

Pertemuan XIV, XV

VII. Garis Pengaruh

VII.1 Pendahuluan

Adanya muatan hidup yang bergerak dari satu ujung ke ujung lain pada suatu konstruksi disebut beban bergerak. Misalkan ada sebuah kendaraan melalui suatu jembatan, maka akan timbul perubahan-perubahan nilai reaksi maupun gaya dalam. Nilai ini tergantung pada posisi kendaraan pada jembatan, yang sekaligus menunjukkan hubungan reaksi atau gaya dalam dengan letak titik tangkap beban. Contoh lain, pada suatu ketika pada salah satu batang dari suatu konstruksi rangka batang yang dibebani muatan hidup mungkin akan bersifat tarik, dan pada ketika lain akan bersifat tekan.

Dalam merencanakan ukuran satu bagian tertentu dari suatu konstruksi, perlu dipertimbangkan agar bagian dari konstruksi itu selaras dengan bentuk konstruksi dan cukup kuat gaya terbesar yang akan terjadi pada konstruksi tersebut. Besarnya gaya dalam yang dihasilkan oleh muatan hidup pada bagian tertentu tergantung pada posisi muatan pada konstruksi. Dalam hal ini akan dibahas lebih lanjut tentang posisi muatan hidup yang mengakibatkan nilai gaya dalam maksimum pada bagian tertentu dari suatu konstruksi, dapat berupa reaksi perletakan, gaya lintang, dan momen lentur, atau gaya batang pada rangka batang.

VII. 2 Pengertian Garis Pengaruh

Garis pengaruh digunakan sebagai dasar perhitungan pada konstruksi yang menerima muatan bergerak. Yang dimaksud dengan muatan bergerak adalah kedudukan muatan yang selalu berubah, misalnya mobil atau kereta api. Akibat muatan yang berubah ini pengaruhnya terhadap penampang konstruksi juga akan berubah.

Untuk keperluan ini, kita memerlukan lukisan garis pengaruh. Garis pengaruh adalah suatu garis yang menunjukkan besarnya pengaruh dari suatu muatan untuk setiap perubahan kedudukan muatan.

Besarnya reaksi atau gaya dalam pada suatu konstruksi tergantung dari posisi beban pada konstruksi, hubungan tersebut dapat dinyatakan sebagai :

$$y = P.f(x) \quad \dots\dots\dots 7.1)$$

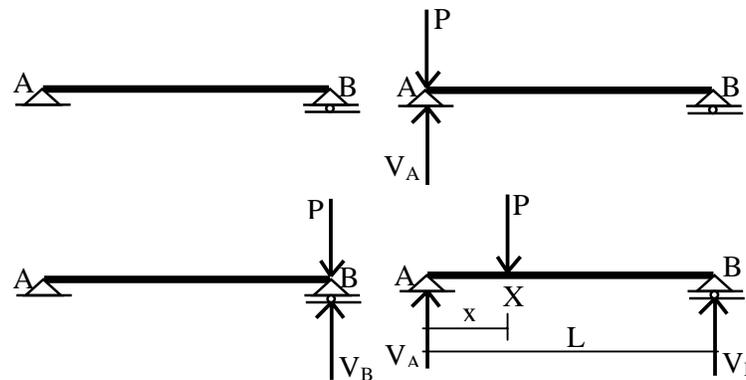
Dengan y menyatakan nilai reaksi atau gaya dalam, x menyatakan posisi beban pada konstruksi, dan P menyatakan besarnya beban pada konstruksi. Jadi garis pengaruh pada suatu konstruksi dapat berupa garis pengaruh reaksi, garis pengaruh gaya lintang, dan garis pengaruh momen lentur.

VII.3 Diagram Garis Pengaruh

Garis pengaruh dinyatakan di dalam diagram, garis pengaruh yang bernilai positif digambarkan di dalam diagram ke bawah, kecuali bila gambar diagram itu disuperposisikan.

