

Pertemuan IX, X V. Struktur Portal

V.1 Pendahuluan

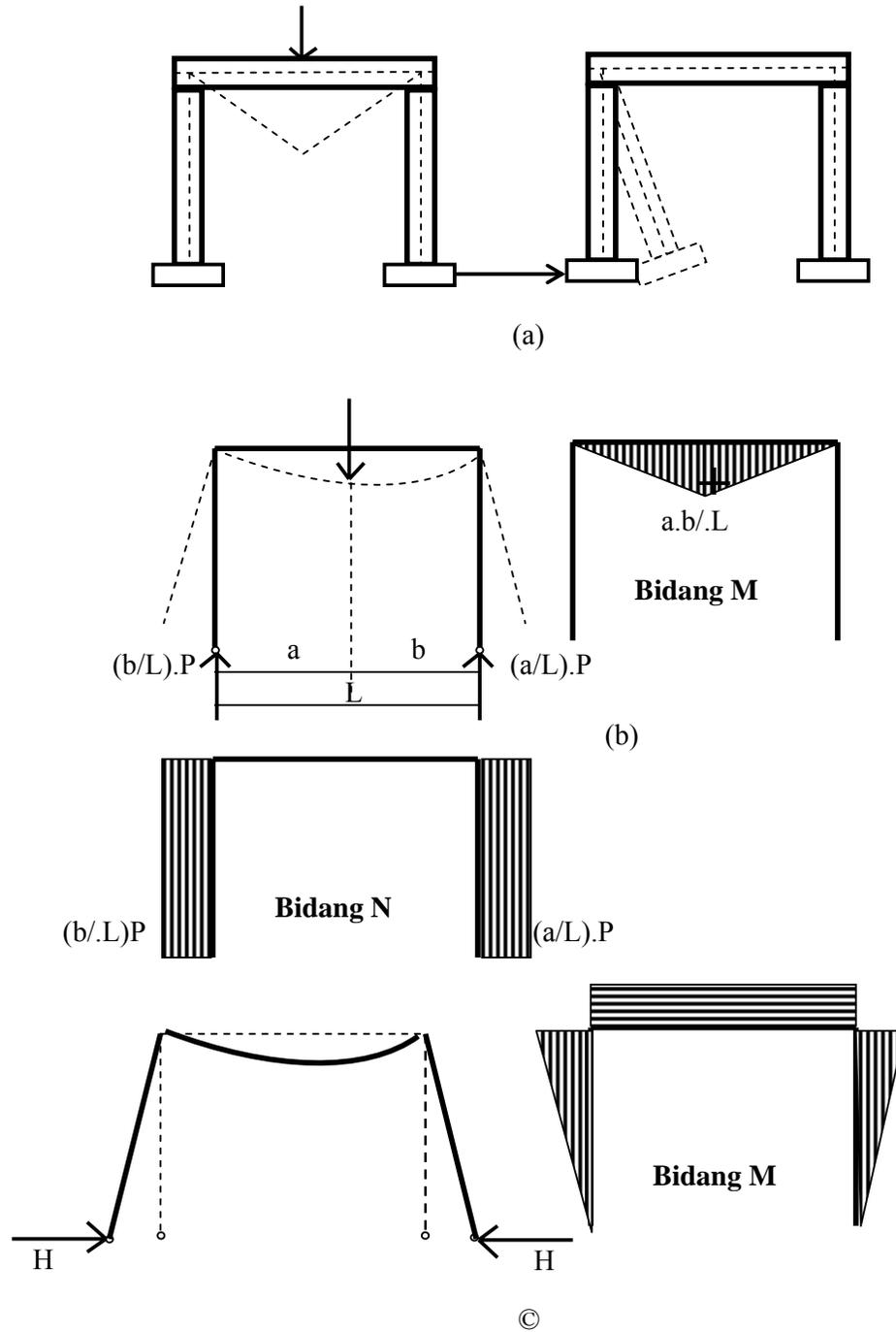
Pada struktur portal, yang terdiri dari balok dan tiang yang dibebani muatan di atasnya akan timbul lenturan pada balok saja, dan akan meneruskan gaya-gaya tersebut ke tiang berupa gaya normal. Balok pada sistem demikian sama dengan balok sederhana. Adapun gaya yang bekerja pada tiang, yang lazimnya berupa gaya horisontal, tidak berpengaruh pada balok, sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 5.1a.

Pada struktur portal yang balok dan tiangnya mempunyai hubungan yang kaku, apabila dibebani muatan akan menimbulkan lentur dan gaya normal di balok maupun di tiang. Gaya horisontal yang bekerja pada tiang juga akan menimbulkan lentur pada balok. Pada struktur demikian bila balok dibebani muatan terpusat akan menimbulkan momen lentur positif pada balok dan menunjukkan adanya lentur pada sumbu balok., yang mengakibatkan putaran sudut pada hubungan balok dan tiang, akibatnya tiang akan bergeser kedudukannya. Dalam hal demikian dianggap pada tiang hanya akan timbul gaya normal desak saja, yang besarnya sama dengan reaksi perletakan, hal ini dapat dilihat pada Gambar 5.1b.

Setiap usaha untuk mengembalikan pergeseran kaki tiang ini memerlukan gaya horisontal H yang mengakibatkan momen lentur pada tiang maupun baloknya. Momen lentur pada tiang akibat gaya horisontal H sama dengan $H.y$, diagramnya merupakan fungsi linear. Sedangkan momen lentur akibat gaya H pada balok akan sama dengan $H.t$, diagramnya merupakan garis tetap. Diagram gaya-gaya dalam usaha ini dapat dilihat pada Gambar 5.1c.

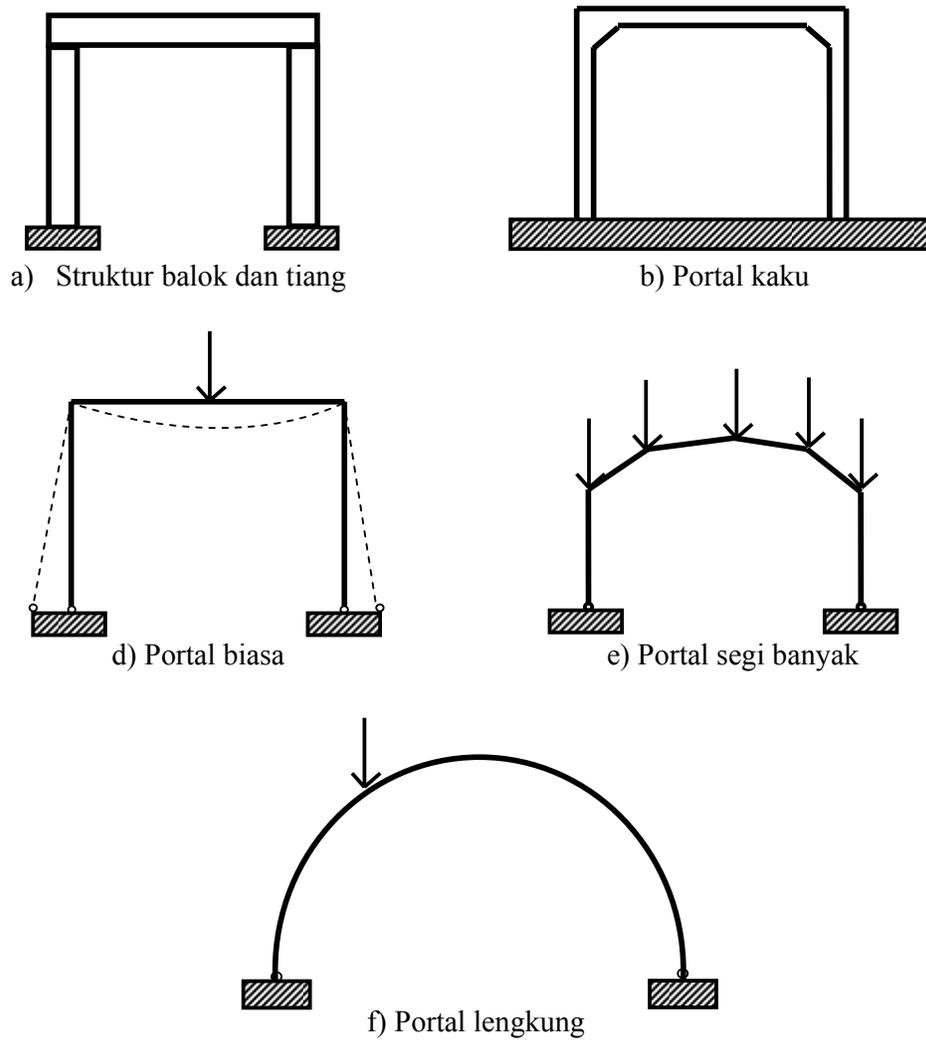
Portal yang akan dibahas lebih lanjut adalah portal statis tertentu, dengan tidak memperhitungkan perubahan bangunan yang terjadi. Kalau ada perubahan bangunan dianggap perubahan itu sangat kecil terhadap

dimensi portal, meskipun hal ini menyebabkan ukuran portal menjadi besar, yang berarti struktur tidak efisien. Struktur semacam ini lebih kokoh.



