

**Pertemuan XII,XIII,XIV,XV**  
**VI. Metode Distribusi Momen (Cross)**

**VI.1 Uraian Umum Metode Distribusi Momen**

Metode distribusi momen pada mulanya dikemukakan oleh Prof. Hardy Cross pada tahun 1930-an, kemudian metode ini disebut dengan metode cross, dapat digunakan untuk menganalisa semua jenis balok atau kerangka kaku statis tak tentu.

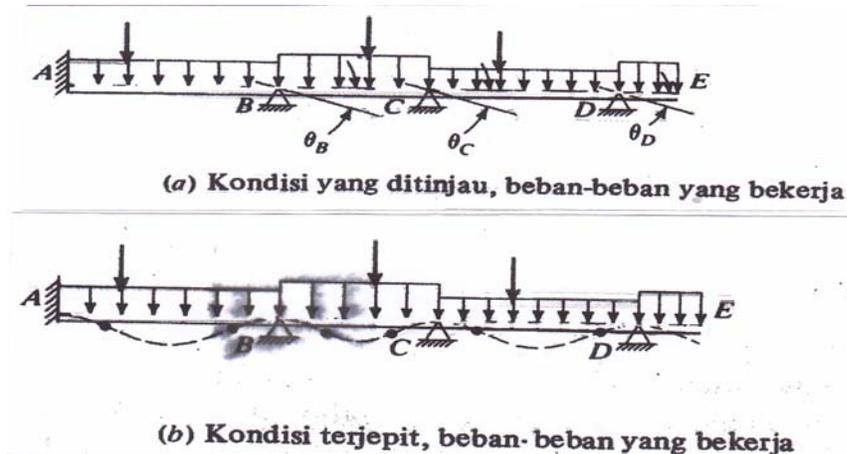
Pada hakekatnya metode ini merupakan suatu cara untuk menyelesaikan persamaan-persamaan serempak di dalam metode defleksi kemiringan dengan pendekatan berturut-turut. Di dalam pendisainan dan penganalisaan awal suatu struktur kecil atau bagian-bagaian dari suatu struktur besar. Metode distribusi momen tetap unggul, karena kesederhanaannya.

**VI.2 Konsep Dasar Metode Distribusi Momen**

Apabila suatu balok menerus memikul beban-beban yang bekerja, tanggapan deformasinya tidak akan mengandung rotasi sumbu batang yang tak diketahui, sedangkan titik hubung pada suatu kerangka kaku dapat mempunyai atau tak mempunyai kebebasan untuk menjalani translasi yang tak diketahui besarnya.

Tanggapan gaya dari suatu balok menerus atau kerangka kaku tanpa translasi titik hubung yang tak diketahui telah secara lengkap didefinisikan oleh rotasi-rotasi titik hubung yang tak diketahui, seperti rotasi  $\theta_B$ ,  $\theta_C$ , dan  $\theta_D$  pada Gambar 6.1a. Secara fisik dapatlah dipahami bahwa momen-momen pengunci dapat dikerjakan di titik-titik hubung  $B$ ,  $C$ , dan  $D$  untuk mempertahankan kemiringan nol di  $B$ ,  $C$ , dan  $D$ , sebagaimana ditunjukkan oleh kondisi-kondisi terjepit pada Gambar 6.1b. Dalam kenyataannya, besar dan arah momen-momen pengunci ini telah diketahui sebelumnya sebagai fungsi dari beban-beban yang bekerja. Apabila momen pengunci di

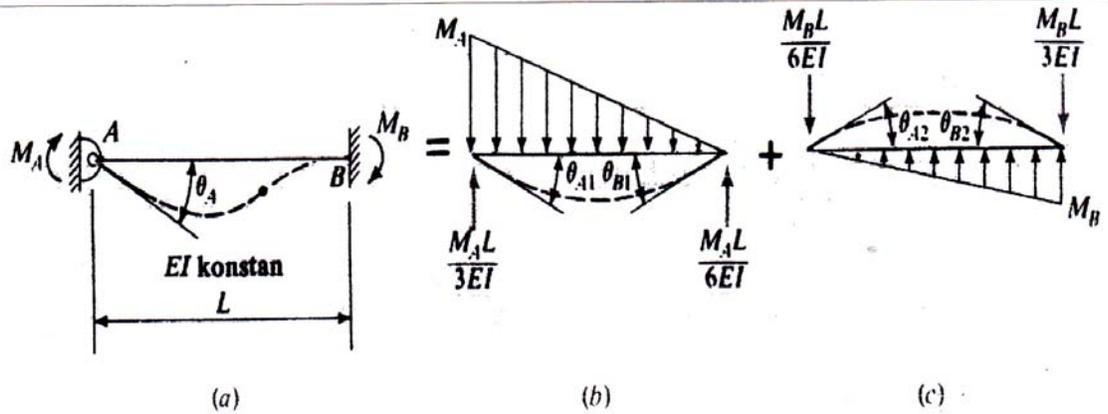
salah satu titik hubungannya dilepaskan, titik hubung itu akan berotasi. Rotasi ini akan menimbulkan perubahan-perubahan tidak hanya pada momen-momen di ujung-ujung batang yang masuk ke titik hubung yang dibebaskan itu, tetapi juga pada momen-momen pengunci dikedua titik hubung yang bersebelahan langsung dengan titik hubung yang dibebaskan tersebut. Jika tiap-tiap titik hubung dibebaskan secara berturut-turut dan dikunci kembali, serta proses ini diulangi, suatu saat akan tercapailah keadaan bahwa setriap titik hubung telah mencapai nilai total yang diperlukannya pada tanggapan deformasi akhir, maka momen-momen penguncinya akan disebarakan atau didistribusikan ke seluruh struktur melalui penjumlahan berturut-turut rotasi-rotasi titik hubungannya, dari sinilah nama *distribusi momen* berasal.



Gambar 6.1 Kondisi Terjepit Metode Distribusi Momen

### VI.3 Faktor Kekakuan, Faktor Pemindah dan Faktor Distribusi

Apabila momen searah jarum jam  $M_A$  dikerjakan di ujung bersendi suatu batang lurus bermomen inersia tetap yang bersendi di salah satu ujungnya serta terjepit di ujung lainnya, sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 6.2a, rotasi  $\theta_A$  di tumpuan sendi dan momen  $M_B$  di tumpuan jepitnya dapat dicari.