VII.3.1 Garis Pengaruh Balok

1. Garis pengaruh balok sederhana



Gambar 7.1 Garis Pengaruh Reaksi Perletakan Pada Balok Sederhana

Apabila suatu konstruksi balok sederhana AB dimuatkan beban hidup P yang bergerak dari A ke B, seperti pada Gambar 7.1. Pada saat gaya P berada di titik A, maka reaksi perletakan A sebesar P , sedangkan reaksi perletakan di B sebesar 0. Sebaliknya bila muatan P ada di atas perletakan

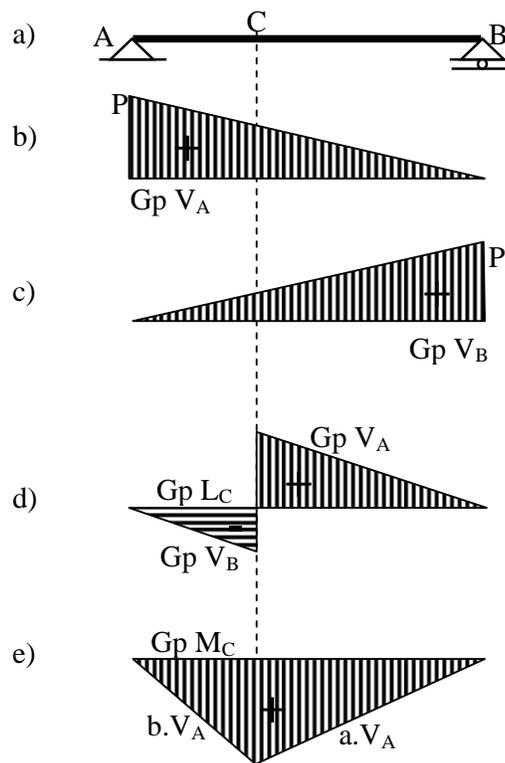
B akan menghasilkan reaksi perletakan A sebesar 0 dan reaksi perletakan B sebesar P. Apabila kemudian muatan sedang berada di suatu titik X, maka reaksi perletakan A akan sebesar :

$$V_A = \frac{L-x}{L} \cdot P \quad \dots\dots\dots 7.2a)$$

Sedangkan reaksi perletakan B akan sebesar :

$$V_B = \frac{x}{L} \cdot P \quad \dots\dots\dots 7.2b)$$

Kedua nilai tersebut menunjukkan suatu persamaan linear. Dengan demikian kedua reaksi perletakan dapat dinyatakan di dalam suatu diagram seperti terlihat pada Gambar 7.2b dan 7.2c. Diagram ini dimaksudkan sebagai garis pengaruh, disingkat dengan Gp V_A , Gp V_B .



Gambar 7.2 Diagram Garis Pengaruh Pada Balok Sederhana

Selanjutnya pada Gambar 7.2d diperlihatkan garis pengaruh gaya lintang di suatu titik pada konstruksi, misalnya di titik C. Bila muatan P bergerak dari A ke C, gaya lintang di C sebesar V_B , dan bilamana muatan P bergerak dari C ke B, maka gaya lintang di C akan sebesar V_A , dengan persamaan garis pengaruh gaya lintangnya adalah :

$$\overline{AC} \rightarrow L_C = -V_B \quad \dots\dots\dots 7.3a)$$

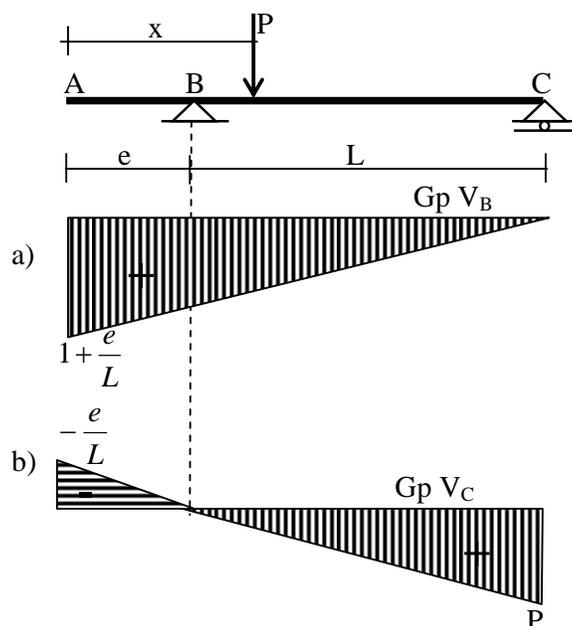
$$\overline{CB} \rightarrow L_C = +V_A \quad \dots\dots\dots 7.3b)$$