Gambar 5.1 Digram Gaya Dalam Pada Struktur Portal

Pada struktur portal yang dibebani muatan vertikal akan menimbulkan gaya lentur pada balok dan gaya normal pada tiang. Bentuk portal yang lazim dipelajari dapat berupa segi empat, segi banyak atau lengkungan, yang bentuknya dapat dilihat pada Gambar 5.2. Portal segi empat membedakan balok dari tiang, sedangkan bentuk portal yang lain telah menghilangkan perbedaan itu. Oleh karena itu selanjutnya akan dibahas lebih lanjut mengenai portal segi empat dan portal pelengkung.

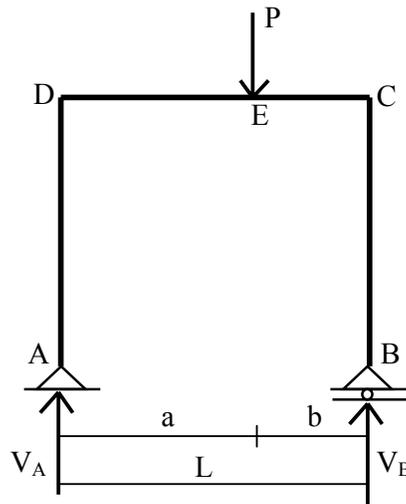


Gambar 5.2 Struktur Portal

V.2 Portal Segi Empat

1. Reaksi perletakan dan gaya dalam akibat beban terpusat

Portal dengan balok mendatar dan tiangnya tegak, diletakkan di atas dua tumpuan A dan B dibebani muatan titik P seperti pada Gambar 5.3. Pada struktur demikian reaksi-reaksi terdapat pada perletakan A berupa reaksi vertikal V_A dan perletakan B berupa reaksi vertikal V_B .



Gambar 5.3 Portal Segi Empat Dengan Beban Terpusat Vertikal

Berdasarkan keseimbangan gaya luar dapat dihitung besarnya reaksi sebagai berikut :

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot L - P \cdot b = 0 \rightarrow V_A = \frac{P \cdot b}{L} \quad \dots\dots\dots 5.1a)$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B \cdot L + P \cdot a = 0 \rightarrow V_B = \frac{P \cdot a}{L} \quad \dots\dots\dots 5.1b)$$

Sebagaimana lazimnya gaya dalam pada batas-batas AD, DE, EC, dan BC. Cara mencari gaya dalam seperti halnya pada balok. Dengan cara seperti itu dapat diturunkan sebagai berikut :

$$AD \rightarrow 0 \leq y \leq t \quad \dots\dots\dots 5.2a)$$

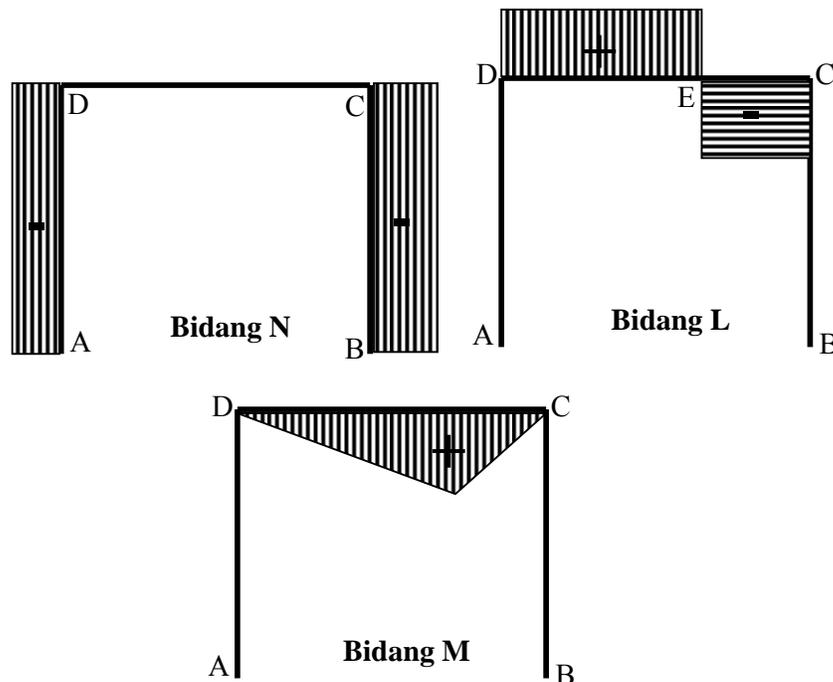
$$N_y = -V_A \quad \dots\dots\dots 5.2a)$$

$$L_y = 0 \quad \dots\dots\dots 5.2b)$$

$$M_y = 0 \quad \dots\dots\dots 5.2c)$$

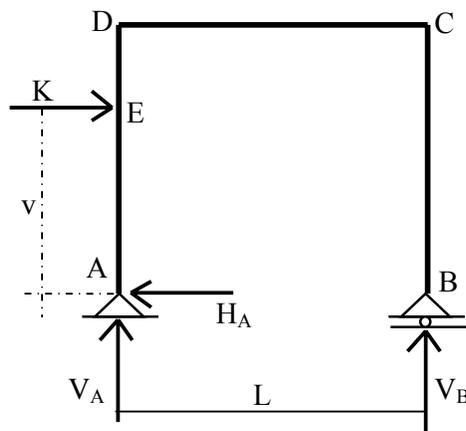
$$\begin{aligned}
 DE \rightarrow 0 \leq x \leq a \\
 N_x &= 0 && \dots\dots\dots 5.2d) \\
 L_x &= V_A && \dots\dots\dots 5.2e) \\
 M_x &= V_A \cdot x && \dots\dots\dots 5.2f) \\
 EC \rightarrow a \leq x \leq L \\
 N_x &= 0 && \dots\dots\dots 5.2g) \\
 L_x &= V_A - P && \dots\dots\dots 5.2h) \\
 M_x &= V_A \cdot x - P(x - a) && \dots\dots\dots 5.2i) \\
 BC \rightarrow 0 \leq y \leq t \\
 N_y &= -V_B && \dots\dots\dots 5.2j) \\
 L_y &= 0 && \dots\dots\dots 5.2k) \\
 M_y &= 0 && \dots\dots\dots 5.2l)
 \end{aligned}$$

Dari uraikan di atas tampak tidak ada perbedaan sistem portal ini dari sistem balok biasa. Hanya pada struktur portal dijumpai gaya normal pada tiang. Bila dimasukkan nilai-nilai batas akan dapat digambarkan diagram bidang N, L, dan M, sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 5.4.



Gambar 5.4 Diagram Gaya-Gaya Dalam Pada Portal Segi Empat Dengan Beban Terpusat Vertikal

Apabila struktur portal dibebani muatan horisontal pada tiang, maka akan dijumpai timbulnya lentur di tiang maupun di balok, seperti Gambar 5.5. Gaya horisontal ini oleh sifat translasi akan menimbulkan gaya dan momen pada sumbu AB, oleh karena itu gaya ini akan menimbulkan reaksi horisontal H_A , serta reaksi vertikal V_A dan V_B yang akan merupakan pasangan gaya kopel yang akan mengimbangi momen yang diakibatkan oleh gaya horisontal itu pada garis AB.



Gambar 5.5 Portal Segi Empat Dengan Beban Terpusat Horisontal
 Reaksi perletakan dapat dihitung sebagai berikut :

$$\Sigma H = 0 \rightarrow -H_A + K = 0 \rightarrow H_A = K \quad \dots\dots\dots 5.3a)$$

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot L + K \cdot v = 0 \rightarrow V_A = -\frac{K \cdot v}{L} \quad \dots\dots\dots 5.3b)$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B \cdot L + K \cdot v = 0 \rightarrow V_B = \frac{K \cdot v}{L} \quad \dots\dots\dots 5.3c)$$

Arah gaya reaksinya, bila arah gaya horisontal dibalik, maka terbalik pula arah reaksi-reaksinya.

