

Pertemuan XI, XII, XIII

VI. Konstruksi Rangka Batang

VI.1 Pendahuluan

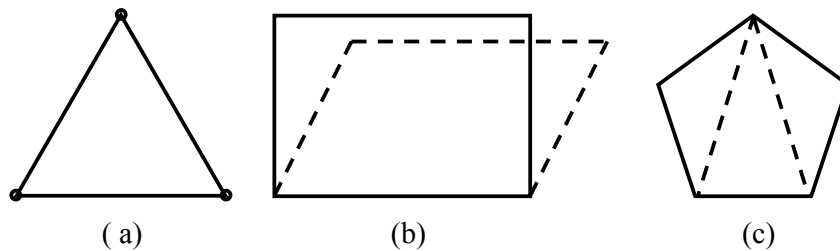
Salah satu sistem konstruksi ringan yang mempunyai kemampuan besar, yaitu berupa suatu *Rangka Batang*. Rangka batang merupakan suatu konstruksi yang terdiri dari sejumlah batang-batang yang disambung satu dengan yang lain pada kedua ujungnya, sehingga membentuk satu kesatuan struktur yang kokoh. Bentuk rangka batang dapat bermacam-macam sesuai dengan fungsi dan konstruksi, seperti konstruksi untuk jembatan, rangka untuk atap, serta menara, dan sesuai pula dengan bahan yang digunakan, seperti baja atau kayu.

Pada konstruksi berat, batang konstruksi dibuat dari bahan baja, yakni batang baja yang disebut *baja profil*, seperti baja siku, baja kanal, baja C, baja I, dan baja profil lainnya.

Rangka konstruksi berat yang dimaksud di atas adalah jembatan, rangka bangunan pabrik, menara yang tinggi dan sebagainya. Banyak pula dijumpai konstruksi rangka batang yang dibuat dari bahan *kayu*, baik berupa balok maupun papan. Konstruksi rangka kayu ini banyak dimanfaatkan untuk kuda-kuda rangka atap, atau konstruksi yang terlindung.

Batang-batang pada konstruksi rangka baja biasanya disambung satu dengan yang lain dengan menggunakan las, paku keling atau baut. Sedangkan pada konstruksi rangka kayu lazimnya sambungan itu dilakukan dengan baut atau paku. Sambungan-sambungan ini disebut *simpul*. Berdasarkan anggapan tersebut, maka batang-batang pada rangka batang bersifat seperti tumpuan pendel, sehingga padanya hanya timbul gaya aksial saja. Hal itu akan terjadi apabila gaya-gaya itu menangkap pada simpul. Dengan demikian suatu konstruksi rangka batang jika dibebani gaya pada simpul akan hanya mengalami *Gaya Normal*, yang selanjutnya disebut *Gaya Batang*. Gaya batang ini bersifat tarik atau desak.

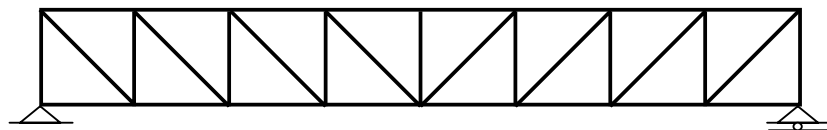
Bentuk rangka batang sederhana yang paling stabil adalah *segi tiga*. Satu atau dua batang tidak dapat membentuk rangka. Sebaliknya bentuk segi empat atau lebih tidak dapat membentuk rangka batang yang stabil dan kaku. Rangka batang yang labil itu akan menjadi kaku bila ditambahkan diagonal, seperti diperlihatkan pada Gambar 6.1.



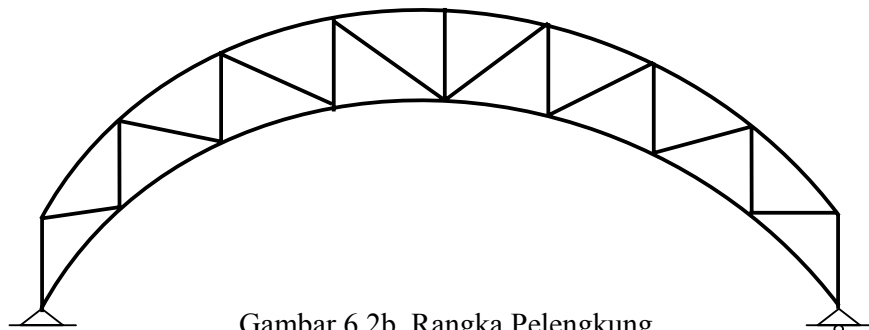
Gambar 6.1 Rangka Batang Stabil

Rangka batang pada Gambar 6.1a stabil, dan pada Gambar 6.1b tidak stabil, akan stabil bila diberi satu batang diagonal, sedangkan pada Gambar 6.1c tidak stabil, akan stabil bila diberi dua batang diagonal.

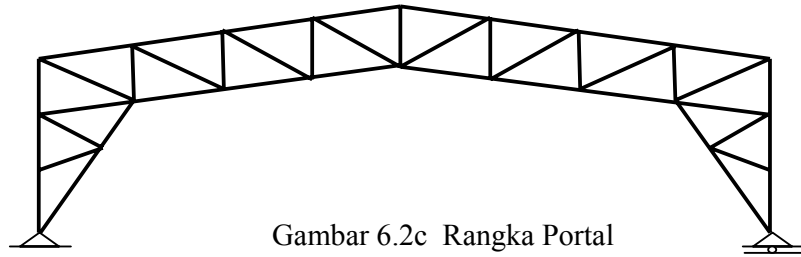
Adapun rangka batang yang akan dibahas berupa rangka yang tersusun dari rangka segi tiga. Berbagai bentuk rangka batang dapat dilihat pada Gambar 6.2.