Dengan cara yang sama momen lentur di titik C, seperti diperlihatkan pada gambar 7.3e dapat ditentukan. Bila muatan P bergerak dari A ke C, maka momen lentur di C sama dengan kelipatan kali reaksi perletakan B yang berlaku dari A ke C, dengan persamaan garis pengaruh momen lenturnya adalah :

$$\overline{AC} \rightarrow M_C = V_B \cdot b \quad \dots\dots\dots 7.4a)$$

$$\overline{CB} \rightarrow M_C = V_A \cdot a \quad \dots\dots\dots 7.4b)$$

2. Garis pengaruh balok gantung



Gambar 7.3 Garis Pengaruh Reaksi Perletakan Pada Balok Gantung

Muatan $P = 1$ kN bergerak sejauh x dari ujung bebas A, seperti pada Gambar 7.3, maka dapat dihitung reaksi perletakan sebagai berikut :

Garis pengaruh reaksi B.

$$V_B = \frac{(L+e)-x}{L} \cdot P \quad \dots\dots\dots 7.5a)$$

$$Gp.V_B = 1 + \frac{e}{L} - \frac{x}{L}$$

Untuk $x = 0 \rightarrow V_B = 1 + \frac{e}{L}$

$x = e \rightarrow V_B = 1$

$x = L + e \rightarrow V_B = 0$

Garis pengaruh reaksi C.

$$V_C = \frac{x-e}{L} \cdot P \quad \dots\dots\dots 7.5b)$$

$$Gp.V_B = \frac{x}{L} - \frac{e}{L}$$

Untuk $x = 0 \rightarrow V_C = -\frac{e}{L}$

$x = e \rightarrow V_C = 0$

$x = L + e \rightarrow V_C = 1$

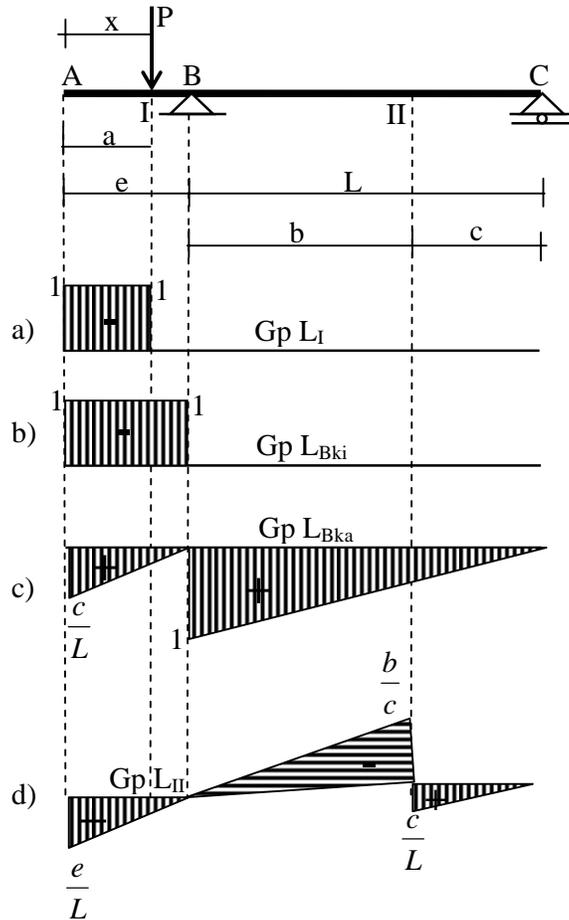
Garis pengaruh gaya lintang di titik I, B dan II, diperlihatkan pada Gambar 7.4a, 7.4b, 7.4c, dan 7.4d.

Gaya lintang di titik I.

Bila P di sebelah kiri I akan didapat garis pengaruh $L_1 = -P$, bila P di sebelah kanan titik I didapat $L_1 = 0$.

Hal ini berlaku juga untuk gaya lintang di titik B_{kiri}. Bila P bergerak di sebelah kiri titik B akan didapat garis pengaruh $L_{Bkanan} = V_C$ yang berlaku di AB, dengan tanda positif.

Bila P bergerak di sebelah kanan titik B akan didapat garis pengaruh $L_{Bkanan} = V_B$ yang berlaku di BC.



Gambar 7.4 Garis Pengaruh Gaya Lintang Pada Balok Gantung

Dengan cara yang sama didapat garis pengaruh gaya lintang di titik II.