Memperhatikan keseimbangan gaya luar di atas dapat diturunkan persamaan gaya dalam sebagai berikut :

$$AE \rightarrow 0 \leq y \leq v \quad \dots\dots\dots 5.4a)$$

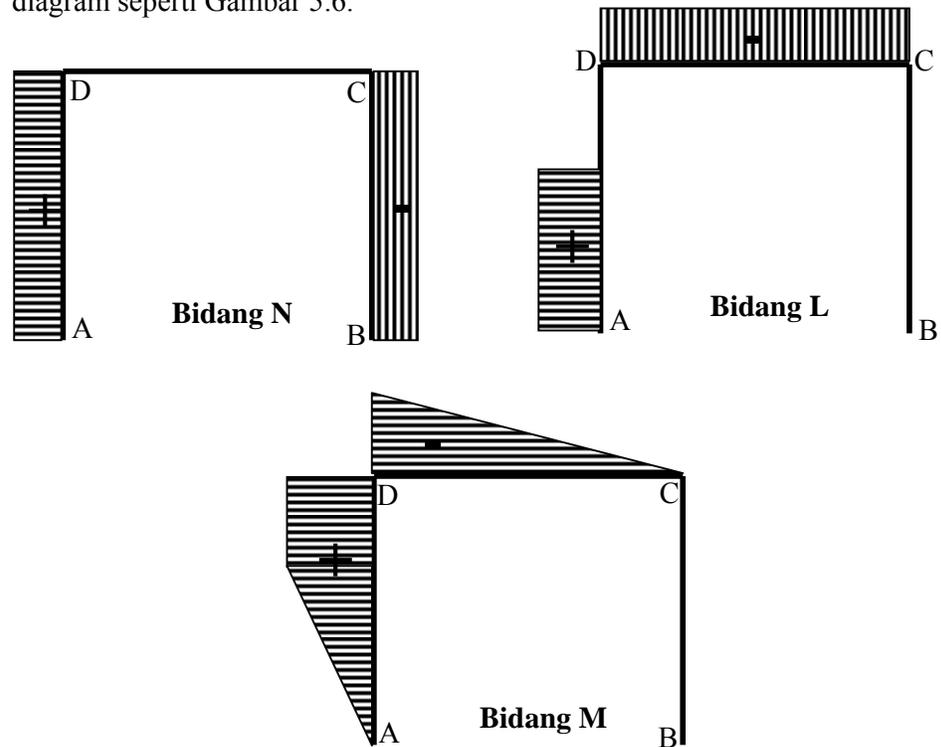
$$N_y = V_A \quad \dots\dots\dots 5.4b)$$

$$L_y = H_A \quad \dots\dots\dots 5.4c)$$

$$M_y = H_A \cdot y \quad \dots\dots\dots 5.4c)$$

$$\begin{aligned}
 ED &\rightarrow v \leq y \leq t \\
 N_y &= V_A && \dots\dots\dots 5.4d) \\
 L_y &= 0 && \dots\dots\dots 5.4e) \\
 M_y &= H_A \cdot y && \dots\dots\dots 5.4f) \\
 DC &\rightarrow 0 \leq x \leq L \\
 N_x &= 0 && \dots\dots\dots 5.4g) \\
 L_x &= -V_A && \dots\dots\dots 5.4h) \\
 M_x &= H_A \cdot t - K(t - v) - V_A \cdot x && \dots\dots\dots 5.4i) \\
 BC &\rightarrow 0 \leq y \leq t \\
 N_y &= -V_B && \dots\dots\dots 5.4j) \\
 L_y &= 0 && \dots\dots\dots 5.4k) \\
 M_y &= 0 && \dots\dots\dots 5.4l)
 \end{aligned}$$

Dari persamaan gaya-gaya dalam tersebut di atas, tampaklah momen lentur akibat gaya horizontal pada tiang. Hal itu dapat digambarkan pada diagram seperti Gambar 5.6.



Gambar 5.6 Portal Segi Empat Dengan Beban Terpusat Horizontal

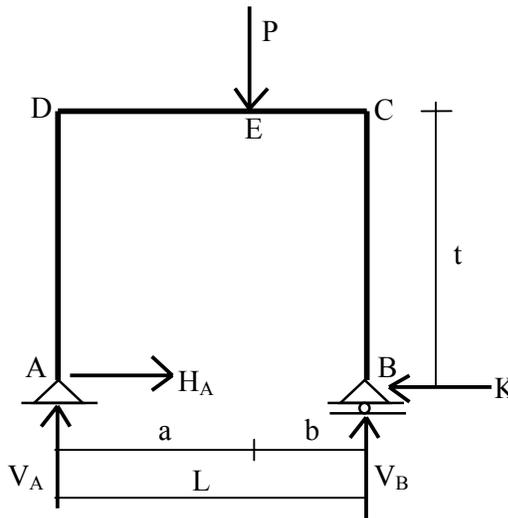
Untuk persamaan gaya dalam pada balok CD, dirumuskan :

$$M_x = M_H + M_x^o$$

Dengan M_H adalah momen lentur pada balok CD akibat gaya-gaya horisontal, dan M_x adalah momen lentur pada balok CD yang dianggap seolah-olah seperti balok di atas tumpuan C dan D.

Pada struktur portal segi empat, gaya dalam pada tiang dipengaruhi adanya gaya horisontal, sedangkan gaya dalam pada balok umumnya dipengaruhi oleh gaya vertikal dan horisontal dengan bentuk persamaan seperti persamaan gaya dalam pada balok CD $M_x = M_H + M_x^o$

Selanjutnya apabila struktur portal dibebani muatan titik P pada balok dan muatan horisontal K pada tiang, seperti Gambar 5.7. Gaya horisontal K akan menimbulkan reaksi horisontal H_A , dan gaya akibat muatan titik P dan gaya horisontal K akan menimbulkan reaksi vertikal V_A dan V_B .



Gambar 5.7 Portal Segi Empat Dengan Beban Terpusat Vertikal dan Horisontal

Keseimbangan gaya luar :

$$\Sigma H = 0 \rightarrow H_A - K = 0 \rightarrow H_A = K \quad \dots\dots\dots 5.5a)$$

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot L - P \cdot b - K \cdot 0 = 0 \rightarrow V_A = -\frac{P \cdot b}{L} \quad \dots\dots\dots 5.5b)$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B \cdot L + P \cdot a - K \cdot 0 = 0 \rightarrow V_B = \frac{P \cdot a}{L} \quad \dots\dots\dots 5.5c)$$

Keseimbangan gaya dalam :