Gambar 6.2 Faktor Kekakuan dan Faktor Pemindah

Pisahkan diagram momen lentur pada Gambar 6.2a menjadi diagram-diagram momen lentur pada Gambar 6.2b dan Gambar 6.2c, terapkan teorema balok padanan untuk mendapatkan  $\theta_{B1}$  dan  $\theta_{B2}$ , kemudian samakan  $\theta_B$  dengan nol.

$$\theta_B = -\theta_{B1} + \theta_{B2} = -\frac{M_A \cdot L}{6EI} + \frac{M_B \cdot L}{3EI} = 0 \quad \dots\dots\dots (6.1)$$

dari padanya

$$M_B = +\frac{1}{2}M_A \quad \dots\dots\dots (6.2a)$$

Tetapkan lagi teorema balok padanan untuk memperoleh  $\theta_{A1}$  dan  $\theta_{A2}$ ,

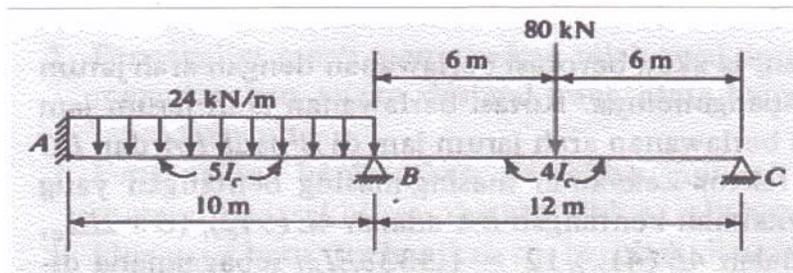
$$M_A = \frac{4EI}{L}\theta_A \quad \dots\dots\dots (6.2b)$$

Substitusikan persamaan 6.2a ke dalam persamaan 6.2b, untuk memperoleh  $M_A$

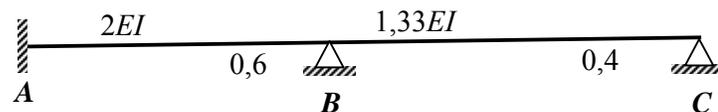
$$\theta_A = -\theta_{A1} - \theta_{A2} = +\frac{M_A \cdot L}{3EI} - \frac{M_B \cdot L}{6EI} \quad \dots\dots\dots (6.3)$$

Maka untuk bentangan AB yang bersendi di A dan terjepit di B, suatu rotasi searah jarum jam dapat ditimbulkan dengan mengerjakan momen searah jarum jam  $M_A = (4EI/L) \theta_B$  di A, yang gilirannya akan menimbulkan momen searah jarum jam,  $M_B = \frac{1}{2} M_A$  di B. Ekspresi  $4EI/L$  tersebut disebut faktor kekakuan, yang didefinisikan sebagai momen di ujung dekat yang menyebabkan rotasi satuan di ujung dekat tersebut apabila ujung jauhnya

terjepit. Bilangan  $+1/2$  adalah *faktor pemindah* yang didefinisikan sebagai angka perbandingan dari momen di ujung jauh terjepit terhadap momen di ujung dekat yang berotasi. Rotasi-rotasi searah jarum jam di titik-titik hubung dan momen-momen searah jarum jam yang bekerja di ujung-ujung batang dianggap bernilai positif di dalam metode distribusi momen sama seperti di dalam metode defleksi kemiringan.



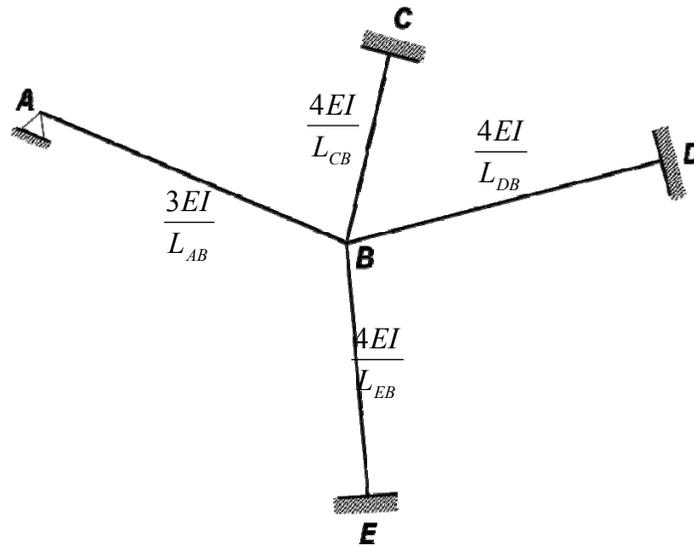
(a) Balok menerus



(b) Faktor kekakuan dan faktor distribusi

Gambar 6.3 Faktor Kekakuan dan Faktor Distribusi Balok Menerus

Suatu balok menerus  $ABC$  pada Gambar 6.3, faktor kekakuan bentangan  $BA$  adalah  $4E(5I)/10 = 2EI$ , dan faktor kekakuan bentangan  $BC$  adalah  $4E(4I)/12 = 1,33EI$ . Maka  $2EI/(2EI + 1,33EI) = 0,6$  bekerja pada  $BA$ , dan  $1,33EI/(2EI + 1,33EI) = 0,4$  bekerja pada  $BC$ . Bilangan-bilangan 0,6 dan 0,4 tersebut disebut *faktor distribusi*, yang didefinisikan sebagai angka perbandingan yang mendistribusikan ketidakseimbangan total di titik hubung yang bersangkutan ke ujung-ujung batang yang bertemu di titik hubung tersebut, atau dengan kata lain perbandingan kekakuan batang yang ditinjau terhadap jumlah kekakuan batang pada suatu titik hubung.



