser

Distribusi tegangan geser disuatu balok dengan berbagai bentuk penampang. Momen pertama atau statis momen Q dari bagian penampang yang digelapkan diperoleh dengan mengalikan luas dengan jarak titik beratnya ke sumbu netral.

1. Distribusi tegangan geser pada balok persegi panjang

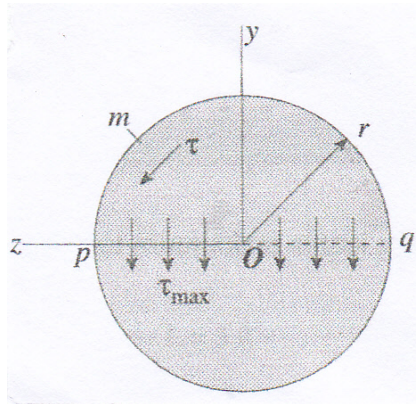


Gambar 6.9 Diagram Tegangan Geser Pada Balok Persegi

Tegangan geser yang terjadi :

$$\tau = \frac{V}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right) \quad \dots\dots\dots (6.3)$$

2. Distribusi tegangan geser pada balok lingkaran



Gambar 6.10 Diagram Tegangan Geser Pada Balok Lingkaran

Tegangan geser yang terjadi pada garis netral :

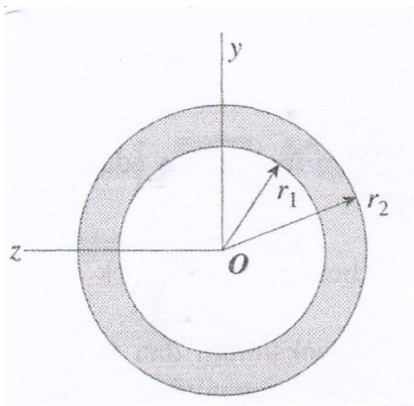
$$\tau_{mak} = \frac{V \cdot Q_{mak}}{I \cdot b} = \frac{V \left(\frac{2r^3}{3} \right)}{\left(\frac{\pi r^4}{4} \right) (2r)} = \frac{4V}{3\pi r^2} = \frac{4V}{3A}$$

Dimana,

$$Q_{mak} = \left(\frac{\pi r^2}{2} \right) \left(\frac{4r}{3\pi} \right) = \frac{2r^3}{3}$$

$$I = \frac{\pi r^4}{4}; b = 2r$$

3. Distribusi tegangan geser pada balok lingkaran berlobang



Gambar 6.11 Diagram Tegangan Geser Pada Balok Lingkaran Berlobang

Tegangan geser yang terjadi pada garis netral :

$$\tau_{mak} = \frac{V \cdot Q_{mak}}{I \cdot b} = \frac{4V}{3A} \left(\frac{r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2}{r_2^2 + r_1^2} \right)$$