$$AD \rightarrow 0 \leq y \leq t \quad \dots\dots\dots 5.6a)$$

$$N_y = -V_A \quad \dots\dots\dots 5.6b)$$

$$L_y = -H_A \quad \dots\dots\dots 5.6c)$$

$$M_y = -H_A \cdot y \quad \dots\dots\dots 5.6c)$$

$$DE \rightarrow 0 \leq x \leq a \quad \dots\dots\dots 5.6d)$$

$$N_x = -K \quad \dots\dots\dots 5.6e)$$

$$L_x = V_A \quad \dots\dots\dots 5.6e)$$

$$M_x = -H_A \cdot t + V_A \cdot x \quad \dots\dots\dots 5.6f)$$

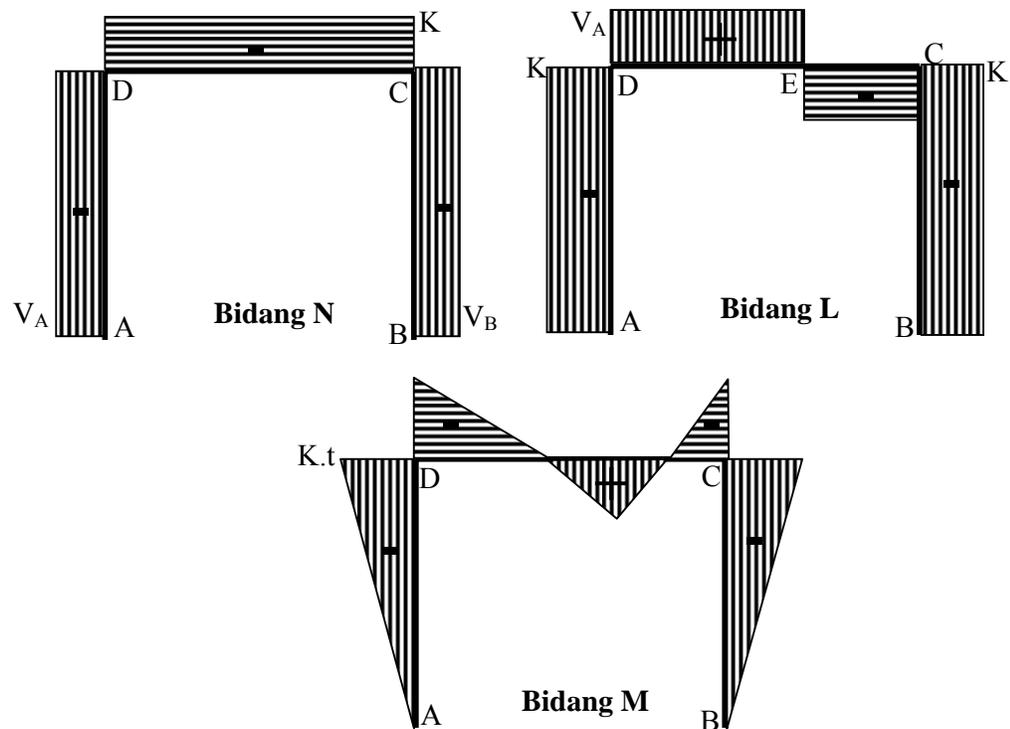
$$BC \rightarrow 0 \leq y \leq t \quad \dots\dots\dots 5.6g)$$

$$N_y = -V_B \quad \dots\dots\dots 5.6h)$$

$$L_y = K \quad \dots\dots\dots 5.6h)$$

$$M_y = -K \cdot y \quad \dots\dots\dots 5.6i)$$

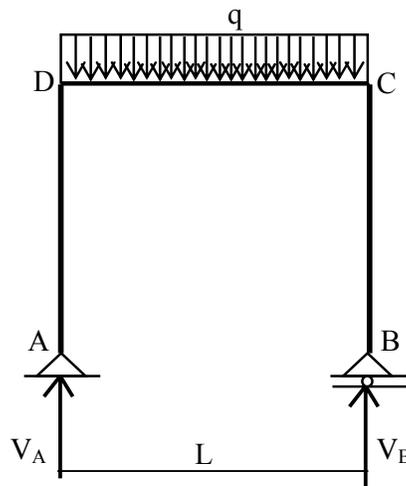
Dari persamaan gaya-gaya dalam tersebut di atas dapat digambarkan pada diagram gaya-gaya dalam seperti Gambar 5.8.



Gambar 5.8 Portal Segi Empat Dengan Beban Terpusat Vertikal dan Horizontal

2. Reaksi perletakan dan gaya dalam akibat beban terbagi rata

Portal dengan balok mendatar dan tiangnya tegak, diletakkan di atas dua tumpuan A dan B dibebani muatan terbagi rata q seperti pada Gambar 5.9. Pada struktur demikian reaksi-reaksi terdapat pada perletakan A berupa reaksi vertikal V_A dan perletakan B berupa reaksi vertikal V_B .



Gambar 5.9 Portal Segi Empat Dengan Beban Terbagi Rata Pada Balok

Berdasarkan keseimbangan gaya luar dapat dihitung besarnya reaksi sebagai berikut :

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot L - 1/2 \cdot q \cdot L^2 = 0 \rightarrow V_A = \frac{q \cdot L}{2} \quad \dots\dots\dots 5.7a)$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B \cdot L + 1/2 \cdot q \cdot L^2 = 0 \rightarrow V_B = \frac{q \cdot L}{2} \quad \dots\dots\dots 5.7b)$$

Gaya dalam pada batas-batas AD, DC, dan BC. Cara mencari gaya dalam seperti halnya pada balok. Dengan cara seperti itu dapat diturunkan sebagai berikut :

$$AD \rightarrow 0 \leq y \leq t$$

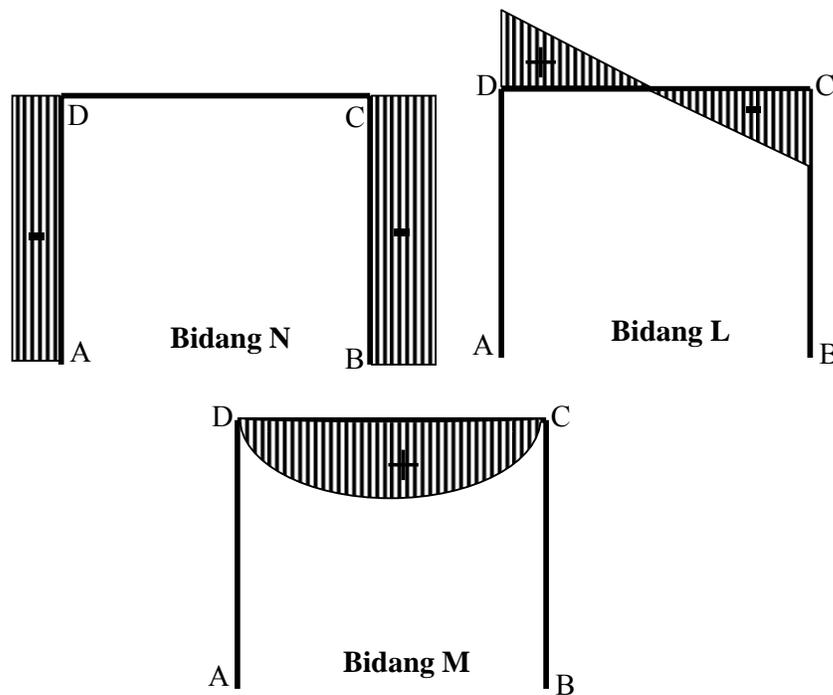
$$N_y = -V_A \quad \dots\dots\dots 5.8a)$$

$$L_y = 0 \quad \dots\dots\dots 5.8b)$$

$$M_y = 0 \quad \dots\dots\dots 5.8c)$$

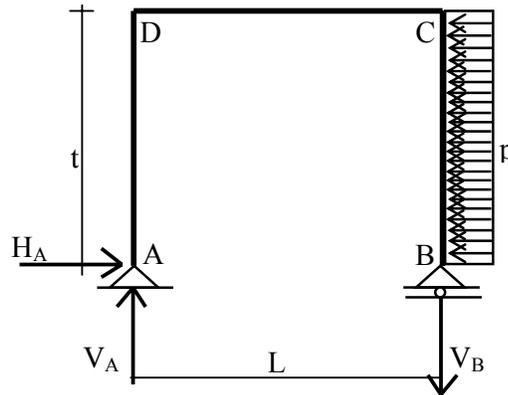
$$\begin{aligned}
 DC \rightarrow 0 \leq x \leq L & \dots\dots\dots 5.8d) \\
 N_x = 0 & \dots\dots\dots 5.8e) \\
 L_x = V_A - qx & \dots\dots\dots 5.8f) \\
 M_x = V_A \cdot x - 1/2 \cdot q \cdot x^2 & \dots\dots\dots 5.8f) \\
 BC \rightarrow 0 \leq y \leq t & \\
 N_y = -V_B & \dots\dots\dots 5.8g) \\
 L_y = 0 & \dots\dots\dots 5.8h) \\
 M_y = 0 & \dots\dots\dots 5.8i)
 \end{aligned}$$

Dari persamaan gaya-gaya dalam dapat digambarkan diagram bidang N, L, dan M, sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 5.10.



Gambar 5.10 Diagram Gaya-Gaya Dalam Pada Portal Segi Empat Dengan Beban Terbagi Rata Pada Balok

Apabila struktur portal dibebani muatan terbagi rata pada tiang, maka akan dijumpai timbulnya lentur di tiang maupun di balok, seperti Gambar 5.11.