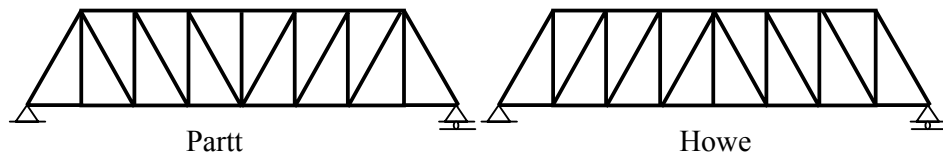
Gambar 6.2a Rangka Sederhana



Gambar 6.2b Rangka Pelengkung

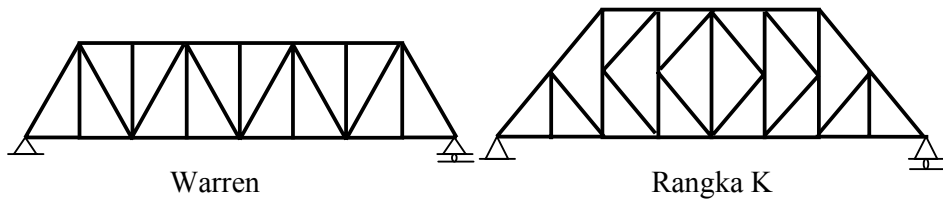


Gambar 6.2c Rangka Portal



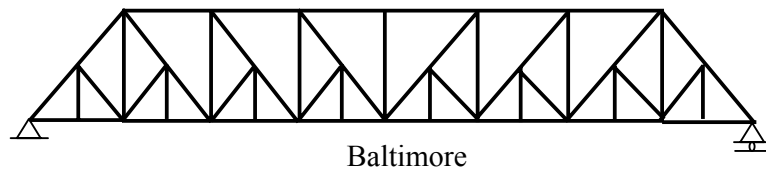
Partt

Howe



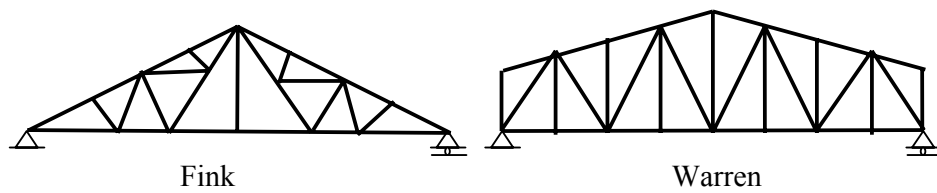
Warren

Rangka K



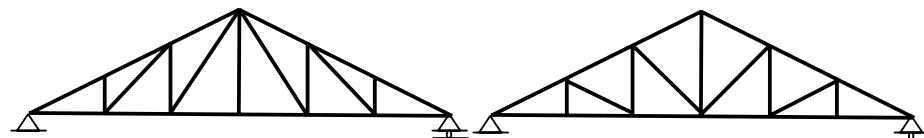
Baltimore

Gambar 6.2d Rangka Batang Untuk Jembatan



Fink

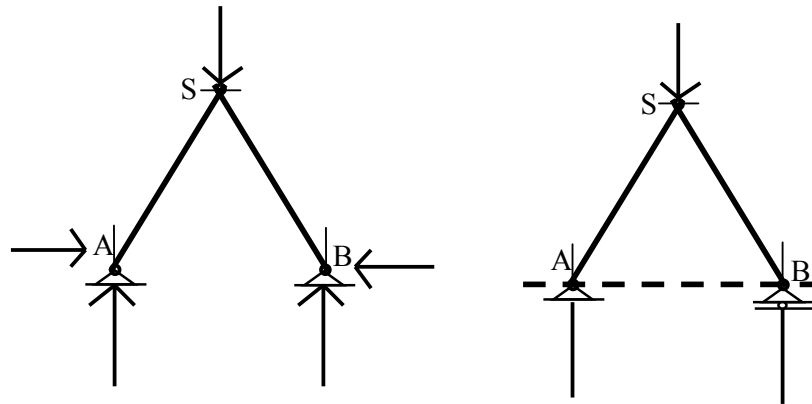
Warren



Gambar 6.2e Rangka Untuk Atap

VI.2 Pengertian Rangka Batang

Suatu struktur portal tiga sendi, apabila dibebani muatan titik pada sendi S, sebagaimana terlihat pada Gambar 6.3, maka reaksinya dapat dicari seperti reaksi pada perletakan, yaitu berupa reaksi vertikal saja, dan gaya-gaya dalamnya sesuai dengan pengertian portal tiga sendi, maka pada struktur itu hanya terdapat gaya aksial pada batang AS dan BS, sedangkan pada batang AB terdapat gaya aksial tarik. Struktur semacam ini disebut *Rangka Batang*, yang gaya dalamnya hanya berupa *Gaya Aksial* saja.

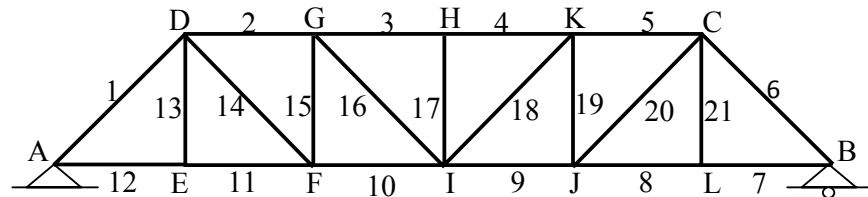


Gambar 6.3 Portal Tiga Sendi, Bila Perletakan Diganti

Rangka batang yang akan dibahas adalah rangka batang sederhana, yaitu rangka batang yang memenuhi syarat berikut :

1. Sumbu batang berimpit dengan garis dengan garis penghubung antara kedua ujung sendi. Titik sambungan disebut *titik simpul* atau *simpul*. Garis yang menghubungkan semua simpul pada konstruksi rangka disebut *garis sistem*.
2. Muatan yang bekerja pada rangka batang harus menangkap pada simpul.
3. Garis sistem dan gaya luar harus terletak dalam satu bidang datar.
4. Rangka batang merupakan rangka batang *statis tertentu*, baik ditinjau dari keseimbangan gaya luar maupun dari keseimbangan gaya dalam.

Dari persyaratan tersebut di atas, jadi rangka batang sederhana adalah suatu rangka batang yang tersusun dari segitiga-segitiga batang. Salah satu bentuk rangka batang sederhana diperlihatkan pada Gambar 6.4.



Gambar 6.4 Rangka Batang Sederhana

Batang-batang pada rangka batang di atas, dapat dibagi menjadi *batang tepi* dan *batang pengisi*, yang dirinci sebagai berikut : (a) Batang tepi atas, yaitu batang-batang 1, 2, 3, 4, 5, 6; (b) Batang tepi bawah, yaitu batang-batang 7, 8, 9, 10, 11, 12; (c) Batang pengisi diagonal yang disebut batang diagonal, yaitu batang-batang 14, 16, 18, 20; (d) Batang pengisi tegak yang disebut batang tegak, yaitu batang-batang 13, 15, 17, 19, 21. Sedangkan simpul pada rangka, yaitu A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, dan L.

Rangka batang terdiri dari m batang dan sejumlah r reaksi perletakan, akan mendapatkan sejumlah $(m + r)$ besaran yang tidak diketahui. Untuk menghitung $(m + r)$ besaran ini diperlukan $(m + r)$ persamaan. Untuk s simpul menghasilkan $2s$ persamaan. Dengan demikian suatu konstruksi rangka batang statis tertentu harus memenuhi syarat $2s = (m + r)$ atau $2s - m - r = 0$, merupakan syarat kekakuan suatu rangka batang statis tertentu (kestabilan konstruksi).

Bila $2s - m - r < 0$, rangka batang merupakan rangka tidak kaku.

Bila $2s - m - r > 0$, rangka batang merupakan rangka statis tak tentu.

VI.3 Analisa Struktur

Analisa rangka batang sederhana terdiri dari tiga tahap, yaitu :

1. Memeriksa kekakuan rangka atau kestabilan konstruksi
2. Menghitung keseimbangan gaya luar, atau reaksi perletakan
3. Menghitung keseimbangan gaya dalam, atau gaya-gaya batang.

Apabila konstruksi dalam keadaan seimbang, maka seluruh simpul harus dalam keadaan seimbang. Jika tiap-tiap simpul dalam keadaan seimbang dan gaya-gaya juga menangkap pada simpul, maka gaya luar dan gaya dalam pada simpul merupakan gaya-gaya yang seimbang. Hal ini hanya mungkin bila gaya dalam berupa gaya aksial yang bekerja sepanjang sumbu batang yang disebut *gaya batang*.

Untuk menghitung gaya batang suatu rangka dapat ditinjau dari dua pendekatan, yakni :

1. *Keseimbangan titik*, memperlihatkan bahwa bila konstruksi dalam keadaan seimbang, maka seluruh simpul harus dalam keadaan seimbang yang harus memenuhi syarat keseimbangan $\sum V = 0$ dan $\sum H = 0$.
2. *Keseimbangan bagian*, memperlihatkan bahwa bila konstruksi dalam keadaan seimbang, maka seluruh atau sebagian konstruksi harus dalam keadaan seimbang yang memenuhi syarat keseimbangan $\sum V = 0$, $\sum H = 0$, dan $\sum M = 0$.

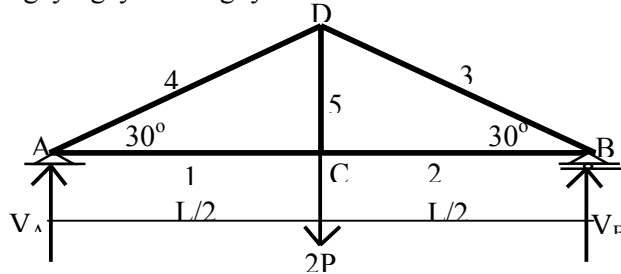
Selanjutnya kedua pendekatan tersebut, gaya batang dapat dihitung dengan cara analitis dan grafis.