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

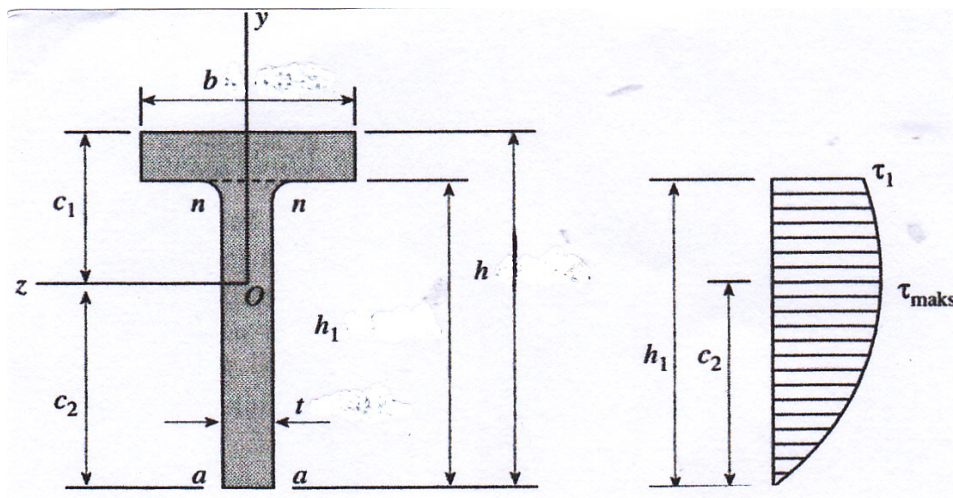
Dimana,

$$Q_{mak} = \frac{2}{3}(r_2^3 - r_1^3)$$

$$I = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - r_1^4)$$

$$b = 2(r_2 - r_1)$$

4. Distribusi tegangan geser pada balok T



Gambar 6.12 Diagram Tegangan Geser Pada Balok T

Tegangan geser yang terjadi :

$$\tau_1 = \frac{V \cdot Q_1}{I \cdot t}$$

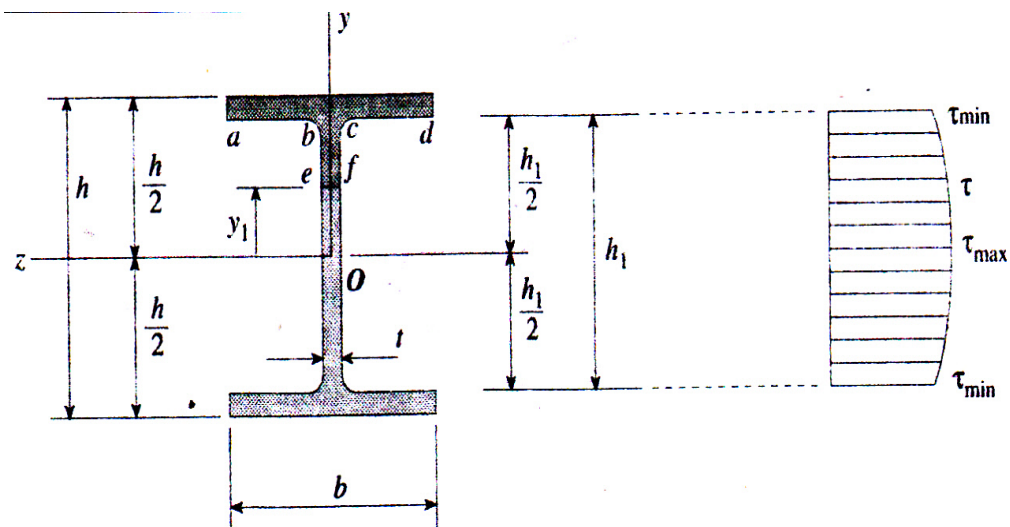
$$Q_1 = t \cdot h_1 \left(c_2 - \frac{h_1}{2} \right)$$

$$Q_{mak} = t \cdot c_2 \left(\frac{c_2}{2} \right)$$

Tegangan geser yang terjadi pada garis netral :

$$\tau_{mak} = \frac{V \cdot Q_{mak}}{I \cdot t} = \frac{V \left(t \cdot c_2 \left(\frac{c_2}{2} \right) \right)}{I \cdot t} = \frac{V \cdot \frac{c_2^2}{2}}{I}$$

5. Distribusi tegangan geser pada balok I



Gambar 6.13 Diagram Tegangan Geser Pada Balok I

Tegangan geser yang terjadi :

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t}$$

$$Q = \frac{b}{8} (h^2 - h_1^2) + \frac{t}{8} (h_1^2 - 4 y_1^2)$$

$$I = \frac{1}{12} b \cdot h^3 - \frac{(b - t) h_1^3}{12} = \frac{1}{12} (b \cdot h^3 - b \cdot h_1^3 + t \cdot h_1^3)$$

Tegangan geser yang terjadi pada pertemuan flens dan badan :