Gambar 6.4 Faktor Kekakuan Yang Diselaraskan

Kekakuan batang yang diselaraskan diperlihatkan pada Gambar 6.4. Untuk tumpuan sendi kekakuan sama dengan  $3EI/L$ , sedangkan untuk tumpuan jepit kekakuan sama dengan  $4EI/L$ . Jadi untuk sembarang ujung batang yang ujung-ujungnya sendi, faktor kekakuan bernilai  $\frac{3}{4}$  kali faktor kekakuan batang yang ujung-ujung jauhnya jepit. Untuk empat batang  $AB$ ,  $CB$ ,  $DB$ , dan  $EB$  yang bertemu di titik hubung kaku  $B$ , faktor distribusi batang adalah:

$$FD.BA = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD} + K_{BE}} \dots\dots\dots (6.4a)$$

$$FD.BA = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD} + K_{BE}} \dots\dots\dots (6.4b)$$

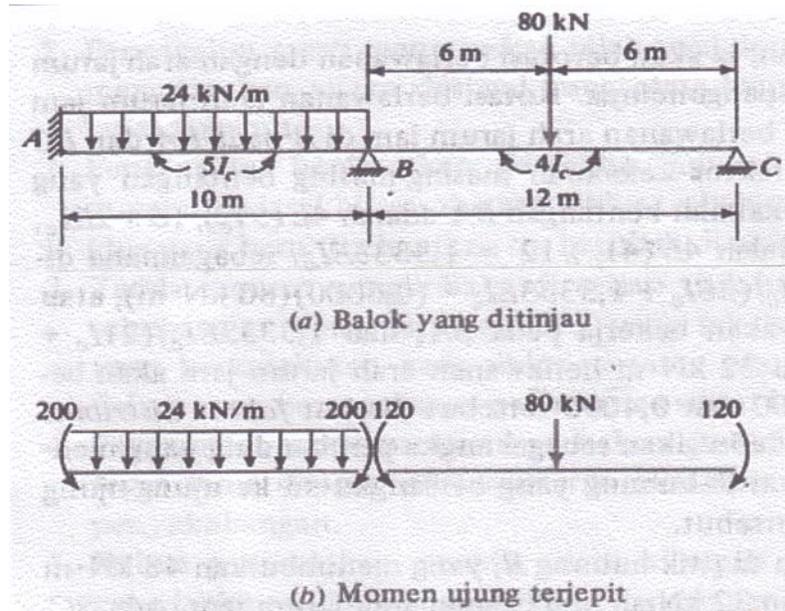
**VI.4 Penerapan Metode Distribusi Momen Pada Balok Statis Tak Tentu**

Penganalisaan balok statis tak tentu dengan metode distribusi momen sehubungan dengan beban-beban yang bekerja dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Nyatakan momen-momen ujung terjepit di ujung-ujung setiap bentangan dengan menggunakan persamaan-persamaan untuk beban terbagi rata dan beban terpusat.
2. Tentukan kekakuan dan faktor distribusi masing-masing batang.
3. Buat tabel distribusi momen, dan lakukan pendistribusian momen sehingga diperoleh momen di ujung-ujungnya.
4. Untuk menghentikan pendistribusian momen, lakukan pengecekan bahwa jumlah momen di setiap sambungan sudah sama dengan nol.
5. Tentukan semua reaksi, gambarkan diagram gaya geser dan momen.

Beberapa hal tambahan yang harus diperhatikan dalam penerapan metode distribusi momen adalah :

1. Sejak awal tentukan derajat ketelitian yang dikehendaki dan gunakan angka desimal yang sama banyaknya untuk semua bilangan di dalam tabel.
2. Berdasarkan pertimbangan boleh menghentikan pendistribusian momen pada akhir sembarang siklus, sebelum digit terakhir di setiap kolom pada siklus yang baru diselesaikan itu berubah dengan selisih yang lebih kecil dari satu.
3. Tanda momen pengimbang di setiap titik hubung berlawanan dengan tanda ketakseimbangannya, yaitu jumlah momen-momen ujung jepit pada siklus pertama dan jumlah momen pindahan pada semua siklus lainnya.
4. Pastikan bahwa jumlah numerik momen-momen pengimbang tepat sama dengan nilai numerik ketakseimbangan pada setiap penyeimbangan.
5. Dalam pemindahan, apabila suatu bilangan ganjil dibagi dua, kebiasaan yang lazim adalah menggunakan bilangan genap yang terdekat.



Gambar 6.5 Analisa Balok Menerus Dengan Metode Diistribusi Momen

Tabel 6.1 Distribusi Momen Untuk Balok Menerus Gambar 6.5

Titik Hubung		A	B		C
Batang		AB	BA	BC	CB
Faktor Distribusi		...	0,6	0,4	1,0
Siklus 1	FEM	-200	+200	-120	+120
	BAL	0	-48	-32	-120
Siklus 2	FEM	-24	0	-60	-16
	BAL	0	+36	+24	+16
Siklus 3	FEM	+18	0	+8	+12
	BAL	0	-4,8	-3,2	-12
Siklus 4	FEM	-2,4	0	-6	-1,6
	BAL	0	+3,6	+2,4	+1,6
Siklus 5	FEM	+1,8	0	+0,8	+1,2
	BAL	0	-0,48	-0,32	-1,2
Jumlah		<b>-206,6</b>	<b>+186,32</b>	<b>-186,32</b>	<b>0</b>

Pendistribusian momen pada Tabel 6.1, dimulai dari rotasi di titik hubung B, menimbulkan 48 kNm berlawanan arah jarum jam pada BA dan 32 kNm berlawanan arah jarum jam pada BC, juga menimbulkan momen-momen pindahan sebesar  $\frac{1}{2}(48) = 24$  kNm berlawanan arah jarum jam di A dan  $\frac{1}{2}(32) = 16$  kNm berlawanan arah jarum jam di C. Karena tumpuan A

secara alamiah terjepit, ia dapat menerima momen piondahan tersebut tanpa kesulitan. Namun momen pengunci di  $C$  akan berubah dari 120 kNm berlawanan arah jarum jam menjadi  $120 - 16 = 104$  kNm searah jarum jam. Jika sebuah kunci pembantu ditambahkan untuk mengerjakan 16 kNm berlawanan arah jarum jam tersebut, sehingga nilai 120 kNm pada kunci semula tidak berubah, maka pembebasan titik hubung  $C$  selanjutnya dapat dilakukan hanya terhadap kunci semula saja. Faktor distribusi di titik hubung  $C$  pada  $CB$  adalah 100 persen, atau momen pengimbang di  $C$  adalah -120 kNm. Dengan demikian, siklus pertama pendistribusian momen tersebut telah diselesaikan. Singkatnya semua ujung batang mula-mula dikunci untuk melawan rotasi dengan momen ujung terjepit (*fixed end moment*, FEM) sebesar -200, +200, -120, +120. Kemudian titik hubung  $B$  dan  $C$  dibebaskan secara berturut-turut, dan momen-momen pengimbangnya (*balancing moment*, BAL) adalah 0, -48, -32, -120. Momen-momen pindahannya (*carry over moment*, CO) sebesar -24, 0, -60, -16, dipandang sebagai suatu himpunan baru dari momen-momen ujung terjepit yang diperlukan untuk mengunci semua titik hubung pada posisi yang dicapai pada siklus pertama tersebut.

