

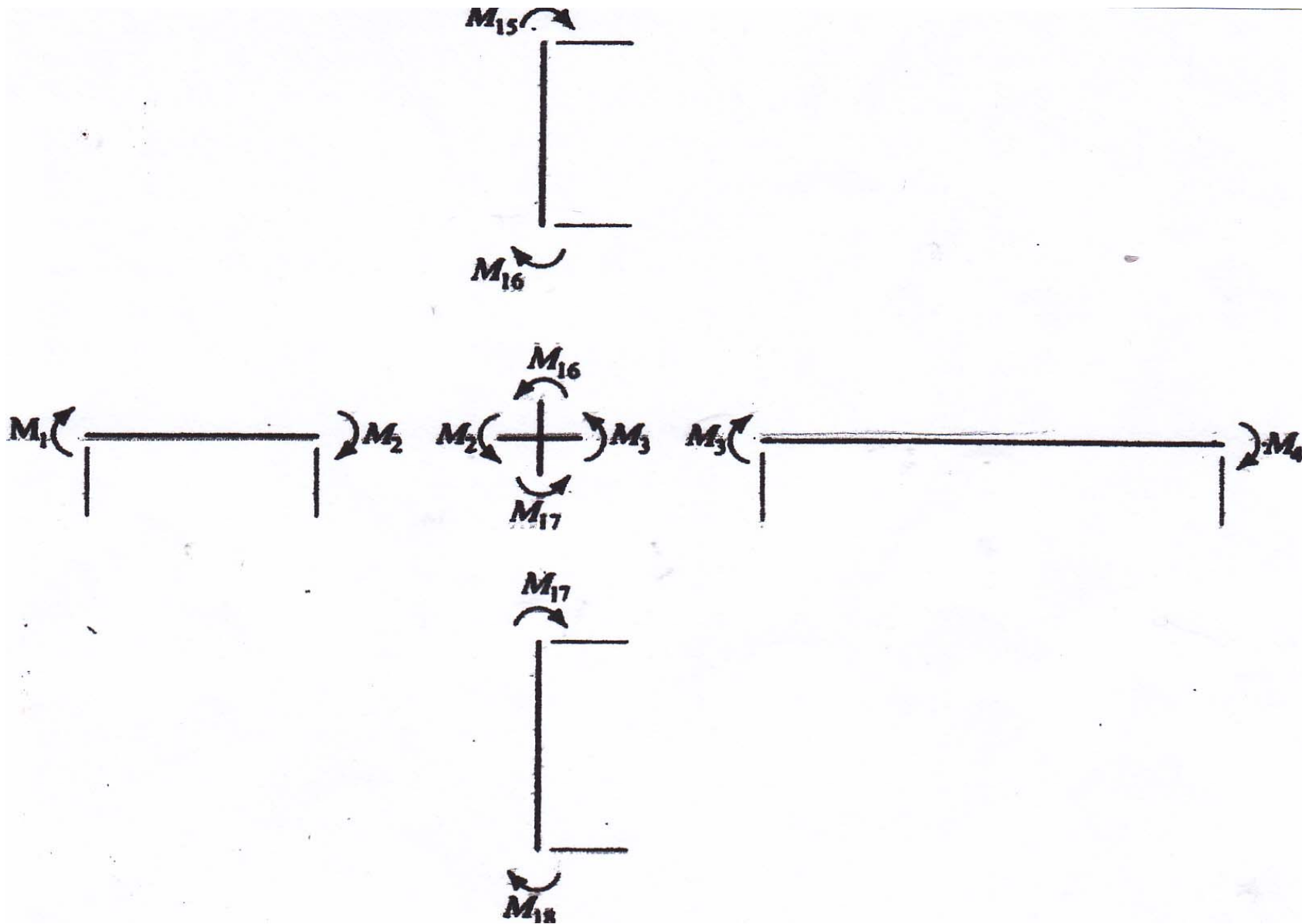
Penerapan metode defleksi kemiringan pada kerangka kaku statis tak-tentu Tanpa Goyangan

Hampir semua kerangka kaku yang secara actual dibangun di dalam praktek bersifat statis tak tentu.