Bila P di sebelah kiri titik II didapat :

$$Gp.L_{II} = V_C (\text{positif}) \quad \dots\dots\dots 7.6a)$$

Bila P di sebelah kanan titik II didapat :

$$Gp.L_{II} = V_B \quad \dots\dots\dots 7.6b)$$

Garis pengaruh momen lentur yang terletak di antara AB, di titik B dan di antara BC, misalkan titik-titik I, B dan II, seperti diperlihatkan pada Gambar 7.5a, 7.5b, dan 7.5c.

Garis pengaruh M_I .

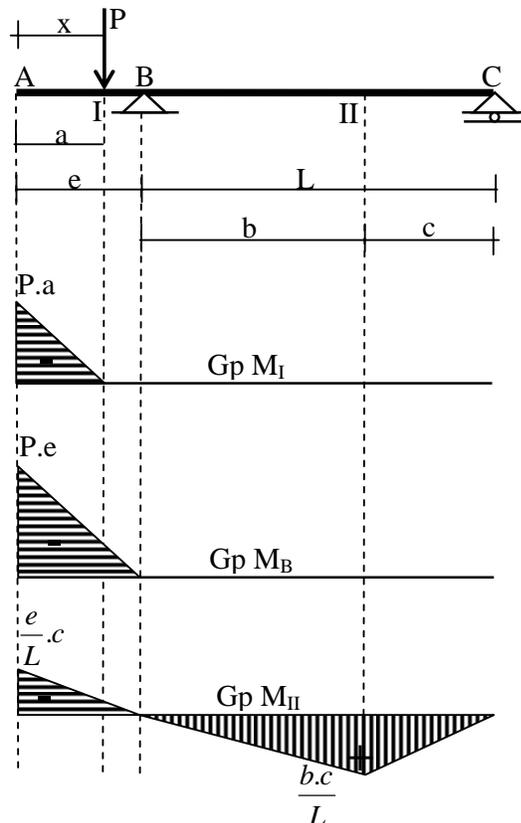
Bila P di sebelah kiri I akan didapat persamaan garis pengaruh :

$$M_I = -P.(a - x) \quad \dots\dots\dots 7.7a)$$

Bila P di sebelah kanan I nilai garis pengaruh sama dengan nol, berlaku juga untuk titik G, yakni bila P di sebelah kiri titik B, berlaku persamaan :

$$M_B = -P(e - x) \quad \dots\dots\dots 7.7b)$$

dan bila P di sebelah kanan B, nilai garis pengaruh menjadi nol.



Gambar 7.5 Garis Pengaruh Momen Pada Balok Gantung

Garis pengaruh M_{II} .

Bila P di sebelah kiri II akan didapat persamaan garis pengaruh :

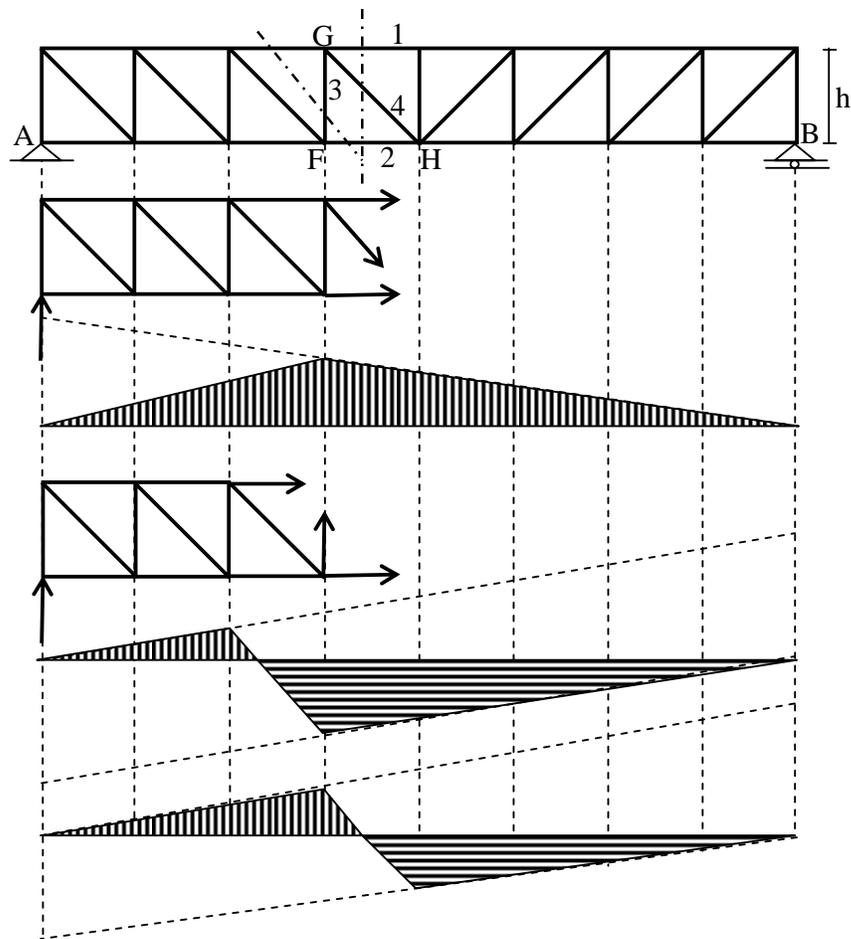
$$M_{II} = V_C \cdot c \quad \dots\dots\dots 7.7c)$$