Gambar 5.11 Portal Segi Empat Dengan Beban Terbagi Rata Pada Tiang

Reaksi perletakan dapat dihitung sebagai berikut :

$$\Sigma H = 0 \rightarrow H_A - p.t = 0 \rightarrow H_A = p.t \quad \dots\dots\dots 5.9a)$$

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A.L - 1/2.p.t^2 = 0 \rightarrow V_A = \frac{p.t^2}{2L} \quad \dots\dots\dots 5.9b)$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B.L - 1/2.p.t^2 = 0 \rightarrow V_B = -\frac{p.t^2}{2L} \quad \dots\dots\dots 5.9c)$$

Memperhatikan keseimbangan gaya luar di atas dapat diturunkan persamaan gaya dalam sebagai berikut :

$$AD \rightarrow 0 \leq y \leq t \quad \dots\dots\dots 5.10a)$$

$$N_y = -V_A \quad \dots\dots\dots 5.10b)$$

$$L_y = -H_A \quad \dots\dots\dots 5.10b)$$

$$M_y = -H_A.y \quad \dots\dots\dots 5.10c)$$

$$DC \rightarrow 0 \leq x \leq L \quad \dots\dots\dots 5.10d)$$

$$N_x = -H_A \quad \dots\dots\dots 5.10e)$$

$$L_x = V_A \quad \dots\dots\dots 5.10f)$$

$$M_x = -H_A.t + V_A.x \quad \dots\dots\dots 5.10f)$$

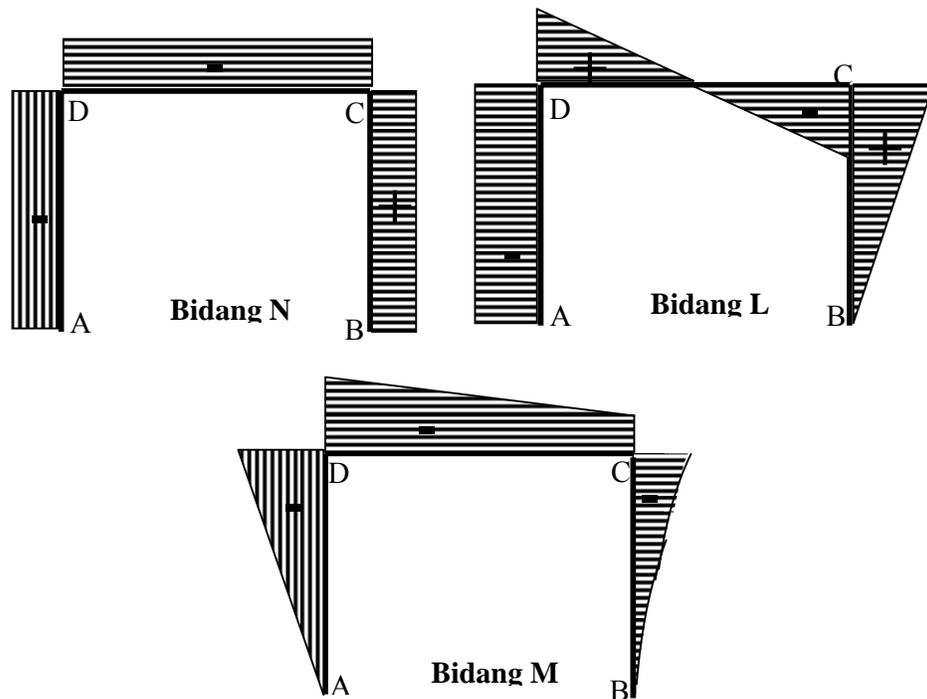
$$BC \rightarrow 0 \leq y \leq t \quad \dots\dots\dots 5.10g)$$

$$N_y = V_B \quad \dots\dots\dots 5.10h)$$

$$L_y = p.y \quad \dots\dots\dots 5.10i)$$

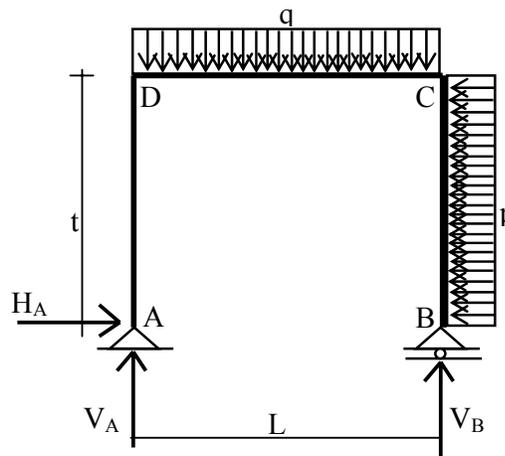
$$M_y = -1/2.p.y^2 \quad \dots\dots\dots 5.10i)$$

Dari persamaan gaya-gaya dalam tersebut di atas, dapat digambarkan pada diagram seperti Gambar 5.12.



Gambar 5.12 Diagram Gaya-Gaya Dalam Pada Portal Segi Empat Dengan Beban Terbagi Rata Pada Tiang

Selanjutnya apabila struktur portal segi empat dibebani muatan terbagi rata q pada balok dan muatan terbagi rata p pada tiang, seperti Gambar 5.13. Gaya horisontal p akan menimbulkan reaksi horisontal H_A , dan gaya vertical q dan gaya horisontal p akan menimbulkan reaksi vertikal V_A dan V_B .



Gambar 5.13 Portal Segi Empat Dengan Beban Terbagi Rata Pada Balok dan Tiang

Keseimbangan gaya luar :

$$\Sigma H = 0 \rightarrow H_A - p.t = 0 \rightarrow H_A = p.t \quad \dots\dots\dots 5.11a)$$

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A.L - 1/2.q.L^2 - 1/2.p.t^2 = 0 \rightarrow V_A = \frac{q.L}{2} + \frac{p.t^2}{2L} \quad \dots\dots 5.11b)$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B.L + 1/2.q.L^2 - 1/2.p.t^2 = 0 \rightarrow V_B = \frac{q.L}{2} - \frac{p.t^2}{2L} \quad \dots\dots 5.11c)$$

Keseimbangan gaya dalam :

$$AD \rightarrow 0 \leq y \leq t \quad \dots\dots\dots 5.12a)$$

$$N_y = -V_A \quad \dots\dots\dots 5.12b)$$

$$L_y = -H_A \quad \dots\dots\dots 5.12c)$$

$$M_y = -H_A.y \quad \dots\dots\dots 5.12c)$$

$$DC \rightarrow 0 \leq x \leq L \quad \dots\dots\dots 5.12d)$$

$$N_x = -H_A \quad \dots\dots\dots 5.12e)$$

$$L_x = V_A - q.x \quad \dots\dots\dots 5.12f)$$

$$M_x = -H_A.t + V_A.x - 1/2.q.x^2 \quad \dots\dots\dots 5.12g)$$

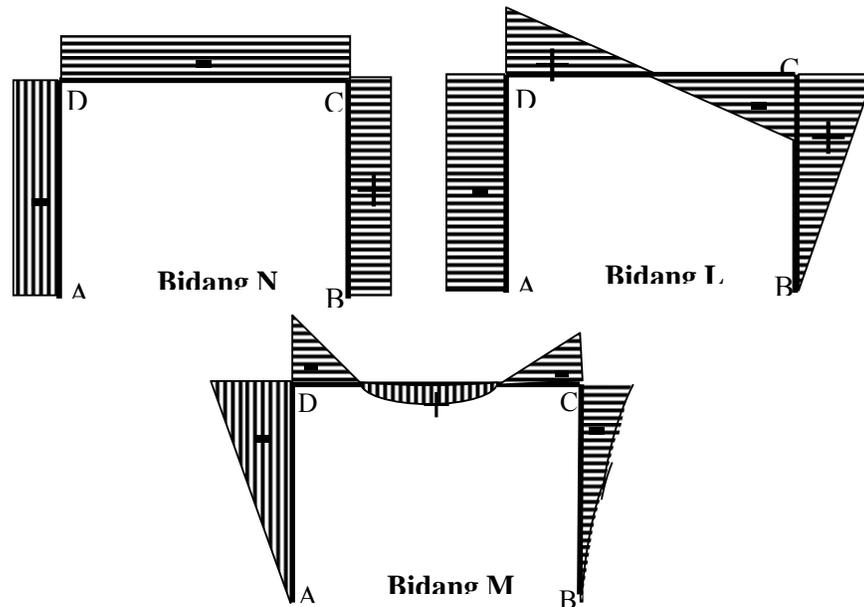
$$BC \rightarrow 0 \leq y \leq t \quad \dots\dots\dots 5.12g)$$

$$N_y = -V_B \quad \dots\dots\dots 5.12h)$$

$$L_y = p.y \quad \dots\dots\dots 5.12i)$$

$$M_y = -1/2.p.y^2 \quad \dots\dots\dots 5.12i)$$

Dari persamaan gaya-gaya dalam tersebut di atas dapat digambarkan pada diagram gaya-gaya dalam seperti Gambar 5.14.