Tidak seperti titik-hubung kaku (180°) di tumpuan-tumpuan balok menerus, lebih dari dua ujung batang bisa terhimpun di titik-hubung yang sama, yang di dalam kasus ini.

Kondisi keseimbangan yang berkaitan dengan rotasi yang tak diketahui di titik hubung itu akan melibatkan lebih dari dua momen ujung.

Kondisi Momen Titik-Hubung di Dalam Metode Defleksi Kemiringan



Analisa umum kerangka kaku didasarkan atas pengandaian, bahwa deformasi aksial yang sangat kecil apabila dibandingkan dengan lendutan-lentur boleh diabaikan.

Perpindahan-perpindahan yang tak diketahui akan hanya melibatkan rotasi-rotasi titik-hubungnya dan semua momen ujungnya dapat diekspresikan sebagai fungsi dari perpindahan-perpindahan yang tak diketahui tersebut melalui persamaan-persamaan defleksi kemiringan. rotasi-rotasi titik-hubung yang tak diketahui dapat diperoleh.

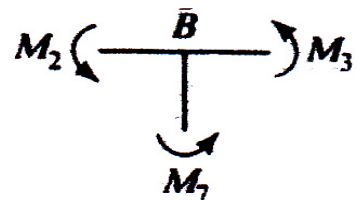
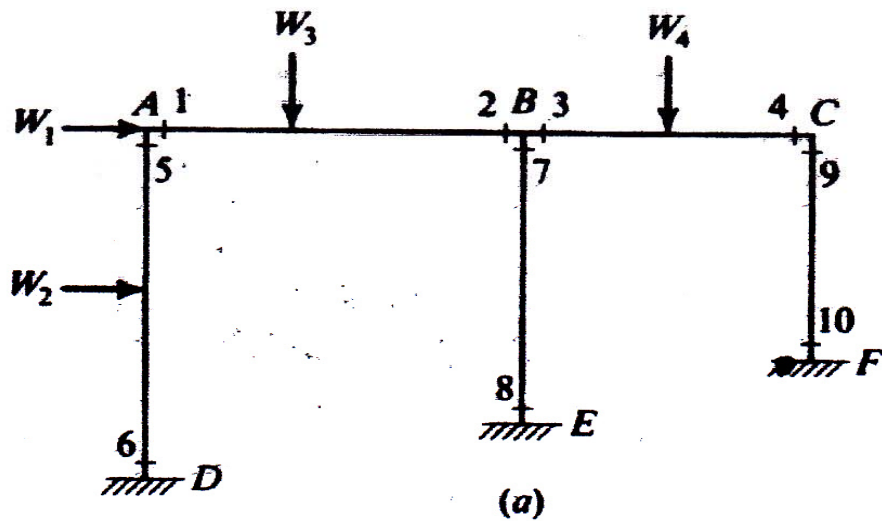
Dengan menggantikan nilai-nilai rotasi titik-hubung kembali ke dalam persamaan-persamaan defleksi kemiringan, momen-momen ujung diperoleh.

Penerapan metode defleksi kemiringan pada kerangka kaku statis tak-tentu Dengan Goyangan Ke Samping

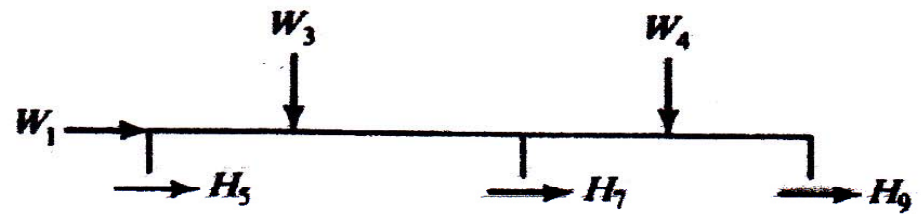
Untuk kerangka kaku bertitik-hubung menyiku, translasi-translasi titik-hubung yang tak diketahui biasanya mengarah horizontal, karenanya dinamakan *goyangan ke samping (sides ways)* yang tak diketahui.