Pada siklus kedua pendistribusian momen, titik hubung  $B$  dan  $C$  dibebaskan untuk kedua kalinya. Ketakseimbangan di titik hubung  $B$  adalah -60, momen-momen pengimbang sebesar +36 dan +24 secara numeric adalah 0,6 dan 0,4 kali ketidakseimbangan tersebut. Momen pengimbang terhadap ketidakseimbangan sebesar -16 dititik hubung  $C$  adalah +16. Momen-momen pindahannya sebesar +18, 0, +18, +12, dipandang sebagai momen-momen pengunci baru pada awal siklus ke tiga. Proses yang sama ini dapat diulangi terus (sampai beberapa sikluspun) sesuai kehendak, hingga momen-momen pemindahannya bernilai sangat kecil. Dengan demikian berapa pun derajat ketelitian yang dikehendaki, maka semakin banyak pula siklus yang diperlukan. Momen-momen pengimbang akhir atau total yang diperoleh dengan mernjumlahkan semua bilangan pada masing-masing kolom.

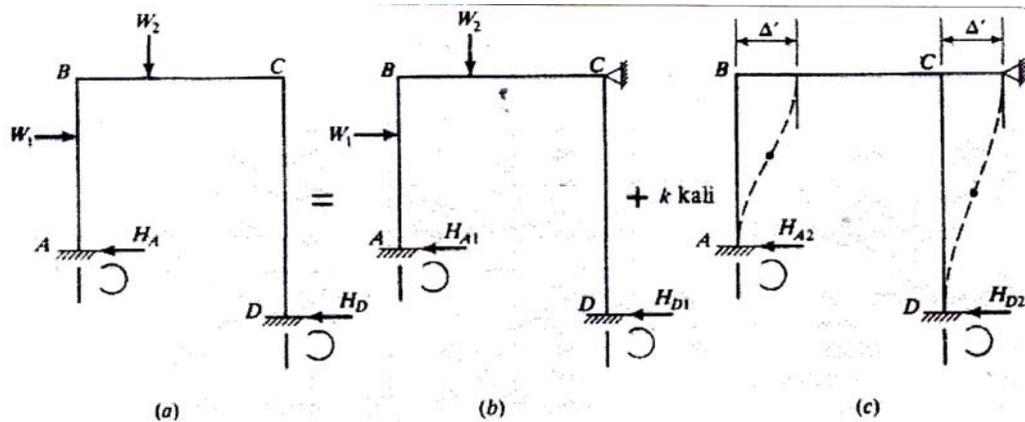
Pengecekan pendistribusian momen pada tabel dapat dilakukan untuk memastikan bahwa momen-momen ujung yang tepat telah diperoleh berdasarkan faktor-faktor kekakuan nisbi yang bersangkutan dan momen-momen ujung terjepit yang digunakan pada bagian atas tabel. Tentu saja, pengecekan pertama yang nyata adalah dengan melihat nol atau tidaknya jumlah semua momen ujung yang bertemu di titik hubung yang sama, kecuali di tumpuan terjepinya. Pengecekan ini berdasarkan kondisi-kondisi “keseimbangan momen titik hubung”, seperti yang telah digunakan untuk menetapkan persamaan-persamaan simultan di dalam menerapkan metode defleksi kemiringan.

#### **VI.5 Penerapan Metode Distribusi Momen Pada Kerangka Kaku Statis Tak Tentu Tanpa Goyangan**

Penerapan metode distribusi momen pada analisa kerangka kaku statis tak tentu tanpa goyangan, sama dengan penerapan untuk balok menerus, kecuali bahwa di dalam kasus kerangka kaku tersebut seringkali terdapat lebih dari dua batang yang bertemu di sebuah titik hubungnya. Di dalam kasus seperti itu, ketidakseimbangan pada awal setiap siklus adalah jumlah Fem-FEM (untuk siklus pertama) atau momen-momen pindahan yang ada pada titik hubung tersebut. Ketakseimbangan ini kemudian didistribusikan kepada beberapa ujung batang sebanding dengan faktor-faktor distribusinya.

#### **VI.6 Penerapan Metode Distribusi Momen Pada Kerangka Kaku Statis Tak Tentu Dengan Goyangan Ke Samping**

Penerapan metode distribusi momen pada analisa kerangka kaku statis tak tentu berbentuk empat persegi panjang dengan goyangan ke samping yang tak diketahui, akan dilukiskan pertama-tama melalui suatu kasus sederhana dengan derajat kebebasan bergoyang ke samping sama dengan 1.