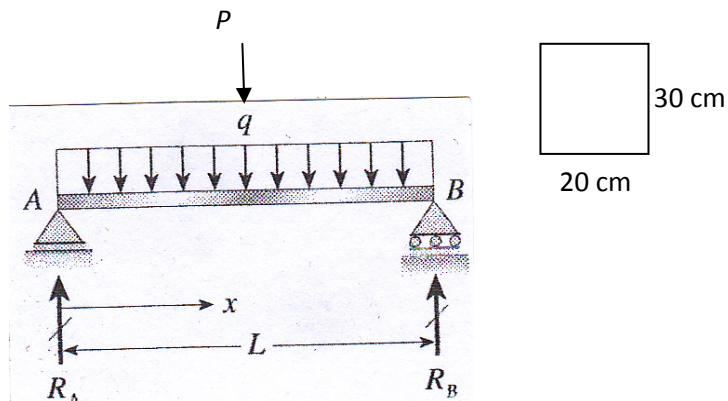
$$\tau_{min} = \frac{V \cdot b}{8 I \cdot t} (h^2 - h_1^2)$$

Tegangan geser yang terjadi pada garis netral :

$$\tau_{mak} = \frac{V \cdot Q_{mak}}{I \cdot t} = \frac{V}{8 I t} (b \cdot h^2 - b \cdot h_1^2 + t \cdot h_1^2)$$

6.6 Contoh-Contoh Soal dan Pembahasan

Soal 1. Sebuah balok sederhana AB dengan panjang $L = 6$ m, memikul beban terbagi rata $q = 1$ kN/m dan beban terpusat $P = 5$ kN yang terletak di tengah bentang. Tentukan tegangan tarik dan tekan maksimum di balok akibat lentur.



Penyelesaian :

- Momen maksimum :

$$M_{mak} = \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2 + \frac{1}{4} \cdot P \cdot L$$

$$M_{mak} = \frac{1}{8} \cdot 1 \cdot 6^2 + \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot 6 = 12 \text{ kNm} = 12 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

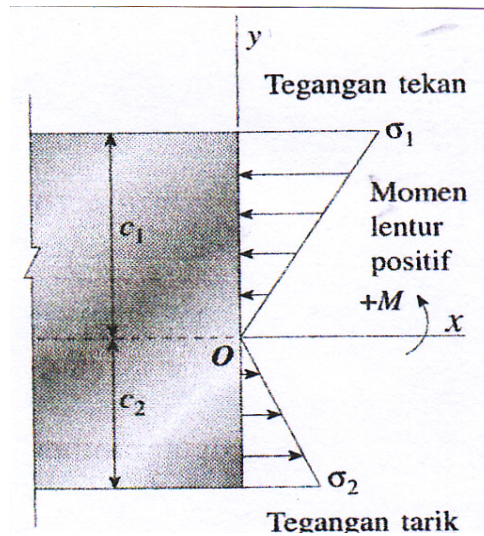
- Titik berat dan momen inersia :

$$x = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$y_a = \frac{1}{2} \cdot 30 = 15 \text{ cm} = 150 \text{ mm}$$

$$y_b = 150 \text{ mm}$$

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 300^3 = 4,5 \times 10^8 \text{ mm}^4$$



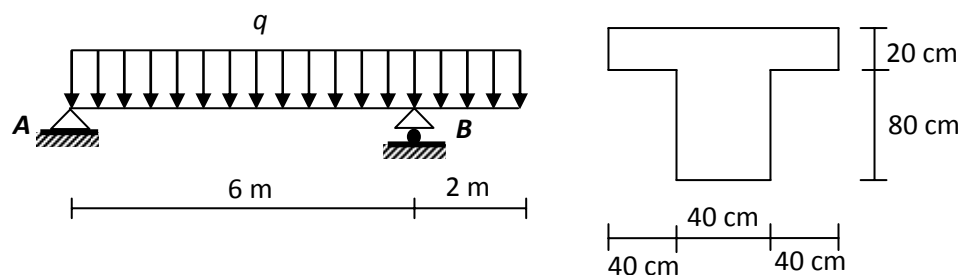
- Tegangan tekan maksimum.

$$\sigma_1 = \frac{M_{mak}^+ \cdot y_a}{I_x} = \frac{(12 \times 10^6) \cdot 150}{4,5 \times 10^8} = 4 \text{ N/mm}^2$$

- Tegangan tarik maksimum.

$$\sigma_2 = \frac{M_{mak}^+ \cdot y_b}{I_x} = \frac{(12 \times 10^6) \cdot 150}{4,5 \times 10^8} = 4 \text{ N/mm}^2$$

Soal 2. Sebuah balok gantung ABC dengan panjang $L = 6$ m, dan panjang bagian yang menggantung 2 m, memikul beban terbagi rata $q = 1$ kN/m. Tentukan tegangan tarik dan tekan maksimum di balok akibat lentur.