VI.3.1 Metode Keseimbangan Titik Simpul Cara Analitis (*metode of joint*)

Pada suatu konstruksi rangka, keseluruhan konstruksi serta titik simpul harus dalam keadaan seimbang, dan tiap simpul harus dipisahkan satu sama lain. Tiap-tiap titik simpul dalam keadaan seimbang akibat gaya luar yang bekerja pada simpul itu, dan gaya dalam (gaya batang) yang timbul di titik itu. Gaya luar dan gaya batang berpotongan di titik simpul, maka untuk menghitung gaya-gaya yang belum diketahui digunakan persamaan $\sum V = 0$ dan $\sum H = 0$.

Dari dua persamaan di atas, maka pada tiap-tiap simpul yang akan dicari gaya batangnya harus hanya 2 (dua) atau 1 (satu) batang yang belum diketahui dan dianggap sebagai batang tarik (meninggalkan simpul). Gaya-gaya batang yang sudah diketahui, bila batang tarik arahnya meninggalkan simpul, dan bila batang tekan arahnya menuju simpul. Jadi

tiap-tiap titik simpul dapat dicari keseimbangannya satu demi satu, sehingga seluruh konstruksi dapat diketahui gaya-gaya batangnya. Sebagai contoh konstruksi rangka batang kuda-kuda seperti pada Gambar 6.5, akan dicari gaya-gaya batangnya.



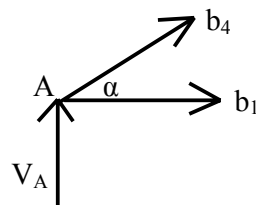
Gambar 6.5 Rangka Batang Kuda-Kuda

Terlebih dahulu tentukan kestabilan konstruksi, dengan menggunakan persamaan : $2s - m - r = 0$, dimana diketahui; $s = 4$, $m = 5$, $r = 3$ (sendi 2 bilangan reaksi + rol 1 bilangan reaksi), maka diperoleh : $2.4 - 5 - 3 = 0$, jadi konstruksi stabil. Begitu juga reaksi perletakan, tentukan secara analitis dengan menggunakan keseimbangan momen pada salah satu titik tumpuan.

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot L + 2P \cdot L/2 = 0 \rightarrow V_A = P \quad \text{..... 6.1a)}$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B \cdot L + 2P \cdot L/2 = 0 \rightarrow V_B = P \quad \text{..... 6.1b)}$$

Untuk menentukan gaya-gaya batang, diawali dengan meninjau simpul A, ada gaya reaksi V_A sudah diketahui yang arahnya menuju simpul, dan ada dua batang yang gaya batangnya belum diketahui, yaitu gaya batang 1 dan 4 yang dimisalkan b_1 dan b_4 , maka kedua batangnya dianggap tarik dengan arah meninggalkan simpul A.



$$\Sigma V = 0$$

$$V_A + b_4 \sin \alpha = 0 \quad \text{..... 6.2c)}$$

$$b_4 = -\frac{V_A}{\sin \alpha} = -\frac{P}{\sin 30^\circ} = -2P$$

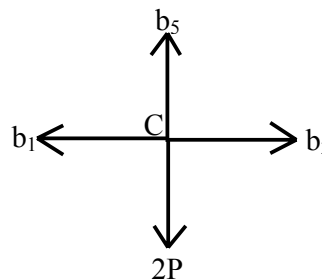
$$\Sigma H = 0$$

$$b_1 + b_4 \cos \alpha = 0 \quad \text{..... 6.2d)}$$

$$b_1 = -b_4 \cos \alpha = -(-2P) \cos 30^\circ = 1,7P$$

Tanda b_4 adalah negatif, berarti batang tekan (menuju simpul), dan tanda b_1 adalah positif, berarti batang tarik (meninggalkan simpul).

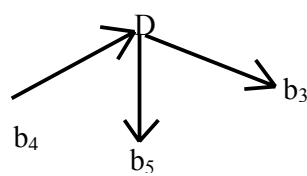
Setelah itu tinjau simpul C, ada gaya $2P$ dan gaya batang b_1 sudah diketahui, keduanya mempunyai arah meninggalkan simpul, dan ada dua batang yang gaya batangnya belum diketahui, yaitu gaya batang 5 dan 2 yang dimisalkan b_5 dan b_2 , maka kedua batangnya dianggap tarik dengan arah meninggalkan simpul C.



$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0 \\ -2P + b_5 &= 0 \dots\dots\dots 6.2e) \\ b_5 &= 2P \\ \Sigma H &= 0 \\ -b_1 + b_2 &= 0 \dots\dots\dots 6.2 f) \\ b_2 &= b_1 = 1,7P\end{aligned}$$

Tanda b_5 dan b_2 adalah positif, berarti batang tarik (meninggalkan simpul).

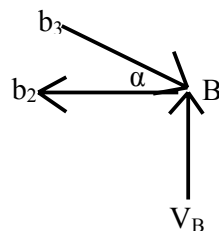
Selanjutnya tinjau simpul D, ada gaya batang b_5 dan b_4 sudah diketahui, dengan arah b_5 meninggalkan simpul dan b_4 menuju simpul, dan ada satu batang yang gaya batangnya belum diketahui, yaitu gaya batang 3 yang dimisalkan b_3 , maka batangnya dianggap tarik dengan arah meninggalkan simpul D.



$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0 \\ -b_5 + b_4 \sin \alpha - b_3 \sin \alpha &= 0 \dots\dots 6.2g) \\ b_3 &= \frac{-b_5 + b_4 \sin \alpha}{\sin \alpha} \\ b_3 &= \frac{-(2P) + (2P) \sin 30^\circ}{\sin 30^\circ} = -2P \\ \Sigma H &= 0 \\ b_4 \cos \alpha + b_3 \cos \alpha &= 0 \dots\dots\dots 6.2h) \\ (2P) \cos 30^\circ + (-2P) \cos 30^\circ &= 0\end{aligned}$$

Tanda b_3 adalah negatif, berarti batang tekan (menuju simpul).

Semua batang gaya batangnya sudah diketahui, namun untuk membuktikan keseimbangan pada semua titik simpul, perlu ditinjau simpul B, ada gaya reaksi V_B yang arahnya menuju simpul, gaya batang b_2 arahnya meninggalkan simpul, dan gaya batang b_3 arahnya menuju simpul.



$$\Sigma V = 0$$

$$V_B - b_3 \sin \alpha = 0 \dots\dots\dots 6.2i)$$

$$P - (2P) \sin 30^\circ = 0$$

$$\Sigma H = 0$$

$$-b_2 + b_3 \cos \alpha = 0 \dots\dots\dots 6.2j)$$

$$-(1,7P) + (2P) \cos 30^\circ = 0$$

Dari persamaan keseimbangan gaya vertikal dan horisontal, terbukti bahwa gaya-gaya batang pada simpul B sudah seimbang. Setelah semua titik keseimbangan ditinjau dapat diringkaskan besarnya gaya batang seluruh rangka seperti terlihat dalam Tabel 6.1.

Tabel 6.1 Daftar Gaya-Gaya Batang Contoh Rangka Batang Kuda-Kuda

No Batang	Gaya-Gaya Batang (satuan gaya)	
	Tarik (+)	Tekan (-)
b_1	$1,7P$	-
b_2	$1,7P$	-
b_3	-	$2P$
b_4	-	$2P$
b_5	$2P$	-

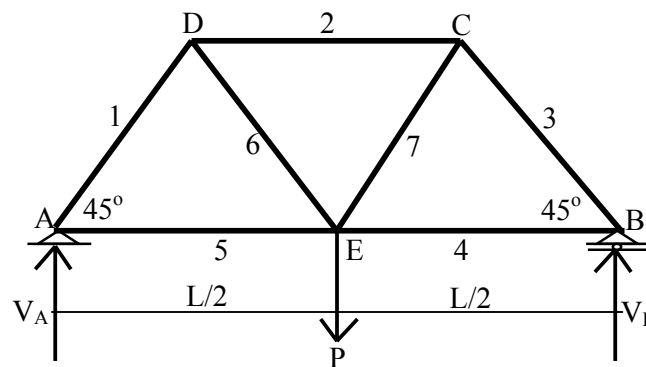
VI.3.2 Metode Keseimbangan Titik Simpul Cara Grafis (*metode Cremona*)

Bila gambar-gambar segi banyak pada tiap-tiap titik simpul, pada metode keseimbangan titik simpul, secara grafis disusun menjadi satu, maka terjadilah diagram Cremona.