Gambar 6.6 Kerangka Kaku Statis Tak Tentu Dengan Goyangan ke Samping

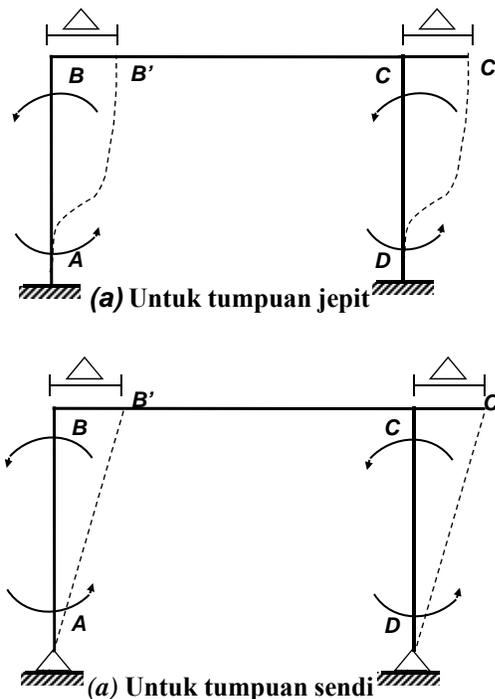
Langkah-langkah penganalisaan kerangka kaku pada Gambar 6.6a adalah :

1. Cegah goyangan ke samping batang  $BC$  dengan menambahkan sebuah tumpuan di  $C$ , sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 6.6b. Jumlah  $H_{A1}$  dan  $H_{D1}$  mesti lebih kecil dari  $W_1$  karena ada reaksi horisontal tambahan di  $C$  untuk keseimbangan seluruh kerangka kaku tersebut.
2. Kunci titik-titik hubung  $B$  dan  $C$  untuk melawan rotasi, tapi biarkan beralih sejauh  $\Delta'$  ke kanan, sehingga timbulah himpunan momen ujung terjepit pada kolom  $AB$  dan  $CD$ , sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 6.6c. Hal ini sesuai dengan kenyataan bahwasanya kerangka kaku dengan tumpuan tambahan di  $C$  tersebut akan diselesaikan melalui distribusi momen jikalau tumpuan di  $C$  bergerak sejauh  $\Delta'$  ke kanan. Sesudah momen-momen ujung terjepit akibat goyangan ke samping sembarangan  $\Delta'$  didistribusikan, reaksi-reaksi  $H_{A2}$  dan  $H_{D2}$  yang timbul dapat ditentukan dari himpunan momen-momen pengimbang di ujung-ujung kolom.

- Goyangan ke samping  $\Delta$  yang sesungguhnya pada kerangka kaku sama dengan  $k\Delta'$ , dimana nilai  $k$  harus sedemikian rupa, sehingga memenuhi kondisi gaya geser.

$$(H_{A1} + H_{D1}) + k(H_{A2} + H_{D2}) = W_1 \dots\dots\dots (6.5)$$

Dalam penyusunan hitungan-hitungan yang diperlukan, dua tabel distribusi momen hendaknya dibuat, masing-masing untuk kedua langkah pertama yang diuraikan di atas. Setelah nilai  $k$  ditentukan dari kondisi gaya gesernya, seperti persamaan 6.5, tabel ke tiga dibuat untuk menghimpun momen-momen ujung jepit dan momen-momen pengimbang pada tabel kedua. Untuk momen-momen ujung jepit akibat goyangan ke samping tergantung kepada jenis tumpuan ujung, sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 6.7,



Gambar 6.7 Momen Ujung Jepit Akibat Goyangan Ke Samping dengan persamaan momen ujung jepit untuk kerangka kaku pada Gambar 6.7 adalah sebagai berikut :

Untuk tumpuan jepit,

$$M_{0AB} = M_{0BA} = -\frac{6.E(I_{AB})\Delta}{L_{AB}^2} \dots\dots\dots (6.6a)$$

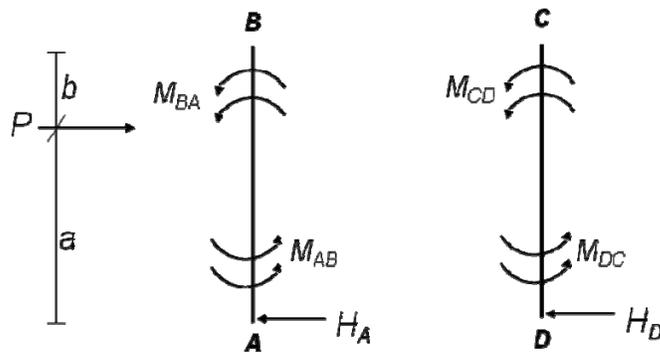
$$M_{0CD} = M_{0DC} = -\frac{6.E(I_{CD})\Delta}{L_{CD}^2} \dots\dots\dots (6.6b)$$

Untuk tumpuan sendi/rol,

$$M_{0AB} = M_{0BA} = -\frac{3.E(I_{AB})\Delta}{L_{AB}^2} \dots\dots\dots (6.7a)$$

$$M_{0CD} = M_{0DC} = -\frac{3.E(I_{CD})\Delta}{L_{CD}^2} \dots\dots\dots (6.7b)$$

dan komponen gaya horisontal untuk kerangka kaku pada Gambar 6.7 diperlihatkan pada Gambar 6.8,



Gambar 6.8 Komponen Gaya Horisontal

dengan persamaan komponen gaya horisontal untuk Gambar 6.8 adalah sebagai berikut :

$$H_A + H_D = P \dots\dots\dots (6.8a)$$

$$\frac{P.b}{L_{AB}} + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L_{AB}} + \frac{M_{CD} + M_{DC}}{L_{CD}} = P \dots\dots\dots (6.8b)$$

Jika derajat kebebasan bergoyang ke samping lebih dari 1, maka mesti ada satu distribusi momen untuk setiap besaran sembarang goyangan ke samping, seperti  $\Delta_1'$ ,  $\Delta_2'$ ,  $\Delta_3'$ , dan seterusnya. Goyangan-goyangan ke samping yang tepat adalah  $k_1\Delta_1'$ ,  $k_2\Delta_2'$ ,  $k_3\Delta_3'$ , dan seterusnya. Nilai  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ , dan seterusnya tersebut akan ditentukan melalui penyelesaian kondisi-kondisi gaya geser tersebut sebagai persamaan-persamaan simultan. Jadi masih akan ada persamaan-persamaan simultan yang mesti diselesaikan, namun jumlah persamaan simultan tersebut sama dengan derajat kebebasan bergoyang ke sampingnya. Jadi setelah diperoleh nilai  $EIA$ , selanjutnya dapat ditentukan momen akhir diujung-ujung tumpuan dengan menjumlahkan momen akibat beban dan momen akibat goyangan ke samping.

### VI.7 Contoh-Contoh Soal dan Pembahasan

Soal 1. Analisalah balok menerus pada Gambar 6.9a dengan menggunakan metode distribusi momen. Gambar diagramkan gaya geser dan momennya.