Penyelesaian :

- Reaksi perletakan dan momen maksimum :

$$R_{VA} = \frac{1 \times 8 \times 2}{6} = 2,67 \text{ kN}$$

$$R_{VB} = \frac{1 \times 8 \times 4}{6} = 5,33 \text{ kN}$$

$$M_x = R_{VA} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2$$

$$\frac{dM_x}{dx} = 0 \rightarrow R_{VA} - qx = 0 \rightarrow x = \frac{R_{VA}}{q} = \frac{2,67}{1} = 2,67 \text{ m}$$

$$M_{mak} = (2,67 \cdot 2,67) - (\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2,67^2)) = 3,564 \text{ kNm}$$

$$M_B = -1 \times 2 \times 1 = -2 \text{ kNm}$$

- Titik berat dan momen inersia :

$$y_b = \frac{90 \cdot (120 \times 20) + 40 \cdot (40 \times 80)}{(120 \times 20) + (40 \times 80)} = 61,43 \text{ cm}$$

$$y_a = 100 - 61,43 = 38,57 \text{ cm}$$

$$y_1 = 28,57 \text{ cm}$$

$$y_2 = 21,43 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot 1200 \cdot 200^3 + (1200 \times 200) \cdot 28,57^2 + \frac{1}{12} \cdot 400 \cdot 800^3 + (400 \times 800) \cdot 21,43^2$$

$$I_x = 1,74 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

- Tegangan tekan maksimum, akibat momen positif maksimum.

$$\sigma_{1(\text{tekan})} = \frac{M_{mak}^+ \cdot y_a}{I_x} = \frac{(3,564 \times 10^6) \cdot 38,57}{1,74 \times 10^{10}} = 0,008 \text{ N/mm}^2$$

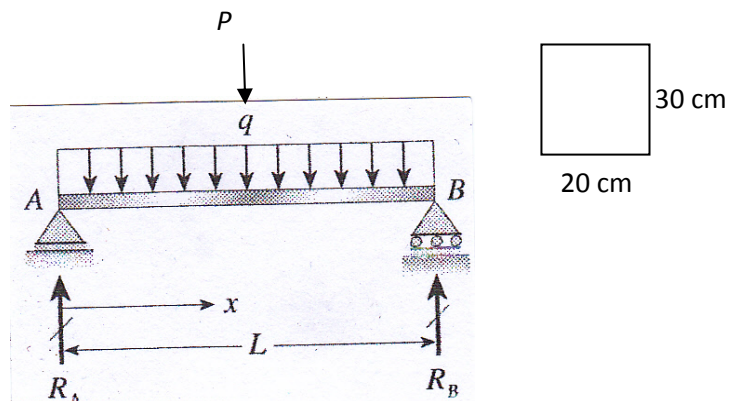
$$\sigma_{2(\text{tarik})} = \frac{M_{mak}^+ \cdot y_b}{I_x} = \frac{(3,564 \times 10^6) \cdot 61,43}{1,74 \times 10^{10}} = 0,013 \text{ N/mm}^2$$

- Tegangan tekan maksimum, akibat momen positif maksimum.

$$\sigma_{1(\text{tarik})} = \frac{M_{mak}^- \cdot y_a}{I_x} = \frac{(2 \times 10^6) \cdot 38,57}{1,74 \times 10^{10}} = 0,004 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{2(\text{tekan})} = \frac{M_{mak}^- \cdot y_b}{I_x} = \frac{(2 \times 10^6) \cdot 61,43}{1,74 \times 10^{10}} = 0,007 \text{ N/mm}^2$$

Soal 3. Sebuah balok sederhana AB dengan panjang $L = 6$ m, memikul beban terbagi rata $q = 1$ kN/m dan beban terpusat $P = 5$ kN yang terletak di tengah bentang. Tentukan geser maksimum di balok akibat gaya geser.