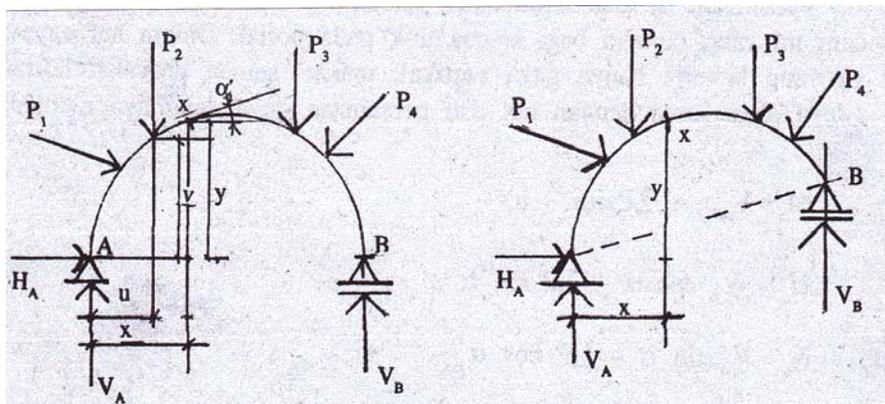


Gambar 5.14 Portal Segi Empat Dengan Beban Terbagi Rata Pada Balok dan Tiang

V.3 Portal Pelengkung

Suatu portal pelengkung dibebani muatan terpusat seperti pada Gambar 15. Reaksi perletakkannya berupa H_A , V_A , dan V_B , yang dapat dihitung seperti pada balok sederhana.

Dalam hal perletakan tumpuan A dan B tidak sama tinggi masih ditempuh perhitungan yang sama. Hanya dalam menghitung $\sum M^o_B$ terdapat suku V_A dan H_A yang masih belum diketahui, sehingga masih memerlukan persamaan satu lagi, misalnya $\sum H = 0$.



Gambar 5.15 Portal Pelengkung

Reaksi perletakan dihitung dengan persamaan :

$$V_A = \frac{\sum M^o_B}{L} \dots\dots\dots 5.13a)$$

$$V_B = \frac{\sum M^o_A}{L} \dots\dots\dots 5.13b)$$

$$H_b = \sum P_x \dots\dots\dots 5.13c)$$

Dengan M^o_A adalah momen gaya-gaya luar terhadap perletakan A

M^o_B adalah momen gaya-gaya luar terhadap perletakan B

P_x adalah proyeksi horisontal gaya-gaya yang bekerja pada portal.

Selanjutnya gaya-gaya dalam pada suatu titik x dapat dihitung sebagai berikut:

$$N_x = -V_A \cdot \sin \alpha + H_A \cdot \cos \alpha - \sum P_x \cdot \cos \alpha + \sum P_y \cdot \sin \alpha \dots\dots\dots 5.14a)$$

$$L_x = V_A \cdot \cos \alpha + H_A \cdot \sin \alpha - \sum P_x \cdot \sin \alpha - \sum P_y \cdot \sin \alpha \dots\dots\dots 5.14b)$$

$$M_x = V_A \cdot x + H_A \cdot y - \sum P_x (x - u) \dots\dots\dots 5.14c)$$

Persamaan gaya-gaya lintang tersebut di atas merupakan persamaan umum pada portal semacam ini yang berlaku bagi semua titik pada portal. Dalam hal gaya-gaya yang bekerja hanya gaya vertikal, maka semua proyeksi horisontalnya akan sama dengan nol dan persamaan gaya dalamnya menjadi :

$$N_x = V_A \cdot \sin \alpha - \Sigma P \cdot \cos \alpha \quad \dots\dots\dots 5.15a)$$

$$L_x = V_A \cdot \cos \alpha - \Sigma P \cdot \sin \alpha \quad \dots\dots\dots 5.15b)$$

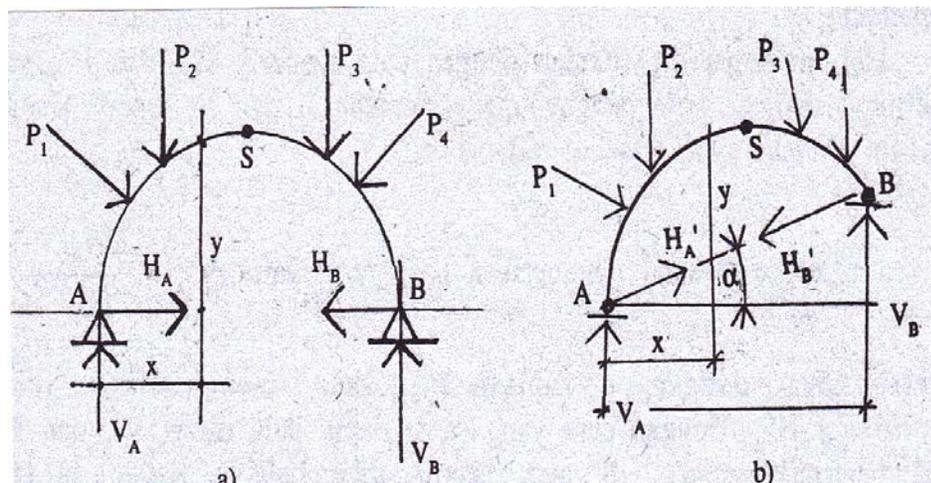
$$M_x = V_A \cdot x - \Sigma P(x - u) \quad \dots\dots\dots 5.15c)$$

Persamaan tersebut di atas merupakan persamaan gaya dalam yang berlaku pada balok di atas dua tumpuan. Karena itu portal semacam ini seringkali dianggap sebagai struktur balok biasa.

Selanjutnya, dalam hal bentuk portal merupakan portal yang terdiri dari balok dan tiang, maka persamaan gaya dalam di atas masih berlaku. Hanya perlu diingat batas berlakunya persamaan-persamaan tersebut mengingat bentuk portalnya.

V.4 Pelengkung Tiga Sendi

Pada struktur tiga sendi reaksi perletakannya ditentukan oleh dua sifat yakni *besaran* dan *arah*, yang dijabarkan dalam empat satuan, yaitu reaksi-reaksi V_A , V_B , H_A , dan H_B , seperti Gambar 5.16.



Gambar 5.16 Pelengkung Tiga Sendi

Empat buah reaksi tersebut dapat dihitung berdasarkan tiga buah persamaan statis tertentu dan satu buah persamaan momen dari semua gaya luar yang bekerja pada struktur bagian kiri atau kanan terhadap sendi S sama dengan nol.

Untuk menghindari perhitungan yang rumit, empat persamaan dengan empat reaksi yang tidak diketahui, gunakan persamaan momen terhadap B yang hanya terdiri dari reaksi V_A saja yang tidak diketahui, seperti pada Gambar 5.16.a. Bila V_A telah didapa, maka H_A dapat dihitung dari persamaan $\sum M_{s,ki} = 0$. Persamaan itu terdiri dari V_A yang telah dihitung dan H_A yang dicari. Dengan cara yang sama akan dihitung V_B dan H_B . dalam hal perletakan A dan B berbeda tingginya, seperti gambar 5.16b, maka persamaan $\sum M = 0$ akan terdiri dari dua reaksi yang tidak diketahui.

Hal ini dapat dipermudah dengan cara menarik H'_A dan H'_B yang berimpit dengan garis penghubung perletakan A dan B. Dengan cara tersebut, didapat :

$$\sum M = 0 \text{ akan memberikan hasil } V'_A, \text{ yaitu : } V'_A = \frac{\sum M_B}{L_{AB}}$$

Selanjutnya dengan persamaan $M_{s,ki}$ akan menghasilkan reaksi horizontal H'_A . Dengan cara yang sama dapat pula dicari V'_B dan H'_B .