Bila P sebelah kanan II akan didapat persamaan garis pengaruh :

$$M_{II} = V_B \cdot b \quad \dots\dots\dots 7.7d)$$

VII.3.2 Garis Pengaruh Rangka Batang

Suatu rangka batang sederhana, seperti pada Gambar 7.6, akan ditentukan garis pengaruh ada batang-batang 1, 2, 3, dan 4.



Gambar 7.6 Garis Pengaruh Rangka Batang

Berdasarkan cara Ritter, gaya batang 1 dan batang 2 ditentukan dengan persamaan :

$$b_1 = \frac{M_H}{h} \quad \dots\dots\dots 7.8a)$$

$$b_2 = \frac{M_G}{h}$$

..... 7.8b)

Garis pengaruh M_G dan M_H juga dapat ditentukan. Dengan demikian garis pengaruh gaya batang 1 dan gaya batang 2 dapat dibuat. Selanjutnya gaya batang 2 dan gaya batang 3 ditentukan dengan persamaan :

$$b_2 = L_{FKi} \cdot \text{Co sec.} \alpha \quad \text{..... 7.8c)}$$

$$b_2 = L_{FKa} \cdot \text{Sec.} \alpha \quad \text{..... 7.8d)}$$

Sedangkan L_{FKi} dan sudut batang diagonal diketahui. Jadi dengan demikian garis pengaruh gaya batang 3 dan gaya batang 4 dapat dibuat, sesuai dengan gaya lintang di F sebelah kiri.

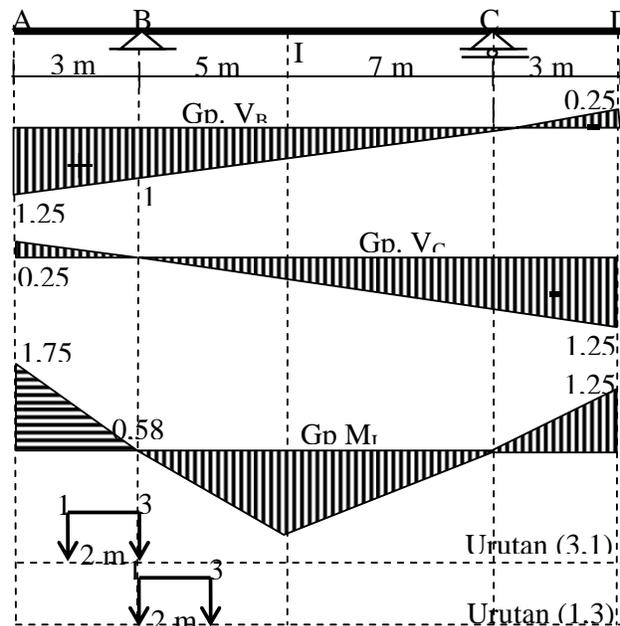
VII.4 Manfaat Garis Pengaruh

Muatan hidup yang bekerja pada suatu jembatan tidak hanya berupa muatan titik P, melainkan terdapat juga muatan berantai seperti rangkaian mobil, kereta api seperti terlihat pada Gambar 7.7. Selain dari pada itu terdapat pula muatan terbagi rata.



Gambar 7.7 Muatan Berantai

Suatu konstruksi balok sederhana yang dibebani muatan hidup berantai seperti pada Gambar 7.8, dalam hal ini akan ditentukan garis pengaruh reaksi perletakan dan garis pengaruh momen lentur di titik I.