Gambar 6.9 Balok Menerus Contoh Soal VI.1

Penyelesaian :

(1) *Momen ujung jepit ;*

$$M_{0AB} = -\frac{24(6)^2}{12} = -72 \text{ kNm} \quad M_{0BA} = +\frac{24(6)^2}{12} = +72 \text{ kNm}$$

$$M_{0BC} = -\frac{16(12)^2}{12} - \frac{80(6)(6)^2}{12^2} = -312 \text{ kNm} \quad M_{0CB} = +312 \text{ kNm}$$

$$M_{0CD} = -\frac{72(2)(4)^2}{6^2} = -64 \text{ kNm} \quad M_{0DC} = -\frac{72(4)2^2}{6^2} = +32 \text{ kNm}$$

$$M_{0DE} = -24(1,5) = -36 \text{ kNm}$$

(2) *Kekakuan batang dan faktor distribusi.*

Kekakuan batang :

$$K_{BA} = \frac{3.E(3I)}{4.6} = 0,3750$$

$$K_{BC} = K_{CB} = \frac{4.E(10I)}{4.12} = 0,8333$$

$$K_{CD} = \frac{3.E(2I)}{4.6} = 0,2500$$

Faktor distribusi :

$$FD_{BA} = \frac{0,3750}{(0,3750 + 0,833)} = 0,3104 \quad FD_{BC} = \frac{0,8333}{(0,3750 + 0,8333)} = 0,6896$$

$$FD_{CB} = \frac{0,8333}{(0,8333 + 0,2500)} = 0,7692 \quad FD_{CD} = \frac{0,2500}{(0,8333 + 0,2500)} = 0,2308$$

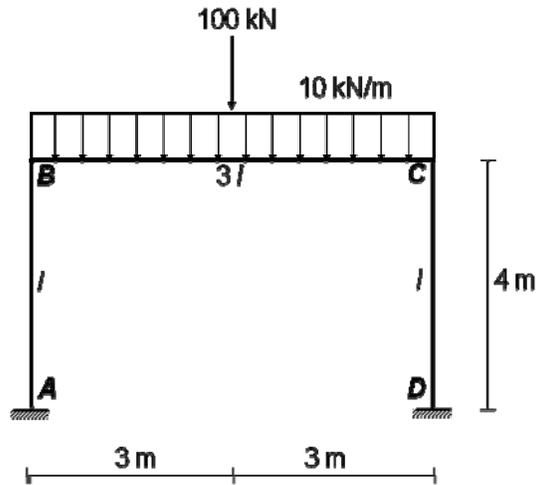
(3) *Tabel distribusi momen.*

Tabel 6.2 Distribusi Momen Contoh Soal VI.1

<i>A</i>	<i>B</i>		<i>C</i>		<i>D</i>	
<i>AB</i>	<i>BA</i>	<i>BC</i>	<i>CB</i>	<i>CD</i>	<i>DC</i>	<i>DE</i>
...	<b>0,3104</b>	<b>0,6896</b>	<b>0,7692</b>	<b>0,2308</b>	...	
-72,00	+72,00	-312,00	+312,00	-64,00	+32,00	-36,00
+72,00	0,00			0,00	+4,00	
0,00	+36,00			+2,00	+36,00	
0,00	0,00			0,00		
↑	+108,00	-312,00	+312,00	-62,00		
	+63,32	+140,68	-192,30	-57,70	↑	
	0,00	-96,15	+70,34	0,00		
	+29,84	+66,31	-54,10	-16,24		
	0,00	-27,05	+33,16	0,00		
	+8,40	+18,65	-25,51	-7,65		
	0,00	-12,76	+9,32	0,00		
	+3,96	+8,80	-7,17	-2,15		
	0,00	-3,58	+4,40	0,00		
	+1,11	+2,47	3,38	-1,02		
	0,00	-1,67	+1,24	0,00		
	+0,52	+1,17	-0,95	-0,29		
	0,00	-0,48	+0,58	0,00		
	+0,15	+0,33	-0,45	-0,13		
	0,00	-0,22	+0,16	0,00		
	+0,07	+0,15	-0,12	-0,04		
	0,00	-0,06	+0,08	0,00		
	+0,02	+0,04	-0,06	-0,02		
↓	0,00	-0,03	+0,02	0,00	↓	
	+0,01	+0,02	-0,02	0,00		
<b>0,00</b>	<b>+215,40</b>	<b>-215,40</b>	<b>+147,24</b>	<b>-147,24</b>	<b>+36,00</b>	<b>-36,00</b>

(4) *Reaksi Perletakan, diagram gaya geser dan momen, sama seperti yang sudah dikerjakan pada contoh soal II.1.*

Soal 2. Analisalah kerangka kaku pada Gambar 6.10 dengan metode distribusi momen. Tentukan reaksi perletakan, gaya geser, dan momen-momen pada semua batangnya.



Gambar 6.10 Kerangka Kaku Contoh Soal VI.2

Penyelesaian :

(1) *Momen-momen ujung jepit.*

$$M_{0AB} = M_{0BA} = 0$$

$$M_{0BC} = -\frac{10(6)^2}{12} - \frac{100(3)(3)^2}{(6)^2} = -105 \text{ kNm} \quad M_{0CB} = +105 \text{ kNm}$$

$$M_{0CD} = M_{0DC} = 0$$

(2) *Kekakuan batang dan faktor distribusi.*

Kekakuan batang :

$$K_{BA} = \frac{4.E(I)}{4.4} = 0,25$$

$$K_{BC} = K_{CB} = \frac{4.E(3I)}{4.6} = 0,50$$

$$K_{CD} = \frac{4.E(I)}{4.4} = 0,25$$

Faktor distribusi :

$$F.D_{BA} = \frac{0,25}{0,25 + 0,50} = 0,33 \quad F.D_{BC} = \frac{0,50}{0,25 + 0,50} = 0,67$$

$$F.D_{CB} = \frac{0,50}{0,50 + 0,25} = 0,67 \quad F.D_{CD} = \frac{0,25}{0,50 + 0,25} = 0,33$$