Jumlah kerangka kaku menyiku akan sama dengan jumlah tingkat dalam kerangka kaku empat persegi panjang.

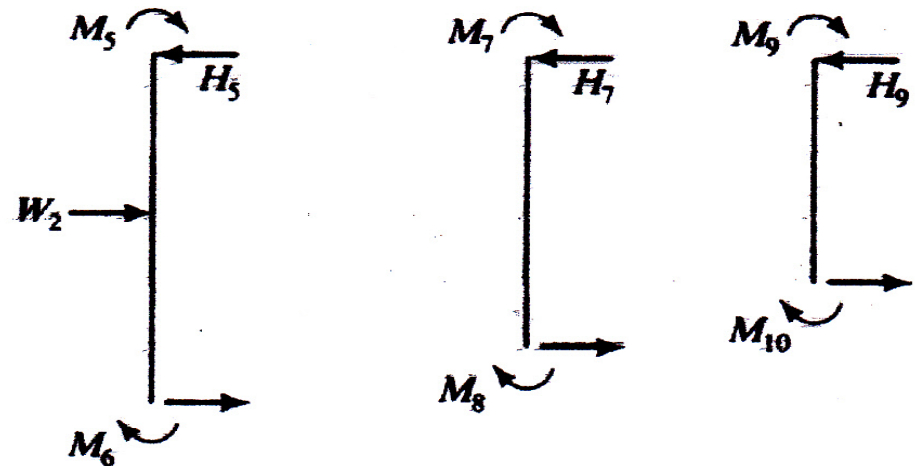
Kerangka Kaku Tipikal Bertingkat Satu



(b) Kondisi momen titik-hubung

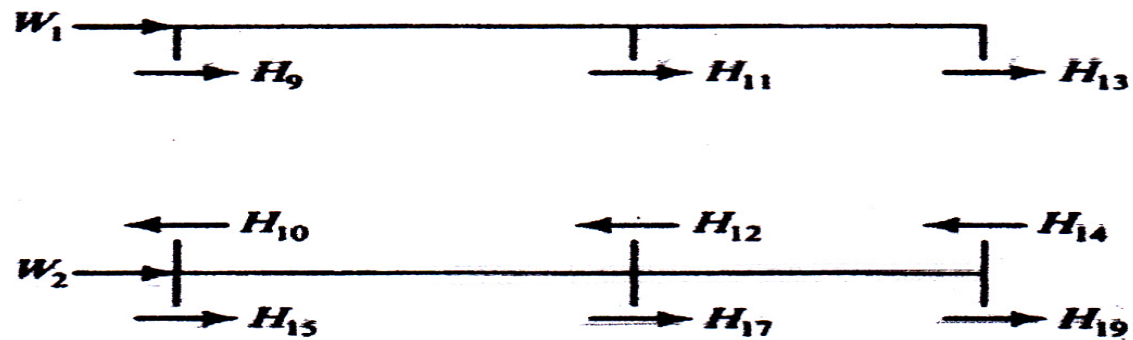
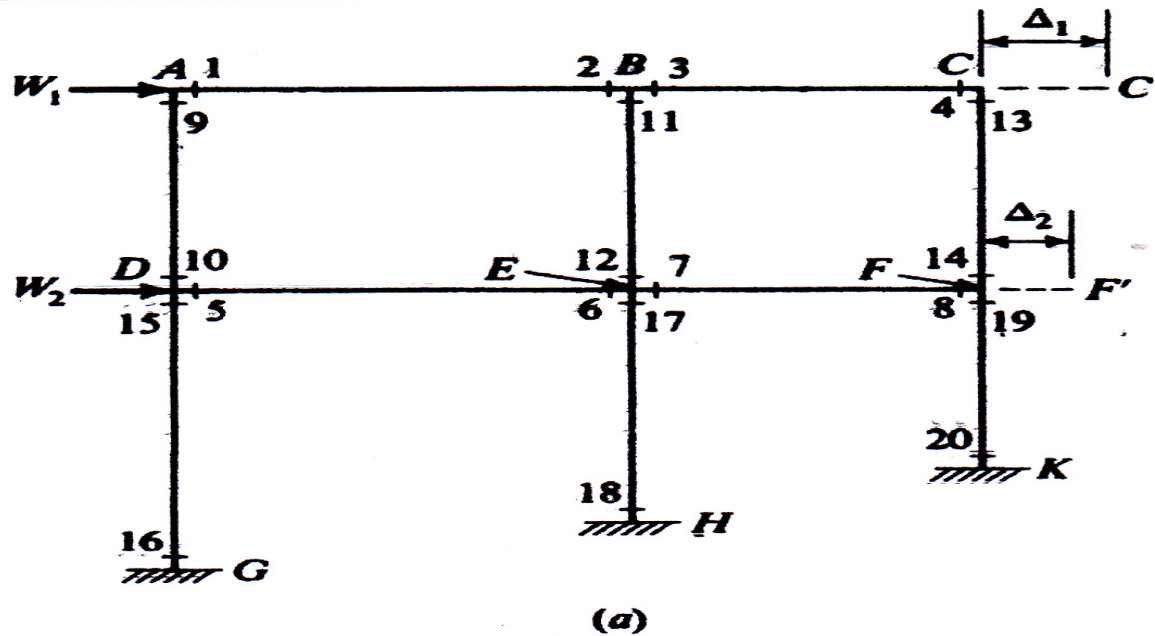