Gambar 7.8 Penggunaan Garis Pengaruh Akibat Muatan Berantai

Garis pengaruh momen I menggambarkan besarnya momen lentur I bila gaya $P = 1$ kN bergerak sepanjang batang AD. Bila suatu gaya $P = 3$ kN bergerak di titik A, maka :

$$M_I = -1,75 \times 3 = -5,25 \text{ kNm}$$

Gaya $P = 3$ ton ini akan menimbulkan M_I terbesar bila P ada di titik I, yakni sebesar :

$$M_I = 2,917 \times 3 = 8,75 \text{ kNm}$$

Bila muatan hidup bergerak dalam urutan (1,3) dan gaya 1 kN ada di titik A, maka :

$$M_I = (1,75 \times 1) + (0,58 \times 3) = 3,49 \text{ kNm}$$

Nilai ini akan berubah bila rangkaian ini berbalik arah menjadi (3,1) dan gaya 3 kN di A, maka :

$$M_I = (1,75 \times 3) + (0,58 \times 1) = 5,83 \text{ kNm}$$

Ternyata rangkaian ini memberi hasil M_I yang lebih besar, sehingga dapat disimpulkan bahwa *rangkaiannya akan menghasilkan nilai terbesar bila gaya yang lebih besar ditempatkan pada ordinat pengaruh terbesar pula.*

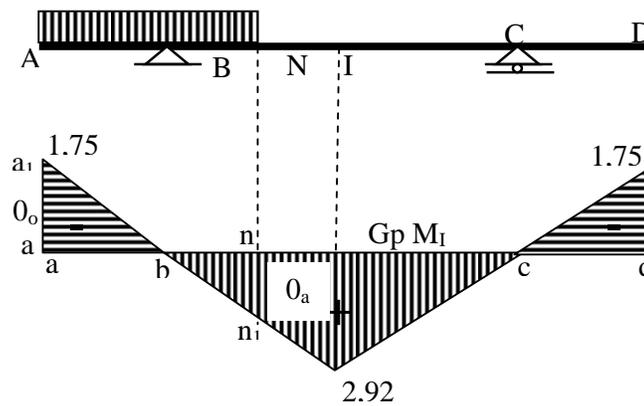
Dari pernyataan tersebut dapat diduga bahwa rangkaian ini akan dapat menghasilkan nilai M_I terbesar bila gaya 3 kN ditempatkan di titik I, dan ada dua kemungkinan urutan, yaitu :

$$\text{Urutan} \rightarrow (3,1) \rightarrow M_I = (1,75 \times 1) + (2,92 \times 3) = 10,51 \text{ kNm}$$

$$\text{Urutan} \rightarrow (1,3) \rightarrow M_I = (2,92 \times 3) + (2,08 \times 1) = 10,84 \text{ kNm}$$

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa penempatan gaya 3 kN di titik I dengan urutan (3,1) akan menghasilkan M_I terbesar.

Selanjutnya dengan memanfaatkan garis pengaruh, momen lentur akibat muatan terbagi rata juga dapat ditentukan. Bila sejumlah muatan terbagi rata bekerja pada suatu konstruksi, seperti pada Gambar 7.9, maka dapat dihitung besarnya momen lentur akibat muatan tersebut. Dengan menggunakan diagram garis pengaruh momen lentur akibat muatan terbagi rata q dapat dianalisis.



Gambar 7.9 Garis Pengaruh Muatan Terbagi Rata

Bila muatan q bekerja di titik A, maka :

$$M_I = qx \cdot \text{ord. peng. A} \quad \dots\dots\dots 7.9a)$$

$$M_I = 1,75xq \quad \dots\dots\dots 7.9b)$$

Bila ordinat pengaruh di A dinyatakan dengan 0_o , maka pengaruh M_I akibat muatan q sepanjang AN sama dengan :

$$qx0_o + qx0_1 + q \cdot 0_2 + \dots + qx0_a \quad \dots\dots\dots 7.9c)$$

Berarti :