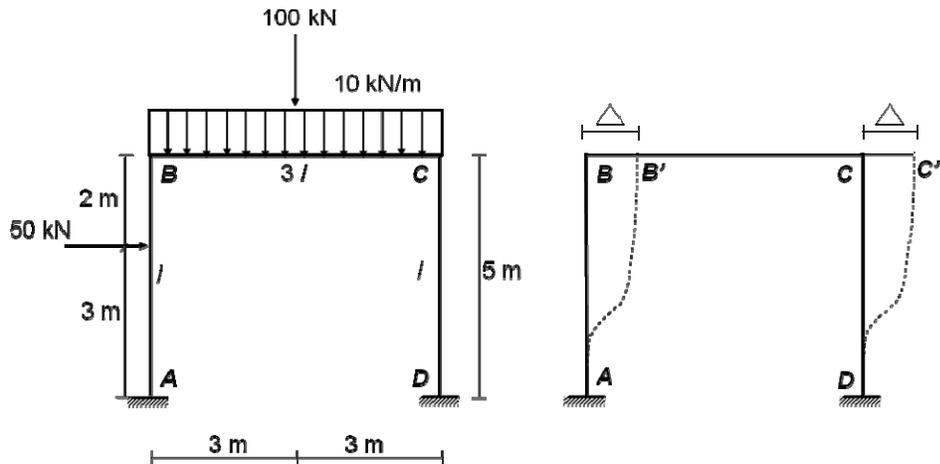
(3) Tabel distribusi momen.

Tabel 6.5 Distribusi Momen Contoh Soal VI.2

<b>A</b>	<b>B</b>		<b>C</b>		<b>D</b>
<b>AB</b>	<b>BA</b>	<b>BC</b>	<b>CB</b>	<b>CD</b>	<b>DC</b>
...	<b>0,33</b>	<b>0,67</b>	<b>0,67</b>	<b>0,33</b>	...
	+34,65	-105,00 +70,35	+105,00 -70,35	-34,65	
+17,33	+11,61	-35,18 +23,57	+35,18 -23,57	-11,61	-17,33
+5,81	+3,89	-11,79 +7,90	+11,79 -7,90	-3,89	-5,81
+1,95	+1,30	-3,95 +2,65	+3,95 -2,65	-1,30	-1,95
+0,65	+0,44	-1,33 +0,89	+1,33 -0,89	-0,44	-0,65
+0,22	+0,15	-0,45 +0,30	+0,45 -0,30	-0,15	-0,22
+0,08	+0,05	-0,15 +0,10	+0,15 -0,10	-0,05	-0,08
+0,03	+0,02	-0,05 +0,03	+0,05 -0,03	-0,02	-0,03
+0,01	+0,01	-0,02 +0,01	+0,02 -0,01	-0,01	-0,01
+0,01	+0,00	-0,01 +0,01	+0,01 -0,01	-0,00	-0,01
<b>+26,09</b>	<b>+52,12</b>	<b>-52,12</b>	<b>+52,12</b>	<b>-52,12</b>	<b>-26,09</b>

(4) Reaksi Perletakan, diagram gaya geser dan momen, sama seperti yang sudah dikerjakan pada contoh soal V.1

Soal 3. Analisalah kerangka kaku pada Gambar 6.11 dengan metode distribusi momen. Tentukan reaksi perletakan, gaya geser, dan momen-momen pada semua batangnya.



Gambar 6.11 Kerangka Kaku Contoh Soal VI.3

Penyelesaian :

(1) Momen-momen ujung jepit akibat beban,

$$M_{0AB} = -\frac{50(3)(2)^2}{(5)^2} = -24 \text{ kNm} \qquad M_{0BA} = \frac{50(3)^2(2)}{(5)^2} = +36 \text{ kNm}$$

$$M_{0BC} = -\frac{10(6)^2}{12} - \frac{100(3)(3)^2}{(6)^2} = -105 \text{ kNm} \qquad M_{0CB} = +105 \text{ kNm}$$

$$M_{0CD} = M_{0DC} = 0$$

(2) Kekakuan batang dan faktor distribusi.

Kekakuan batang :

$$K_{BA} = \frac{4.E(I)}{4.5} = 0,20$$

$$K_{BC} = K_{CB} = \frac{4.E(3I)}{4.6} = 0,50$$

$$K_{CD} = \frac{4.E(I)}{4.5} = 0,20$$

Faktor Distribusi :

$$F.D_{BA} = \frac{0,20}{0,20+0,50} = 0,29 \quad F.D_{BC} = \frac{0,50}{0,20+0,50} = 0,71$$

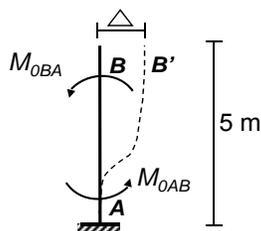
$$F.D_{CB} = \frac{0,50}{0,50+0,20} = 0,71 \quad F.D_{CD} = \frac{0,20}{0,50+0,20} = 0,29$$

(3) Tabel distribusi momen akibat beban

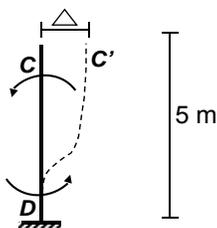
Tabel 6.4 Distribusi Momen Akibat Beban Contoh Soal VI.3

<i>A</i>	<i>B</i>		<i>C</i>		<i>D</i>
<i>AB</i>	<i>BA</i>	<i>BC</i>	<i>CB</i>	<i>CD</i>	<i>DC</i>
...	<b>0,29</b>	<b>0,71</b>	<b>0,71</b>	<b>0,29</b>	...
-24,00	+36,00 +20,01	-105,00 +48,99	+105,00 -74,55	-30,45	
+10,00	+10,81	-37,28 +26,47	+24,50 -17,40	-7,11	-15,23
+5,41	+2,52	-8,70 +6,18	+13,24 -9,40	-3,84	-3,56
+1,26	+1,36	-4,70 +3,34	+3,09 -2,19	-0,90	-1,92
+0,68	+0,32	-1,10 +0,78	+1,67 -1,19	-0,48	-0,45
+0,16	+0,17	-0,60 +0,43	+0,38 -0,28	-0,11	-0,24
+0,09	+0,04	-0,14 +0,10	+0,22 -0,16	-0,06	-0,06
+0,02	+0,02	-0,08 +0,06	+0,05 -0,04	-0,01	-0,03
+0,01	+0,01	-0,02 +0,01	+0,03 -0,02	-0,01	-0,01
+0,01	+0,00	-0,01 +0,01	+0,01 -0,01	-0,00	-0,01
<b>-6,36</b>	<b>+71,26</b>	<b>-71,26</b>	<b>+42,96</b>	<b>-42,96</b>	<b>-21,51</b>