(c) Kondisi goyangan ke samping



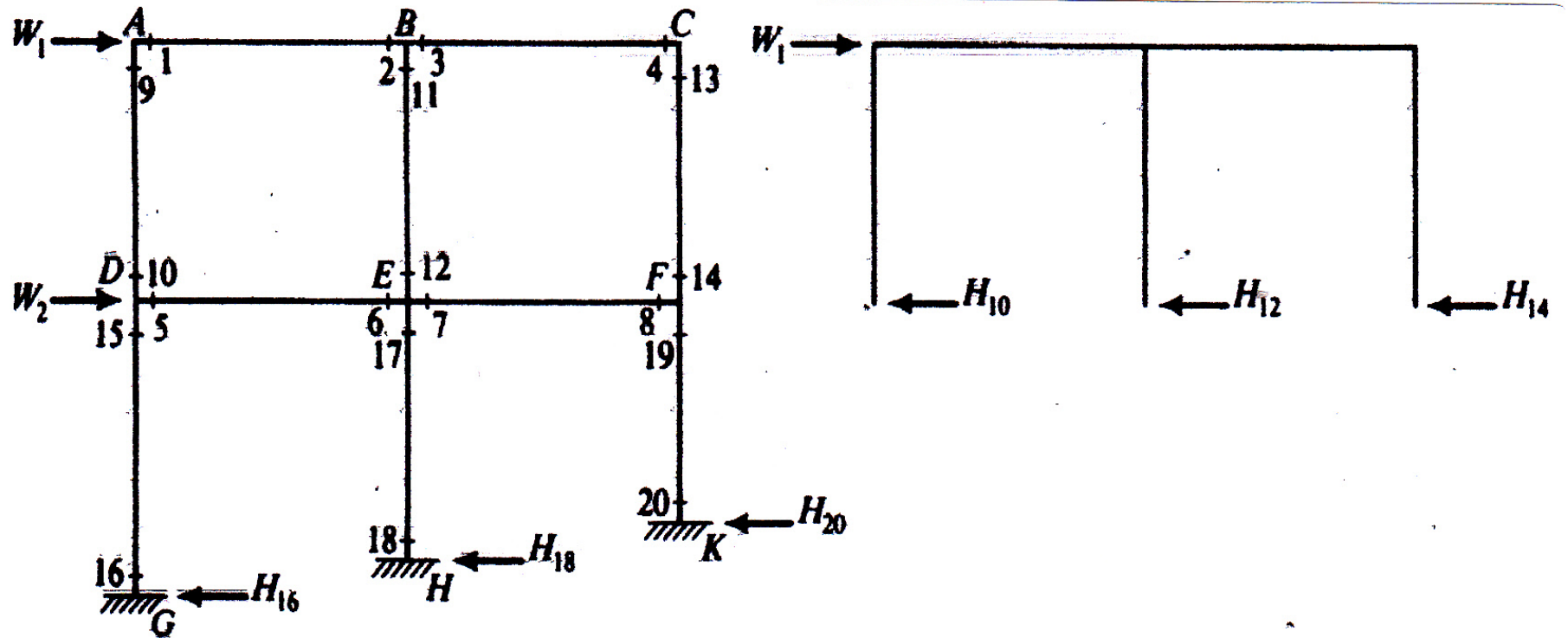
(d) Diagram benda-bebas kolom-kolom

Kerangka Kaku Tipikal Bertingkat Dua