$$M_I = q(0_o + 0_1 + 0_2 + \dots + 0_a) \quad \dots\dots\dots 7.9d)$$

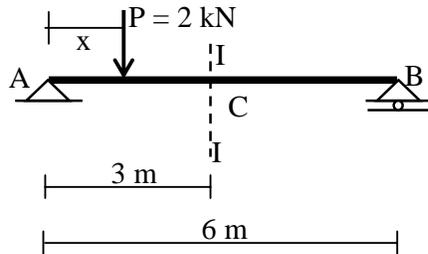
Atau

$$M_I = qx(-1/2 \cdot 1,75x3 + 1/2 \cdot 1,17x2) = -1,46q$$

Dari uraian tersebut di atas disimpulkan bahwa pengaruh muatan terbagi rata pada suatu konstruksi ditentukan oleh *luas bidang pengaruh*. Konstruksi diatas yang dibebani muatan terbagi rata q akan member akibat terbesar M_I bila muatan itu terbentang sepanjang BC, sebesar $q \times$ luas bci.

VII.5 Contoh-Contoh Soal dan Pembahasan

Soal 1. Balok AB (A sendi, B rol) seperti tergambar, memikul beban $P = 2$ kN yang bergerak A ke B. Tentukan garis pengaruh reaksi, gaya lintang dan momen.



Gambar 7.10 Balok Sederhana Dengan Beban Bergerak Muatan Terpusat

Penyelesaian :

- Garis pengaruh reaksi :

P bergerak sejarak x , dari titik A ke B

$$0 \leq x \leq 6m$$

$$V_A = \frac{L-x}{L} \cdot P$$

$$V_B = \frac{x}{L} \cdot P$$

Untuk :

$$x = 0 \rightarrow V_A = \frac{6-0}{6} \cdot 2 = 2.kN; \rightarrow V_B = \frac{0}{6} \cdot 2 = 0$$

$$x = 6m \rightarrow V_A = \frac{6-6}{6} \cdot 2 = 0.kN; \rightarrow V_B = \frac{6}{6} \cdot 2 = 2.kN$$

- Garis pengaruh gaya lintang dan momen lentur :

P berada antara A dan potongan I – I (titik C)

$$\overline{AC} \rightarrow 0 \leq x \leq 3m$$

$$L_x = -V_B = -\frac{x}{L} \cdot P$$

$$M_x = V_B \cdot b$$

Untuk :

$$x = 0 \rightarrow L_0 = -\frac{0}{6} \cdot 2 = 0; \rightarrow M_0 = 0.3 = 0$$

$$x = 3m \rightarrow L_3 = -\frac{3}{6} \cdot 2 = -1.kN; \rightarrow M_3 = 1.3 = 3.kNm$$

P berada antara potongan I – I (titik C) dan titik B

$$\overline{CB} \rightarrow 3m \leq x \leq 6m$$

$$L_x = +V_A = \frac{L-x}{L} \cdot P$$

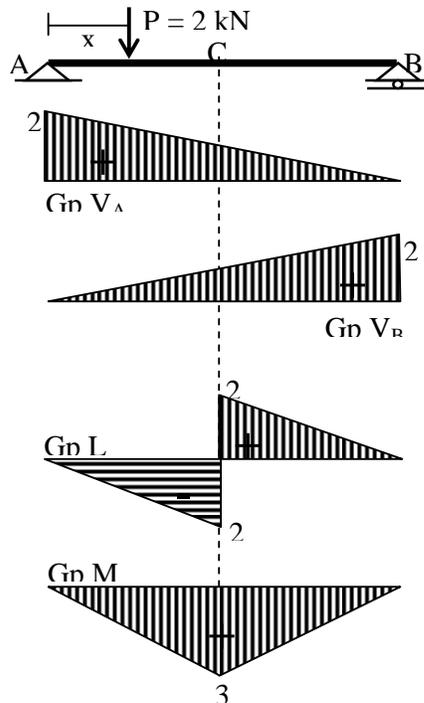
$$M_x = V_A \cdot a$$

Untuk :

$$x = 3m \rightarrow L_3 = \frac{6-3}{6} \cdot 2 = 1.kN; \rightarrow M_3 = 1.3 = 3.kNm$$

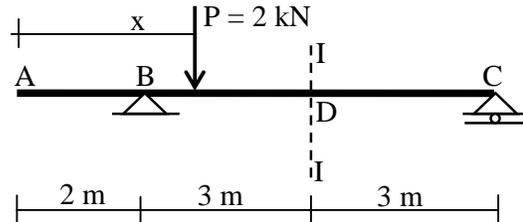
$$x = 6m \rightarrow L_6 = \frac{6-6}{6} \cdot 2 = 0.kN; \rightarrow M_6 = 0.3 = 0.kNm$$

- Diagram garis pengaruh :



Gambar 7.11 Diagram Garis Pengaruh Pada Balok Sederhana Dengan Muatan Terpusat

Soal 2. Suatu balok gantung seperti tergambar, memikul beban $P = 2 \text{ kN}$ yang bergerak dari A ke C. Tentukan garis pengaruh reaksi, gaya lintang dan momen.