Nilai-nilai reaksi di atas harus dikembalikan dalam proyeksi salip sumbu orthogonal XY, sehingga didapat :

$$V_A = V'_A + H'_A \cdot \sin \alpha \quad \dots\dots\dots 5.16a)$$

$$H_A = H'_A \cdot \cos \alpha \quad \dots\dots\dots 5.16b)$$

$$V_B = V'_B - H'_B \cdot \sin \alpha \quad \dots\dots\dots 5.16c)$$

$$H_B = H'_B \cdot \cos \alpha \quad \dots\dots\dots 5.16d)$$

Selanjutnya gaya dalam pada pelengkung ini dapat hitung sebagai berikut :

$$N_x = V_A \cdot \sin \alpha + H_A \cdot \cos \alpha - \sum P_y \cdot \sin \alpha + \sum P_x \cdot \cos \alpha \quad \dots\dots\dots 5.17a)$$

$$L_x = V_A \cdot \cos \alpha - H_A \cdot \sin \alpha - \sum P_y \cdot \cos \alpha - \sum P_x \cdot \sin \alpha \quad \dots\dots\dots 5.17b)$$

$$M_x = V_A \cdot x - H_A \cdot y - \sum P_y (x - u) - \sum P_x (y' - v) \quad \dots\dots\dots 5.17c)$$

Dengan y merupakan fungsi x dari persamaan lengkungan, dalam hal lengkungan berupa setengah lingkaran berlaku : $y^2 = -x^2 + 2rx$

P_y adalah proyeksi vertical gaya-gaya luar

P_x adalah proyeksi horizontal gaya-gaya ;luar

$(x - u)$ dan $(y - v)$ merupakan jarak-jarak proyeksi gaya-gaya terhadap titik x yang bekerja di antara AX

Persamaan-persamaan di atas merupakan persamaan-persamaan gaya dalam yang dihitung dari sebelah kiri titi x . Nilai persamaan-persamaan tersebut tentu dapat dihitung pula dari sebelah kanan dengan hasil yang sama.

Apabila gaya yang bekerja pada pelengkung tersebut hanya gaya vertikal, maka semua proyeksi mendatar gaya-gaya luar P_x akan sama dengan nol, dan proyeksi vertical gaya-gaya luar P_y sama dengan P , dan akhirnya $H_A = H_B = H$.

Dalam hal seperti ini persamaan gaya dalam di atas menjadi :

$$N_x = (V_A - \Sigma P) \cdot \sin \alpha + H \cos \alpha$$

$$L_x = (V_A - \Sigma P) \cdot \cos \alpha - H \sin \alpha$$

$$M_x = V_A \cdot x - \Sigma P(x - u) - H_y$$

Perhatikan suku $(V_A - \Sigma P)$ merupakan persamaan gaya lintang L_x^0 pada balok yang diletakkan diatas dua tumpuan, persamaan $V_A \cdot x - \Sigma P(x - a)$ merupakan persamaan momen lemtur dalam struktur balok seperti di atas.

Dari persamaan di atas diagram gaya dalam akan dapat diselesaikan. Namun Karen sumbunya melengkung cara menggambarannya agak sulit. Dari persamaan itu pula akhirnya dapat diketahui bahwa momen lentur dan gaya lintang pada struktur tiga sendi akan lebih kecil dari pada momen dan gaya lintang pada balok lurus. Dengan demikian persamaan menjadi :

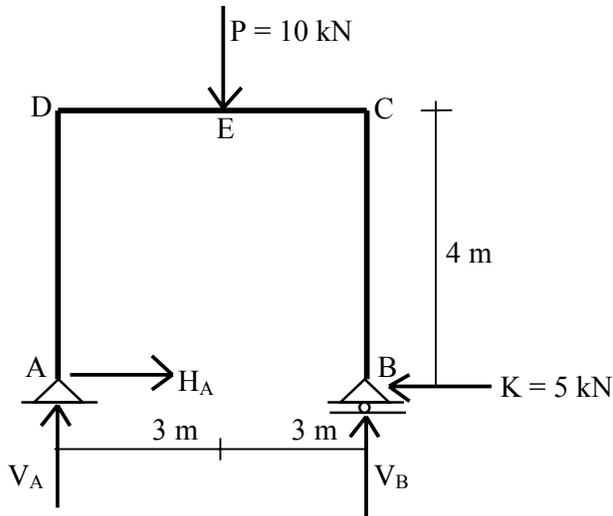
$$N_x = L_x^0 \cdot \sin \alpha + H \cos \alpha$$

$$L_x = L_x^0 \cos \alpha - H \cdot \sin \alpha$$

$$M_x = M_x^0 - H_y$$

V.5 Contoh-Contoh Soal dan Pembahasan

Soal 1. Suatu portal dibebani muatan terpusat seperti pada gambar. Diminta menghitung keseimbangan gaya luar dan keseimbangan gaya dalamnya.



Gambar 5.17 Portal Dengan Beban Terpusat Soal 1

Penyelesaian :

- Keseimbangan gaya luar :

$$\Sigma H = 0 \rightarrow H_A - 5 = 0 \rightarrow H_A = 5 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot 6 - 10 \cdot 3 = 0 \rightarrow V_A = \frac{30}{6} = 5 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B \cdot 6 + 10 \cdot 3 = 0 \rightarrow V_B = \frac{10 \cdot 3}{6} = 5 \text{ kN}$$

- Keseimbangan gaya dalam :