Cremona adalah orang yang pertama kali menguraikan diagram tersebut. Pada diagram Cremona, tiap-tiap gaya dilukiskan 2 (dua) kali

yang berlawanan arahnya. Peninjauan keseimbangan gaya batang pada tiap-tiap simpul dengan penggambaran segi banyak gaya, maka akan diperoleh gaya batang tarik bertanda positif bila anak panah meninggalkan simpul, dan sebaliknya gaya batang tekan bertanda negatif bila anak panah menuju simpul.

Apabila rangka batang yang ditinjau misalkan berupa rangka batang jembatan seperti pada Gambar 6.6, maka untuk mencari gaya-gaya batang seluruh batang dengan menggunakan metode keseimbangan titik simpul cara grafis juga menempuh pendekatan yang sama dengan analitis, yakni dimulai dari suatu titik simpul yang hanya mempunyai dua batang yang belum diketahui gaya batangnya.

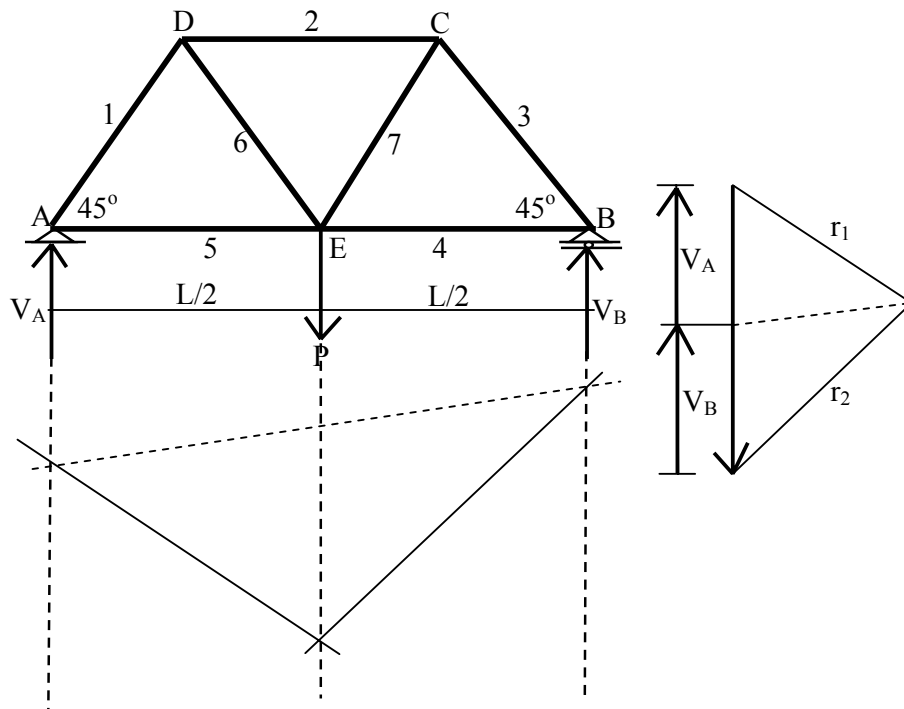


Gambar 6.6 Rangka Batang Jembatan Sederhana

Terlebih dahulu tentukan kestabilan konstruksi, dengan menggunakan persamaan : $2s - m - r = 0$, dimana diketahui; $s = 5$, $m = 7$, $r = 3$ (sendi 2 bilangan reaksi + rol 1 bilangan reaksi), maka diperoleh : $2 \cdot 5 - 7 - 3 = 0$, jadi konstruksi stabil.

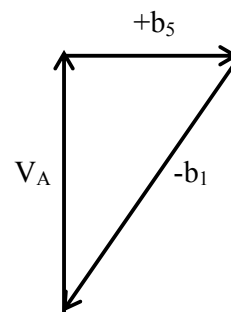
Untuk melukiskan diagram Cremona, maka digambarkan dulu reaksi perletakannya dengan bantuan lukisan kutub, seperti pada Gambar 6.7. Selanjutnya dengan melakukan operasi cara grafis pada tiap-tiap titik simpul yang dimulai dari simpul yang hanya mempunyai dua batang yang belum diketahui gaya batangnya, maka dapat dicari besarnya gaya batang seluruh konstruksi. Arah putaran dari diagram Cremona dapat sesuai

dengan arah jarum jam atau sebaliknya. Untuk menentukan besarnya nilai gaya-gaya batang perlu penetapan skala gaya.



Gambar 6.7 Lukisan kutub Reaksi Perletakan Contoh Rangka Jembatan

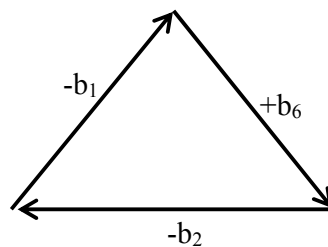
Tinjau simpul A, ada gaya reaksi V_A sudah diketahui, dan ada dua batang yang gaya batangnya belum diketahui, yaitu gaya batang 1 dan 5 yang dimisalkan b_1 dan b_5 . Keseimbangan titik simpul A, secara grafis untuk arah putaran diagram Cremona berlawanan arah jarum jam, digambarkan sebagai berikut :



a) Keseimbangan Titik Simpul A

Gaya batang b_5 meninggalkan simpul, bertanda positif, berarti batang tarik, dan gaya batang b_1 menuju simpul, bertanda negatif, berarti batang tekan.

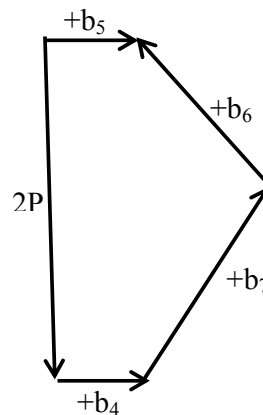
Setelah itu tinjau simpul D, gaya batang b_1 sudah diketahui bertanda negatif, dan ada dua batang yang gaya batangnya belum diketahui, yaitu gaya batang 6 dan 2 yang dimisalkan b_6 dan b_2 . Keseimbangan titik simpul D, secara grafis untuk arah putaran diagram Cremona berlawanan arah jarum jam, digambarkan sebagai berikut :



b) Keseimbangan Titik Simpul D

Gaya batang b_6 meninggalkan simpul, bertanda positif, berarti batang tarik, dan gaya batang b_2 menuju simpul, bertanda negatif, berarti batang tekan.

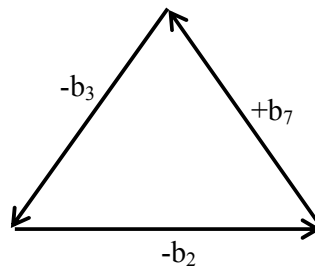
Selanjutnya tinjau simpul E, ada gaya P, batang b_5 dan b_6 sudah diketahui bertanda positif, dan ada dua batang yang gaya batangnya belum diketahui, yaitu gaya batang 4 dan 7 yang dimisalkan b_4 dan b_7 . Keseimbangan titik simpul E, secara grafis untuk arah putaran diagram Cremona berlawanan arah jarum jam, digambarkan sebagai berikut :



c) Keseimbangan Titik Simpul E

Gaya batang b_4 dan b_7 meninggalkan simpul, bertanda positif, berarti keduanya batang tarik.