Penyelesaian :

- Gaya geser maksimum

$$V_{mak} = R_{VA} = R_{VB} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot L + \frac{1}{2} \cdot P$$

$$V_{mak} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 5 = 5,5 \text{ kN}$$

- Titik berat dan momen inersia :

$$x = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$y_a = \frac{1}{2} \cdot 30 = 15 \text{ cm} = 150 \text{ mm}$$

$$y_b = 150 \text{ mm}$$

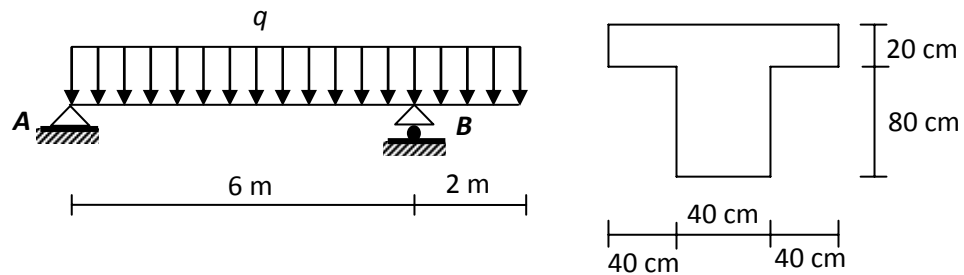
$$I_x = \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 300^3 = 4,5 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

- Tegangan geser maksimum yang terjadi di garis netral :

$$\tau = \frac{V}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)$$

$$\tau = \frac{5,5 \times 10^3}{2 \cdot (4,5 \times 10^8)} \left(\frac{300^2}{4} - 75^2 \right) = 0,103 \text{ N / mm}^2$$

Soal 4. Sebuah balok gantung ABC dengan panjang $L = 6$ m, dan panjang bagian yang menggantung 2 m, memikul beban terbagi rata $q = 1$ kN/m. Tentukan tegangan geser maksimum di balok akibat gaya geser



Penyelesaian :

- Reaksi perletakan dan gaya geser maksimum :

$$R_{VA} = \frac{1 \times 6 \times 6}{2} = 18 \text{ kN}$$

$$R_{VB} = \frac{1 \times 6 \times 12}{2} = 36 \text{ kN} = V_{\max}$$

- Titik berat dan momen inersia :

$$y_b = \frac{90 \cdot (120 \times 20) + 40 \cdot (40 \times 80)}{(120 \times 20) + (40 \times 80)} = 61,43 \text{ cm}$$

$$y_a = 100 - 61,43 = 38,57 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot 1200 \cdot 200^3 + (1200 \times 200) \cdot 28,57^2 + \frac{1}{12} \cdot 400 \cdot 800^3 + (400 \times 800) \cdot 21,43^2$$

$$I_x = 1,74 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

- Statis Momen

$$Q_1 = t \cdot h_1 \left(c_2 - \frac{h_1}{2} \right) = 400 \cdot 800 \left(61,43 - \frac{800}{2} \right) = 68576000 \text{ mm}^3$$

$$Q_{\max} = t \cdot c_2 \left(\frac{c_2}{2} \right) = 400 \cdot 61,43 \left(\frac{61,43}{2} \right) = 75472898 \text{ mm}^3$$

$$\tau_1 = \frac{V \cdot Q_1}{I \cdot t} = \frac{5500 \cdot 68576000}{(4,5 \times 10^8) \cdot 400} = 2,1 \text{ N/mm}^2$$

- Tegangan yang terjadi :

$$\tau_1 = \frac{V \cdot Q_1}{I \cdot t} = \frac{5500 \cdot 68576000}{(4,5 \times 10^8) 400} = 2,1 \cdot N / mm^2$$

$$\begin{aligned} \tau_{mak} &= \frac{V \cdot Q_{mak}}{I \cdot t} = \frac{V \left(t \cdot c_2 \left(\frac{c_2}{2} \right) \right)}{I \cdot t} = \frac{V \cdot \frac{c_2^2}{2}}{I} \\ \tau_{mak} &= \frac{5500 \times 75472898}{(4,5 \times 10^8) 400} = 2,3 \cdot N / mm^2 \end{aligned}$$