Gambar 7.12 Balok Gantung Dengan Beban Bergerak Muatan Terpusat

Penyelesaian :

- Garis pengaruh reaksi :

P bergerak sejarak x , dari titik A ke C

$$0 \leq x \leq 8m$$

$$V_B = \frac{(L+e)-x}{L} \cdot P$$

$$V_C = \frac{x-e}{L} \cdot P$$

Untuk :

$$x = 0 \rightarrow V_B = \frac{(6+2)-0}{6} \cdot 2 = 2,67.kN; \rightarrow V_C = \frac{0-2}{6} \cdot 2 = -0,67.kN$$

$$x = 2m \rightarrow V_B = \frac{(6+2)-2}{6} \cdot 2 = 2.kN; \rightarrow V_C = \frac{2-2}{6} \cdot 2 = 0.kN$$

$$x = 8m \rightarrow V_B = \frac{(6+2)-8}{6} \cdot 2 = 0.kN; \rightarrow V_C = \frac{8-2}{6} \cdot 2 = 2.kN$$

- Garis pengaruh gaya lintang dan momen lentur :

P berada antara A dan potongan I – I (titik D)

$$\overline{AD} \rightarrow 0 \leq x \leq 5m$$

$$L_x = V_C$$

$$M_x = V_C \cdot c$$

Untuk :

$$x = 0 \rightarrow L_0 = \frac{0-2}{6} \cdot 2 = -0,67.kN; \rightarrow M_0 = -0,67x3 = -1,33.kNm$$

$$x = 2m \rightarrow L_2 = \frac{2-2}{6} \cdot 2 = 0.kN; \rightarrow M_2 = 0x3 = 0.kNm$$

$$x = 5m \rightarrow L_5 = \frac{5-2}{6} \cdot 2 = 1.kN; \rightarrow M_5 = 1x3 = 3.kNm$$

P berada antara potongan I – I (titik D) dan titik C

$$\overline{DC} \rightarrow 5m \leq x \leq 8m$$

$$L_x = V_B = \frac{(L+e) - x}{L} \cdot P$$

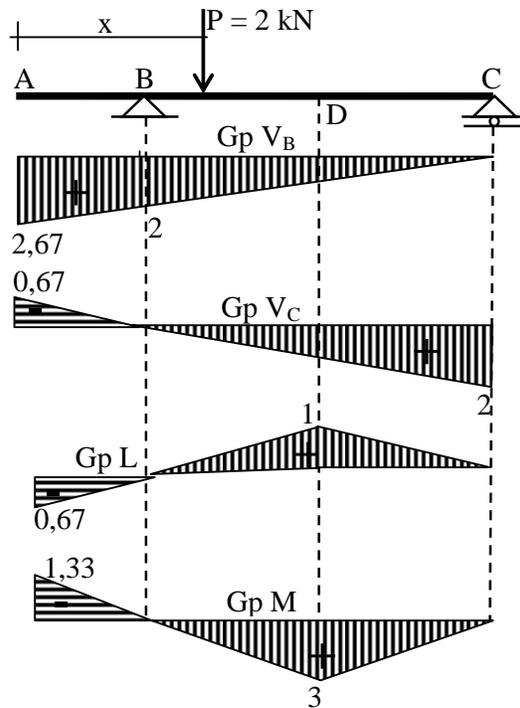
$$M_x = V_B \cdot b$$

Untuk :

$$x = 5m \rightarrow L_5 = \frac{(6+2) - 5}{6} \cdot 2 = 1.kN; \rightarrow M_5 = 1 \cdot 3 = 3.kNm$$

$$x = 8m \rightarrow L_8 = \frac{(6+2) - 8}{6} \cdot 2 = 0.kN; \rightarrow M_8 = 0 \cdot 3 = 0.kNm$$

- Diagram garis pengaruh :



Gambar 7.13 Diagram Garis Pengaruh Pada Balok Gantung Dengan Muatan Terpusat