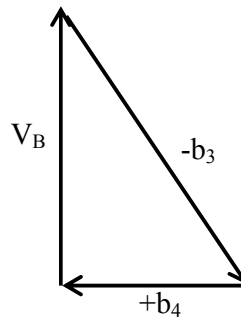
Tinjau simpul C, ada gaya batang b_2 bertanda negatif dan b_7 bertanda positif, keduanya sudah diketahui, ada satu batang yang gaya batangnya belum diketahui, yaitu gaya batang 3 yang dimisalkan b_3 . Keseimbangan titik simpul C, secara grafis untuk arah putaran diagram Cremona berlawanan arah jarum jam, digambarkan sebagai berikut :



c). Keseimbangan Titik Simpul C

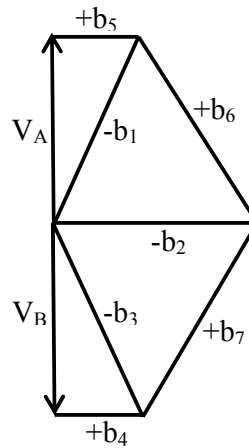
Gaya batang b_3 menuju simpul, bertanda negatif, berarti batang tekan.

Untuk membuktikan keseimbangan pada semua titik simpul, perlu ditinjau simpul B, ada gaya reaksi V_B , gaya batang b_3 bertanda negatif dan gaya batang b_4 bertanda positif sudah diketahui.



d). Keseimbangan Titik Simpul B

Dari diagram Cremona tiap-tiap titik simpul, dapat dilihat adanya komponen-komponen yang dikerjakan dua kali. Untuk menyederhanakan diagram-diagram tersebut dapat dirangkumkan dalam satu diagram, seperti Gambar 6.8.



Gambar 6.8 Diagram Cremona

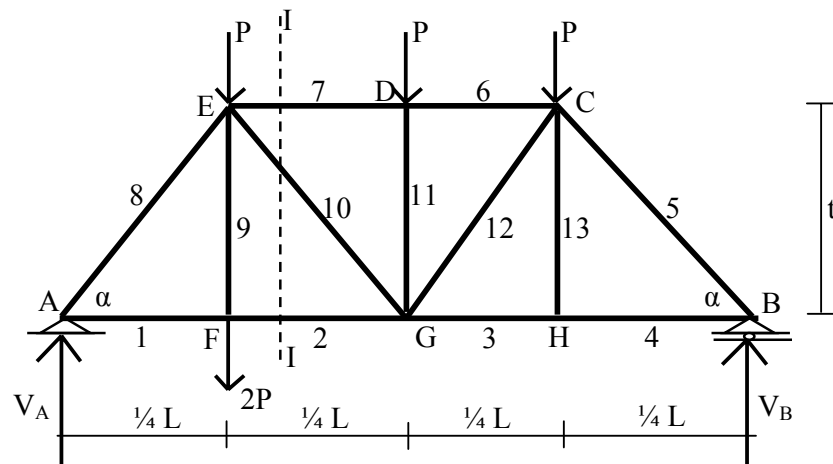
Setelah semua titik keseimbangan ditinjau dapat diringkaskan besarnya gaya batang seluruh rangka seperti terlihat dalam Tabel 6.2.

Tabel 6.2 Daftar Gaya-Gaya Batang Contoh Rangka Batang Jembatan

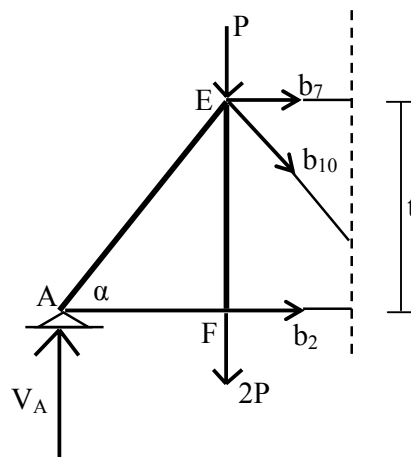
No Batang	Gaya-Gaya Batang (satuan gaya)	
	Tarik (+)	Tekan (-)
b ₁	-	0,6P
b ₂	-	0,6P
b ₃	-	0,6P
b ₄	0,4P	-
b ₅	0,4P	-
b ₆	0,6P	-
b ₇	0,6P	-

VI.3.3 Metode Keseimbangan Bagian Cara Analitis (*metode Ritter*)

Seringkali dalam menghitung gaya batang diperlukan waktu yang lebih singkat terutama bagi konstruksi yang seirama, untuk itu dapat digunakan *metode Ritter*, yang disebut juga dengan metode pemotongan secara analitis. Kita harus memotong dua batang atau tiga batang, maka gaya-gaya pada potongan tersebut mengadakan keseimbangan dengan gaya-gaya luar yang bekerja pada kiri potongan maupun kanan potongan. Selanjutnya dapat dihitung gaya-gaya batang yang terpotong tersebut. Sebagai contoh rangka batang jembatan pada Gambar 6.9.



a) Rangka Batang Jembatan



b) Potongan I-I

Gambar 6.9 Rangka batang jembatan dengan pemotongan

Dalam menentukan gaya-gaya batang konstruksi rangka jembatan di atas dengan menggunakan metode Ritter, maka terlebih dahulu periksa kestabilan konstruksi, dimana diketahui $s = 8$, $m = 13$, dan $r = 3$, jadi untuk $2s - m - r = 0$ adalah $2 \cdot 8 - 13 - 3 = 0$, berarti konstruksi stabil. Kemudian tentukan reaksi perletakan dengan cara analitis, dengan menggunakan keseimbangan momen pada salah satu titik tumpuan.

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot L - P \cdot 3/4L - 2P \cdot 3/4L - P \cdot 1/2L - P \cdot 1/4L = 0 \dots\dots\dots 6.3a)$$

$$V_A = \frac{3PL}{L} = 3P$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B \cdot L + P \cdot 1/4L + 2P \cdot 1/4L + P \cdot 1/2L + P \cdot 3/4L = 0 \dots\dots\dots 6.3b)$$

$$V_B = \frac{2PL}{L} = 2P$$

Bila konstruksi dalam keadaan stabil atau seimbang, maka sebagian konstruksi juga harus dalam keadaan seimbang. Pada konstruksi rangka batang di atas, konstruksi tersebut dipotong oleh sebuah garis khayal melalui batang 2, 7, dan 10, maka untuk menjaga keseimbangan bagian kiri haruslah ada gaya batang b_2 , b_7 , dan b_{10} yang mengimbangi gaya luar P dan V_A . Hal ini hanya mungkin bila syarat persamaan statik tertentu terpenuhi. Oleh karena itu gaya-gaya tersebut hanya akan seimbang bila memenuhi syarat : keseimbangan $\Sigma V = 0$, $\Sigma H = 0$, dan $\Sigma M = 0$.

Dengan tiga persamaan itu gaya batang b_2 , b_7 , dan b_{10} dapat dicari. Hitungan di atas dapat terpenuhi dengan menggunakan persamaan momen dan persamaan gaya vertikal serta gaya horisontal terhadap titik E, yaitu pertemuan batang b_7 dan b_{10} pada potongan I – I .

Untuk mendapatkan b_2 , yaitu :

$$\Sigma M_E = 0 \rightarrow V_A \cdot 1/4L - b_2 t = 0 \dots\dots\dots 6.3c)$$

$$b_2 = \frac{V_A \cdot 1/4L}{t}$$

Untuk mendapatkan b_{10} , yaitu :

$$\Sigma V = 0 \rightarrow V_A - P - 2P - b_{10} \sin \alpha = 0 \dots\dots\dots 6.3d)$$

$$b_{10} = \frac{V_A - P - 2P}{\sin \alpha}$$

Untuk mendapatkan b_7 , yaitu :