(4) Momen ujung jepit akibat goyangan ke samping,



$$M_{0AB} = M_{0BA} = -\frac{6.E(I)\Delta}{(5)^2} = -0,24EI\Delta$$



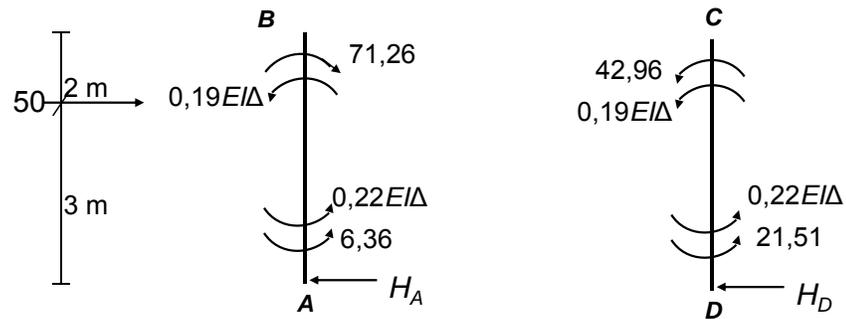
$$M_{0CD} = M_{0DC} = -\frac{6.E(I)\Delta}{(5)^2} = -0,24EI\Delta$$

(5) Tabel distribusi momen akibat goyangan ke samping,

Tabel 6.5 Distribusi Momen Akibat Goyangan Contoh Soal VI.3

<b>A</b>	<b>B</b>		<b>C</b>		<b>D</b>
<b>AB</b>	<b>BA</b>	<b>BC</b>	<b>CB</b>	<b>CD</b>	<b>DC</b>
...	<b>0,29</b>	<b>0,71</b>	<b>0,71</b>	<b>0,29</b>	...
-0,24EIΔ	-0,24EIΔ +0,07EIΔ	+0,17EIΔ	+0,17EIΔ	-0,24 EIΔ +0,07EIΔ	-0,24EIΔ
+0,04EIΔ	-0,03EIΔ	+0,09EIΔ -0,06EIΔ	+0,09EIΔ -0,06EIΔ	-0,03EIΔ	+0,04EIΔ
-0,02EIΔ	+0,01EIΔ	-0,03EIΔ +0,02EIΔ	-0,03EIΔ +0,02EIΔ	+0,01EIΔ	-0,02EIΔ
<b>-0,22EIΔ</b>	<b>-0,19EIΔ</b>	<b>+0,19EIΔ</b>	<b>+0,19EIΔ</b>	<b>-0,19EIΔ</b>	<b>-0,22EIΔ</b>

(6) *Komponen gaya horizontal,*



$$H_A + H_D = 50$$

$$\frac{50 \cdot 2}{5} + \left[ \left( \frac{6,36 - 71,26}{5} \right) + \left( \frac{0,22EI\Delta + 0,19EI\Delta}{5} \right) \right] + \left[ \left( \frac{42,96 + 21,51}{5} \right) + \left( \frac{0,19EI\Delta + 0,22EI\Delta}{5} \right) \right] = 50$$

$$EI\Delta = 183,48$$

(7) *Tabel distribusi momen akhir,*

Tabel 6.6 Momen Akhir Contoh Soal VI.3

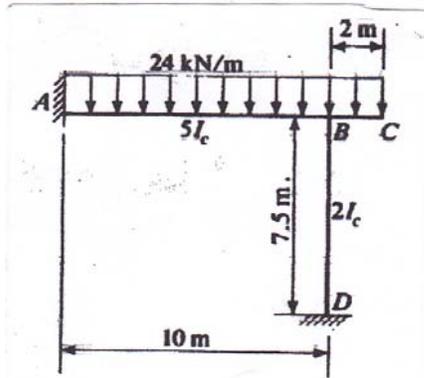
<b>A</b>	<b>B</b>		<b>C</b>		<b>D</b>
<b>AB</b>	<b>BA</b>	<b>BC</b>	<b>CB</b>	<b>CD</b>	<b>DC</b>
...	<b>0,29</b>	<b>0,71</b>	<b>0,71</b>	<b>0,29</b>	...
-6,36	+71,26	-71,26	+42,96	-42,96	-21,51
-40,37	-34,86	+34,86	+34,86	-34,86	-40,37
<b>-46,73</b>	<b>+36,40</b>	<b>-36,40</b>	<b>+77,82</b>	<b>-77,82</b>	<b>-61,88</b>

(8) *Reaksi Perletakan, diagram gaya geser dan momen, sama seperti yang sudah dikerjakan pada contoh soal V.2.*

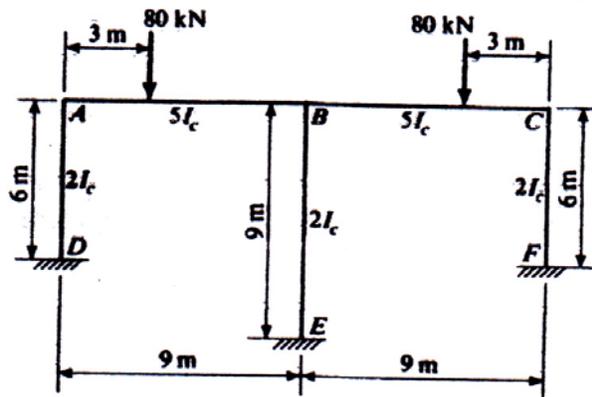
### VI.8 Soal-Soal Latihan

Analisa kerangka kaku di bawah ini dengan menggunakan metode distribusi momen, gambar diagram gaya geser dan momen.

1.



2.



3.