$$AD \rightarrow 0 \leq y \leq 4 \text{ m}$$

$$N_y = -V_A$$

$$y = 0 \rightarrow N_o = -5 \text{ kN}$$

$$y = 4 \text{ m} \rightarrow N_4 = -5 \text{ kN}$$

$$L_y = -H_A$$

$$y = 0 \rightarrow N_o = -5.kN$$

$$y = 4m \rightarrow N_4 = -5.kN$$

$$M_y = -H_A \cdot y$$

$$y = 0 \rightarrow M_0 = 0$$

$$y = 4m \rightarrow M_4 = -20.kNm$$

$$DE \rightarrow 0 \leq x \leq 3m$$

$$N_x = -K$$

$$x = 0 \rightarrow N_0 = -5kN$$

$$x = 3m \rightarrow N_3 = -5.kN$$

$$L_x = V_A$$

$$x = 0 \rightarrow L_0 = 5.kN$$

$$x = 3m \rightarrow L_3 = 5.kN$$

$$M_x = -H_A \cdot t + V_A \cdot x$$

$$x = 0 \rightarrow M_0 = -5.4 + 5.0 = -20.kNm$$

$$x = 3m \rightarrow M_3 = -5.4 + 5.3 = -5.kNm$$

$$EC \rightarrow 3m \leq x \leq 6m$$

$$N_x = -K$$

$$x = 3m \rightarrow N_3 = -5.kN$$

$$x = 6m \rightarrow N_6 = -5.kN$$

$$L_x = V_A - P$$

$$x = 3m \rightarrow L_3 = 5 - 10 = -5.kN$$

$$x = 6m \rightarrow L_6 = 5 - 10 = -5.kN$$

$$M_x = -H_A \cdot t + V_A \cdot x - P(x - a)$$

$$x = 3m \rightarrow M_3 = -5.4 + 5.3 - 10.(3 - 3) = -5.kNm$$

$$x = 6m \rightarrow M_6 = -5.4 + 5.6 - 10(6 - 3) = -20.kNm$$

$$BC \rightarrow 0 \leq y \leq 4m$$

$$N_y = -V_B$$

$$y = 0 \rightarrow N_o = -5.kN$$

$$y = 4m \rightarrow N_4 = -5.kN$$

$$L_y = K$$

$$y = 0 \rightarrow L_o = -5.kN$$

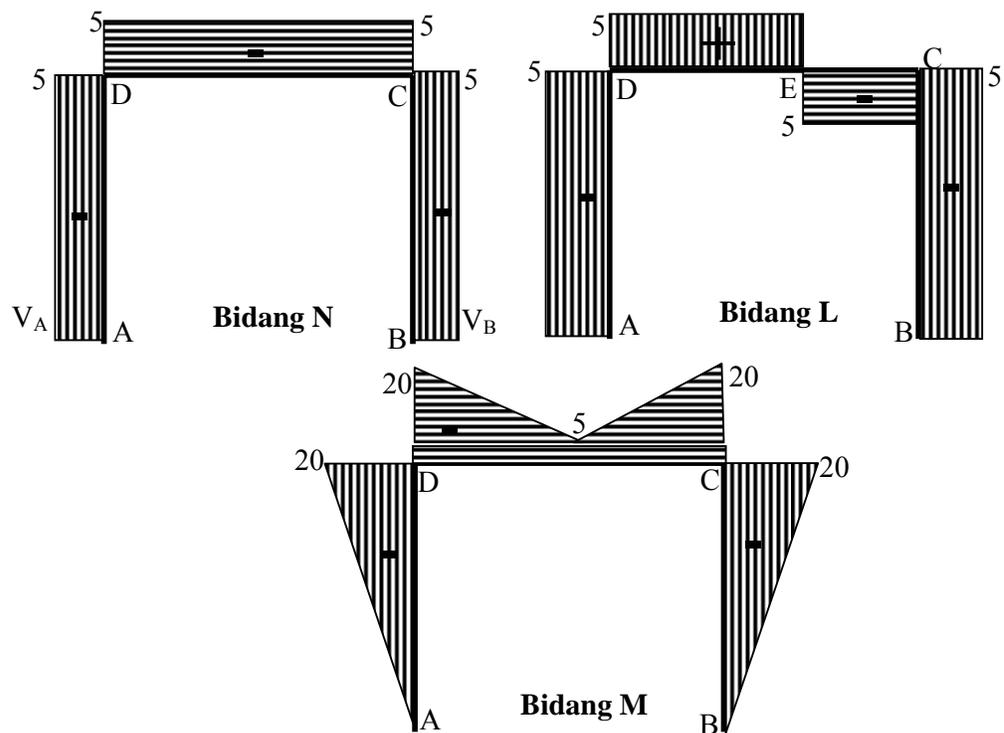
$$y = 4m \rightarrow L_4 = -5.kN$$

$$M_y = -K.y$$

$$y = 0 \rightarrow M_o = -5.0 = 0$$

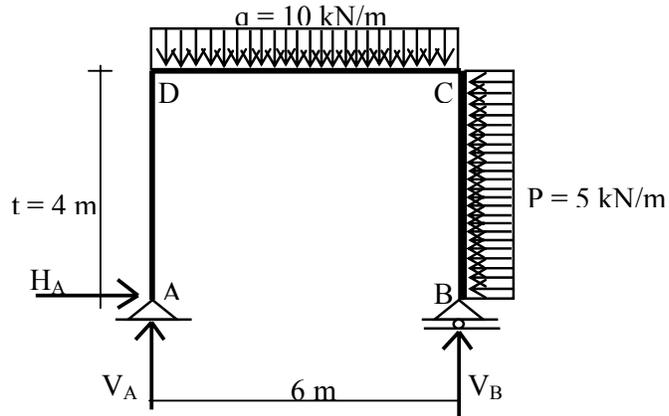
$$y = 4m \rightarrow M_4 = -5.4 = -20.kNm$$

- Diagram gaya-gaya dalam



Gambar 5.18 Diagram Gaya-Gaya Dalam Portal Soal 1

Soal 2. Suatu portal dibebani muatan terbagi rata seperti pada gambar. Diminta menghitung keseimbangan gaya luar dan keseimbangan gaya dalamnya.



Gambar 5.19 Portal Dengan Beban Terbagi Rata Soal 2

Penyelesaian :

Keseimbangan gaya luar :

$$\Sigma H = 0 \rightarrow H_A - 5.4 = 0 \rightarrow H_A = -20$$

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot 6 - 1/2 \cdot 10 \cdot 6^2 - 1/2 \cdot 5 \cdot 4^2 = 0 \rightarrow V_A = \frac{10 \cdot 6}{2} + \frac{5 \cdot 4^2}{2 \cdot 6} = 36,67 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -V_B \cdot 6 + 1/2 \cdot 10 \cdot 6^2 - 1/2 \cdot 5 \cdot 4^2 = 0 \rightarrow V_B = \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{5 \cdot 4^2}{2 \cdot 6} = 23,33 \text{ kN}$$

Keseimbangan gaya dalam :

$$AD \rightarrow 0 \leq y \leq 4 \text{ m}$$

$$N_y = -V_A$$

$$y = 0 \rightarrow N_0 = -36,67 \text{ kN}$$

$$y = 4 \text{ m} \rightarrow N_4 = -36,67 \text{ kN}$$

$$L_y = -H_A$$

$$y = 0 \rightarrow L_0 = -20 \text{ kN}$$

$$y = 4 \text{ m} \rightarrow L_4 = -20 \text{ kN}$$

$$M_y = -H_A \cdot y$$

$$y = 0 \rightarrow M_0 = -20 \cdot 0 = 0$$

$$y = 4 \text{ m} \rightarrow M_4 = -20 \cdot 4 = -80 \text{ kNm}$$

$$DC \rightarrow 0 \leq x \leq 6m$$

$$N_x = -H_A$$

$$x = 0 \rightarrow N_0 = -20.kN$$

$$x = 6m \rightarrow N_6 = -20.kN$$

$$L_x = V_A - q \cdot x$$

$$x = 0 \rightarrow L_0 = 36,67 - 10 \cdot 0 = 36,67.kN$$

$$x = 6m \rightarrow L_6 = 36,67 - 10 \cdot 6 = -23,33.kN$$

$$M_x = -H_A \cdot x + V_A \cdot x - 1/2 \cdot q \cdot x^2$$

$$x = 0 \rightarrow M_0 = -20 \cdot 0 + 36,67 \cdot 0 - 1/2 \cdot 10 \cdot 0^2 = -80.kNm$$

$$x = 3m \rightarrow M_3 = -20 \cdot 3 + 36,67 \cdot 3 - 1/2 \cdot 10 \cdot 3^2 = -15.kNm$$

$$x = 6m \rightarrow M_6 = -20 \cdot 6 + 36,67 \cdot 6 - 1/2 \cdot 10 \cdot 6^2 = -40.kNm$$

$$BC \rightarrow 0 \leq y \leq 4m$$

$$N_y = -V_B$$

$$y = 0 \rightarrow N_0 = -23,33.kN$$

$$y = 4m \rightarrow N_4 = -23,33.kN$$

$$L_y = p \cdot y^2$$

$$y = 0 \rightarrow L_0 = 5 \cdot 0 = 0$$

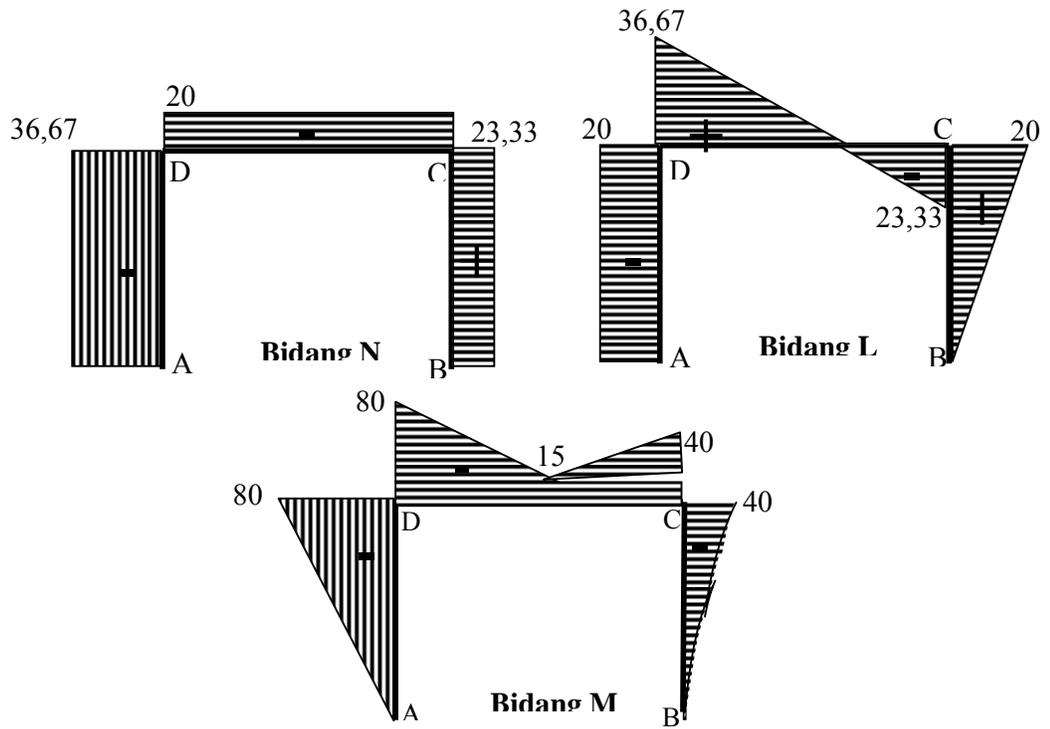
$$y = 4m \rightarrow L_4 = 5 \cdot 4 = 20.kN$$

$$M_y = -1/2 \cdot p \cdot y^2$$

$$y = 0 \rightarrow M_0 = -1/2 \cdot 5 \cdot 0^2 = 0$$

$$y = 2m \rightarrow M_2 = -1/2 \cdot 5 \cdot 2^2 = -10.kNm$$

$$y = 4m \rightarrow M_4 = -1/2 \cdot 5 \cdot 4^2 = -40.kNm$$



Gambar 5.20 Diagram Gaya-Gaya Dalam Portal Soal 2