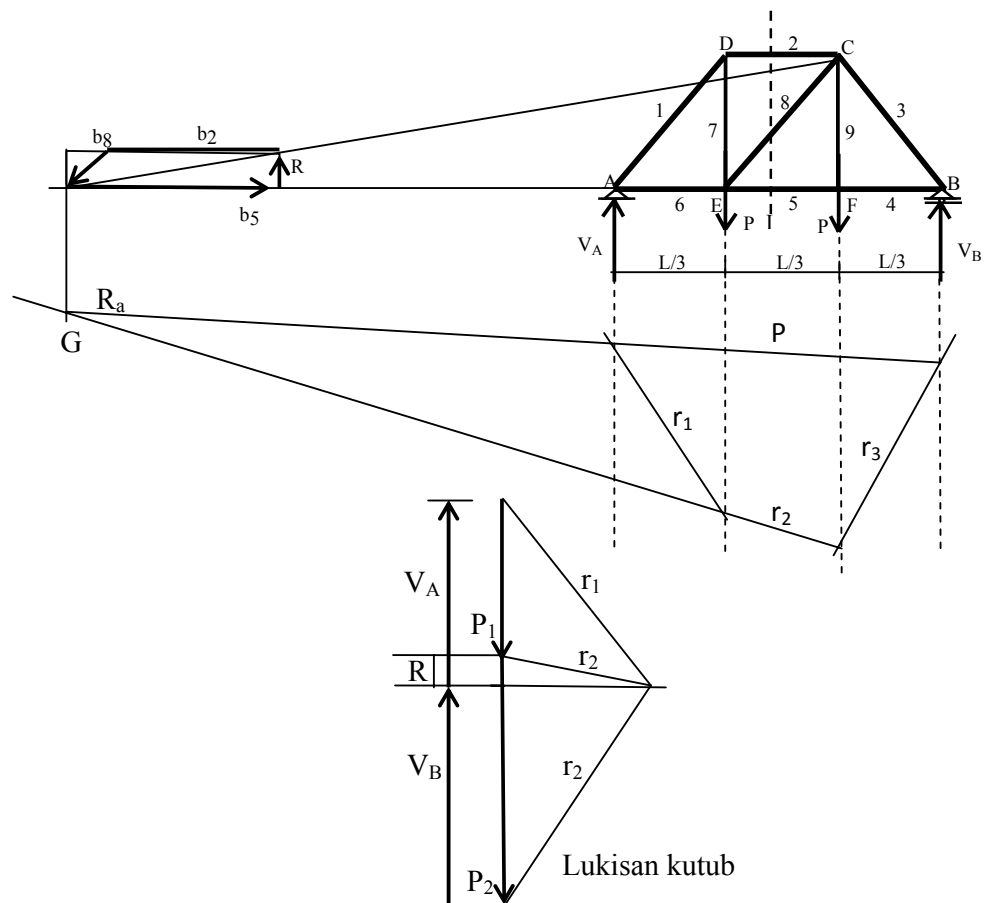
$$\Sigma H = 0 \rightarrow b_2 + b_7 + b_{10} \cos \alpha = 0 \dots\dots\dots 6.3e)$$

$$b_7 = -b_2 - b_{10} \cos \alpha$$

VI.3.4 Metode Keseimbangan Bagian Cara Grafis (*metode Culmann*)

Metode Culmann disebut juga metode pemotongan secara grafis. Cara ini baik sekali untuk menentukan beberapa batang saja dari suatu konstruksi rangka.

Untuk mencari gaya batang pada suatu rangka batang, tidak mungkin semuanya mudah, mengingat tidak ada sebuah titik sendi yang mempunyai dua gaya batang yang belum diketahui. Semua titik sendi mengikat sekurang-kurangnya tiga batang, sehingga tidak dapat diselesaikan secara grafis dengan Cremona, tentu dapat diselesaikan dengan cara Culmann.



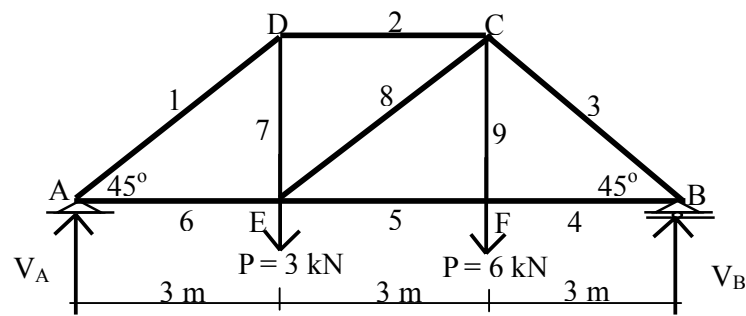
Gambar 6.10 Gaya Batang Dengan Cara Culmann

Untuk menentukan gaya-gaya batang pada rangka batang Gambar 6.10, terlebih dahulu tentukan kestabilan konstruksi, dengan menggunakan persamaan : $2s - m - r = 0$, dimana diketahui; $s = 6$, $m = 9$, $r = 3$ (sendi 2 bilangan reaksi + rol 1 bilangan reaksi), maka diperoleh : $2 \cdot 6 - 9 - 3 = 0$, jadi konstruksi stabil. Selanjutnya digambarkan reaksi perletakkannya dengan bantuan lukisan kutub. Untuk menentukan besarnya nilai gaya-gaya batang perlu penetapan skala gaya.

Andaikan rangka batang pada Gambar 6.10 dipotong oleh garis khayal I – I menjadi rangka bagian kiri dan rangka bagian kanan, maka gaya batang 2,5 dan 8 yang bekerja pada konstruksi bagian kiri akan mengimbangi gaya luar V_A dan P_1 . Oleh karena itu gaya-gaya tersebut akan saling mengimbangi bila resultan gaya dalam menutup resultan gaya luar pada lukisan segi banyak gayanya maupun pada segi banyak batangnya. Resultan gaya luar R_a dapat dicari dengan memanfaatkan lukisan segi banyak batang, yaitu menarik urai r_2 dengan gaya penutup P yang bertemu di titik G . Besarnya R adalah selisih V_A dan P_1 yang dapat dibaca pada lukisan segi banyak gaya. Selanjutnya R harus mengimbangi atau diuraikan menjadi gaya b_2 , b_5 dan b_8 . Dengan demikian ketiga batang tersebut dapat dicari gaya batangnya dengan keseimbangan bagian cara grafis.

IV.4 Contoh-Contoh Soal dan Pembahasan

Soal 1. Tentukan gaya-gaya batang dari rangka batang di bawah ini dengan metode keseimbangan titik simpul cara analitis (*metode of joint*).



Gambar 6.11 Rangka Batang Dengan Metode of Joint

Penyelesaian :

- Kestabilan konstruksi :

$$2.6 - 9 - 3 = 0 \text{ konstruksi stabil.}$$

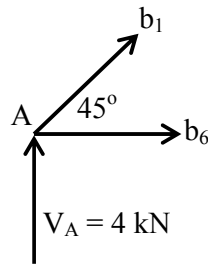
- Reaksi perletakan :

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot 9 - 3.6 - 6.3 = 0 \rightarrow V_A = \frac{18+18}{9} = 4.kN(\uparrow)$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B \cdot 9 + 3.3 + 6.6 = 0 \rightarrow V_B = \frac{9+36}{9} = 5.kN(\uparrow)$$

- Gaya-gaya batang :

Keseimbangan titik A



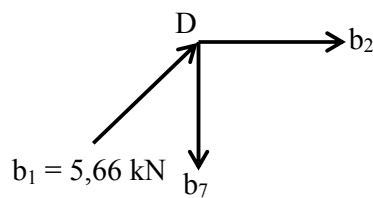
$$\Sigma V = 0 \rightarrow V_A + b_1 \sin \alpha = 0$$

$$b_1 = -\frac{4}{\sin 45} = -5,66 .kN \text{(tekan)}$$

$$\Sigma H = 0 \rightarrow b_6 + b_1 \cos \alpha = 0$$

$$b_6 = 5,66 \cos 45 = 4 .kN \text{ ...(tarik)}$$

Keseimbangan titik D



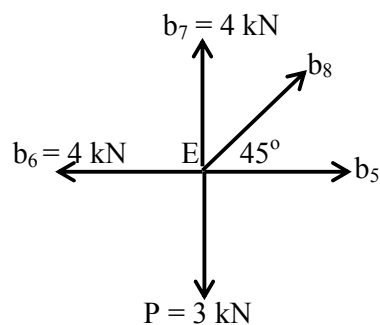
$$\Sigma V = 0 \rightarrow b_1 \sin \alpha - b_7 = 0$$

$$b_7 = 5,66 \sin 45 = 4 .kN \text{ ...(tarik)}$$

$$\Sigma H = 0 \rightarrow b_1 \cos \alpha + b_2 = 0$$

$$b_2 = -5,66 \cos 45 = -4 .kN \text{ ...(tekan)}$$

Keseimbangan titik E



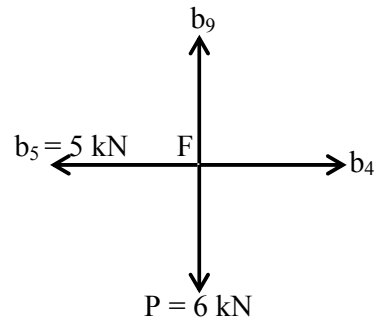
$$\Sigma V = 0 \rightarrow -P + b_7 + b_8 \sin \alpha = 0$$

$$b_8 = \frac{3 - 4}{\sin 45} = -1,414 .kN \text{ ...(tekan)}$$

$$\Sigma H = 0 \rightarrow -b_6 + b_8 \cos \alpha + b_5 = 0$$

$$b_5 = 4 + (1,414 \cos 45) = 5 .kN \text{ ...(tarik)}$$

Keseimbangan titik F



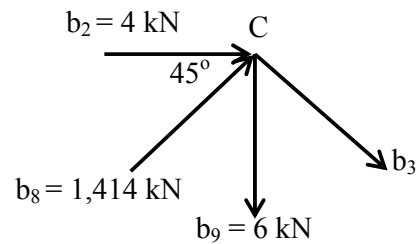
$$\Sigma V = 0 \rightarrow -P + b_9 = 0$$

$$b_9 = 6 \text{ kN} \dots (\text{tarik})$$

$$\Sigma H = 0 \rightarrow -b_5 + b_4 = 0$$

$$b_4 = 5 \text{ kN} \dots (\text{tarik})$$

Keseimbangan titik C



$$\Sigma V = 0 \rightarrow -b_9 + b_8 \sin \alpha - b_3 \sin \alpha = 0$$

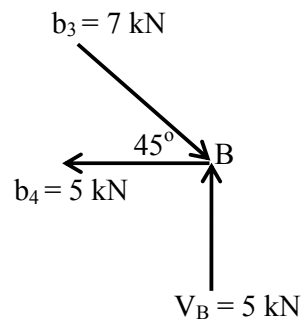
$$b_3 = \frac{-6 + 1,414 \sin 45}{\sin 45} = -7,07 \text{ kN} \dots (\text{tekan})$$

$$\Sigma H = 0$$

$$\rightarrow b_8 \cos \alpha + b_2 + b_3 \cos \alpha = 0$$

$$\rightarrow 1,414 \cos 45 + 4 + (-5) \cos 45 = 0$$

Keseimbangan titik B



$$\Sigma V = 0 \rightarrow V_B - b_3 \sin \alpha = 0$$

$$\rightarrow 5 - 7 \sin 45 = 0 \dots \text{oke}$$

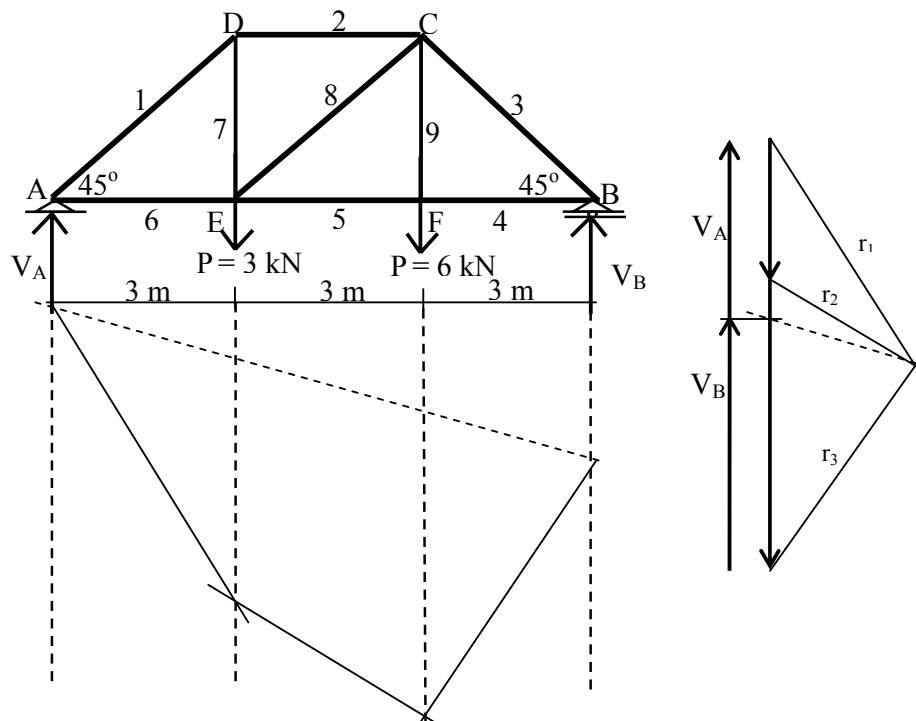
$$\Sigma H = 0 \rightarrow -b_4 + b_3 \cos \alpha = 0$$

$$\rightarrow -5 + 7 \cos 45 = 0 \dots \text{oke}$$

Tabel 6.3 Daftar Gaya-Gaya Batang Metode Keseimbangan Titik Simpul Cara Analitis

No Batang	Gaya-Gaya Batang (kN)	
	Tarik (+)	Tekan (-)
b ₁	-	5,66
b ₂	-	4
b ₃	-	7,07
b ₄	5	-
b ₅	5	-
b ₆	4	-
b ₇	4	-
b ₈	-	1,414
b ₉	4	

Soal 2. Tentukan gaya-gaya batang dari rangka batang di bawah ini dengan metode keseimbangan titik simpul cara grafis (*metode Cremona*).

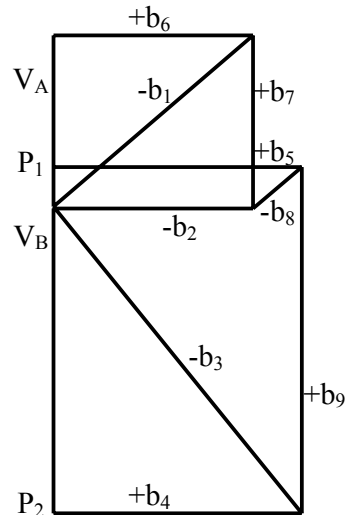


Gambar 6.12 Reaksi Perletakan Dengan Lukisan Kutub

Penyelesaian :

- Kestabilan konstruksi, sama dengan penyelesaian soal 1.

- Gaya-gaya batang dengan metode Cremona :



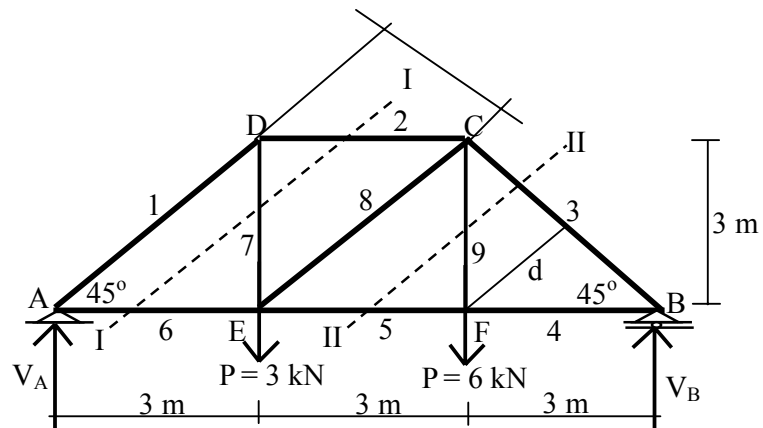
Gambar 6.13 Diagram Cremona

Untuk skala gaya : 1 kN = 1 cm, dan skala panjang: 1 m = 1 cm, maka diperoleh gaya-gaya batang seperti pada Tabel 6.4.

Tabel 6.3 Daftar Gaya-Gaya Batang Metode Keseimbangan Titik Simpul Cara Grafis

No Batang	Gaya-Gaya Batang (kN)	
	Tarik (+)	Tekan (-)
b ₁	-	5,6
b ₂	-	4
b ₃	-	7
b ₄	5	-
b ₅	5	-
b ₆	4	-
b ₇	4	-
b ₈	-	1,4
b ₉	4	

Soal 3. Tentukan gaya-gaya batang dari rangka batang di bawah ini dengan metode keseimbangan bagian cara analitis (*metode Ritter*).



Gambar 6.14 Rangka Batang Dengan Metode Ritter

Penyelesaian :

- Kestabilan konstruksi dan reaksi perletakan, sama dengan penyelesaian soal 1.
- Gaya-gaya batang dengan metode Ritter :
 - Pada potongan I – I dapat dicari gaya batang 2, 6, dan 7 dengan menggunakan persamaan :

$$\Sigma M_E = 0 \rightarrow V_A \cdot 3 + b_2 \cdot 3 = 0$$

$$b_2 = -\frac{4 \cdot 3}{3} = -4 \text{ kN} \dots (\text{tekan})$$

$$\Sigma M_D = 0 \rightarrow V_A \cdot 3 - b_6 \cdot 3 = 0$$

$$b_6 = \frac{4 \cdot 3}{3} = 4 \text{ kN} \dots (\text{tarik})$$

$$\Sigma M_C = 0 \rightarrow V_A \cdot 6 - b_6 \cdot 3 - b_7 \cdot 3 = 0$$

$$b_7 = \frac{4 \cdot 6 - 4 \cdot 3}{3} = 4 \text{ kN} \dots (\text{tarik})$$

atau

$$\Sigma V = 0 \rightarrow V_A - b_7 = 0$$

$$b_7 = 4 \text{ kN}$$

- Pada potongan II – II dapat dicari gaya batang 3, 5, dan 9 dengan menggunakan persamaan :

$$\Sigma M_F = 0 \rightarrow V_B \cdot 3 + b_3 \cdot d = 0$$

$$d = \sqrt{(1,5^2 + 1,5^2)} = 2,12 \text{ m}$$

$$b_3 = -\frac{5 \cdot 3}{2,12} = -7,075 \text{ .kN ... (tekan)}$$

$$\Sigma M_C = 0 \rightarrow V_A \cdot 6 - P_1 \cdot 3 - b_5 \cdot 3 = 0$$

$$b_5 = \frac{4 \cdot 6 - 3 \cdot 3}{3} = 5 \text{ .kN ... (tarik)}$$

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot 9 - P_1 \cdot 6 - b_9 \cdot 3 = 0$$

$$b_9 = \frac{4 \cdot 9 - 3 \cdot 6}{3} = 6 \text{ .kN ... (tarik)}$$

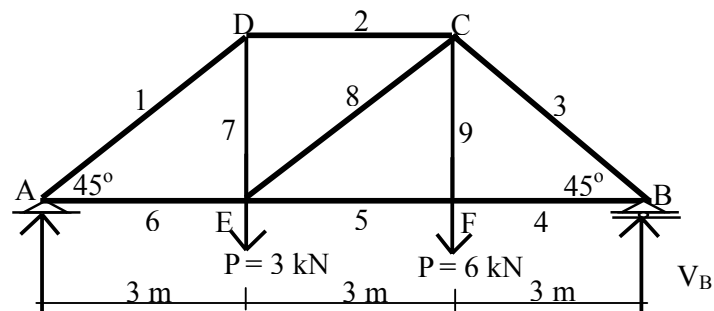
- Gaya batang 8, dicari dengan menggunakan persamaan :

$$\Sigma V = 0 \rightarrow V_A - P_1 + b_8 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$b_8 = \frac{-4 + 3}{\sin 45} = -1,414 \text{ .kN ... (tekan)}$$

Cara Ritter cocok untuk menghitung gaya batang pada potongan tertentu saja, yaitu potongan yang diduga merupakan batang yang menderita gaya aksial yang paling besar.

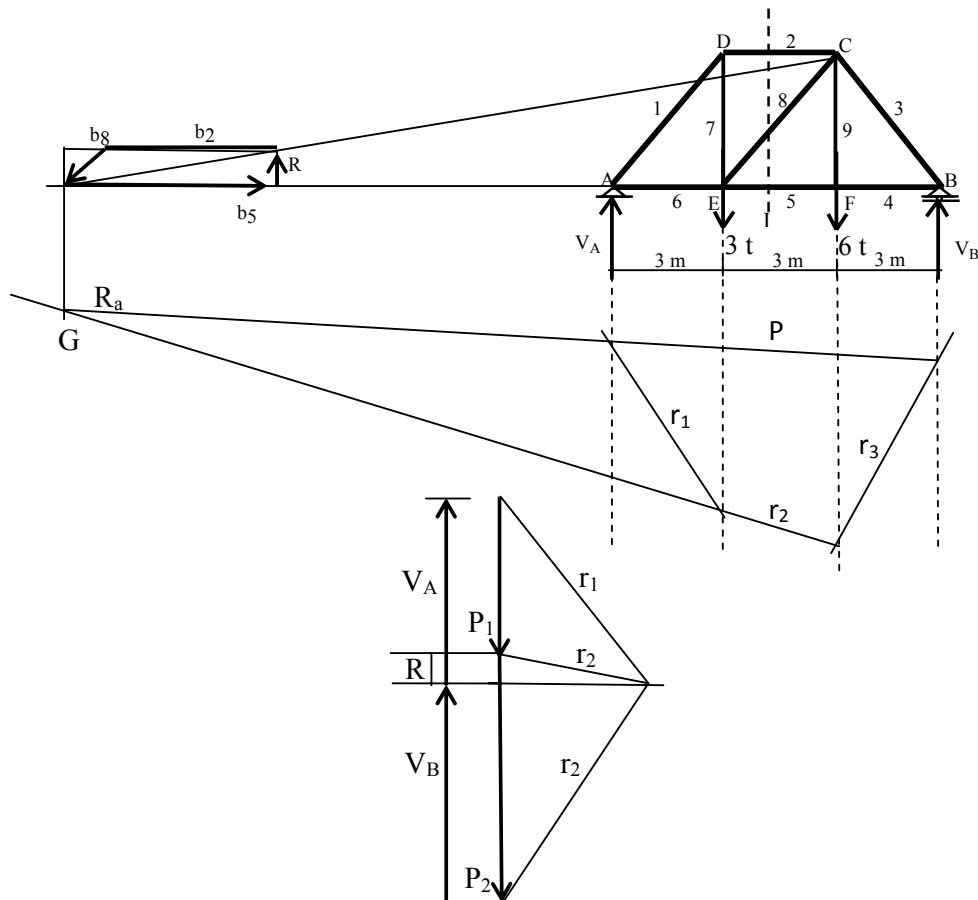
Soal 2. Tentukan gaya-gaya batang dari rangka batang di bawah ini dengan metode keseimbangan bagian cara grafis (*metode Culmann*).



Gambar 6.15 Rangka Batang Dengan Cara Culmann

Penyelesaian :

- Kestabilan konstruksi dan reaksi perletakan, sama dengan penyelesaian soal 1.
- Reaksi perletakan dengan bantuan lukisan kutub, sama dengan penyelesaian soal 2.
- Gaya-gaya batang



Gambar 6.16 Metode Keseimbangan Bagian Cara Grafis

Cara Culmann ini hanya digunakan untuk mencari gaya batang pada potongan tertentu saja. Besarnya gaya batang 2, 5, dan 8, dari cara grafis di atas, untuk skala gaya : 1 kN = 1 cm, dan skala panjang: 1 m = 1 cm adalah $b_1 = -4$ kN (tekan), $b_5 = 5$ kN (tarik), dan $b_8 = -1,4$ kN (tekan).