(b) Kondisi-kondisi goyangan ke samping

Diagram Benda-Benda Bebas Sehubungan Dengan Goyangan ke samping



Kerangka kaku dan goyangan ke samping

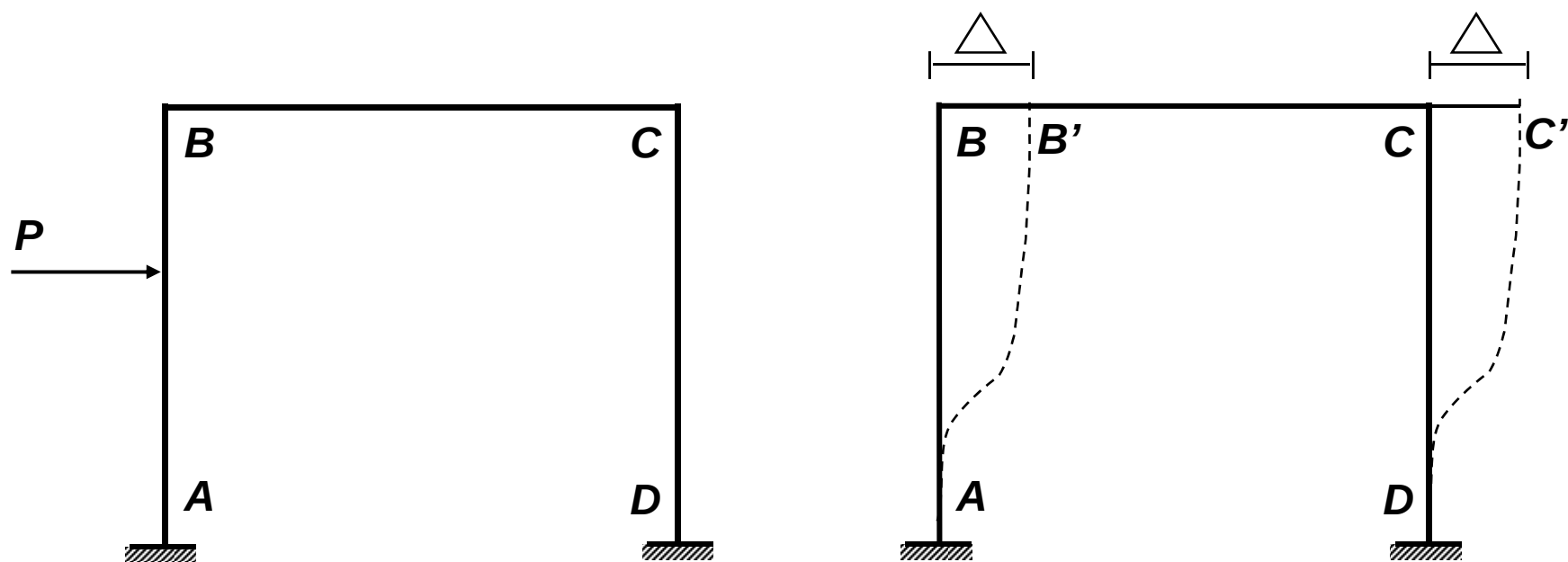
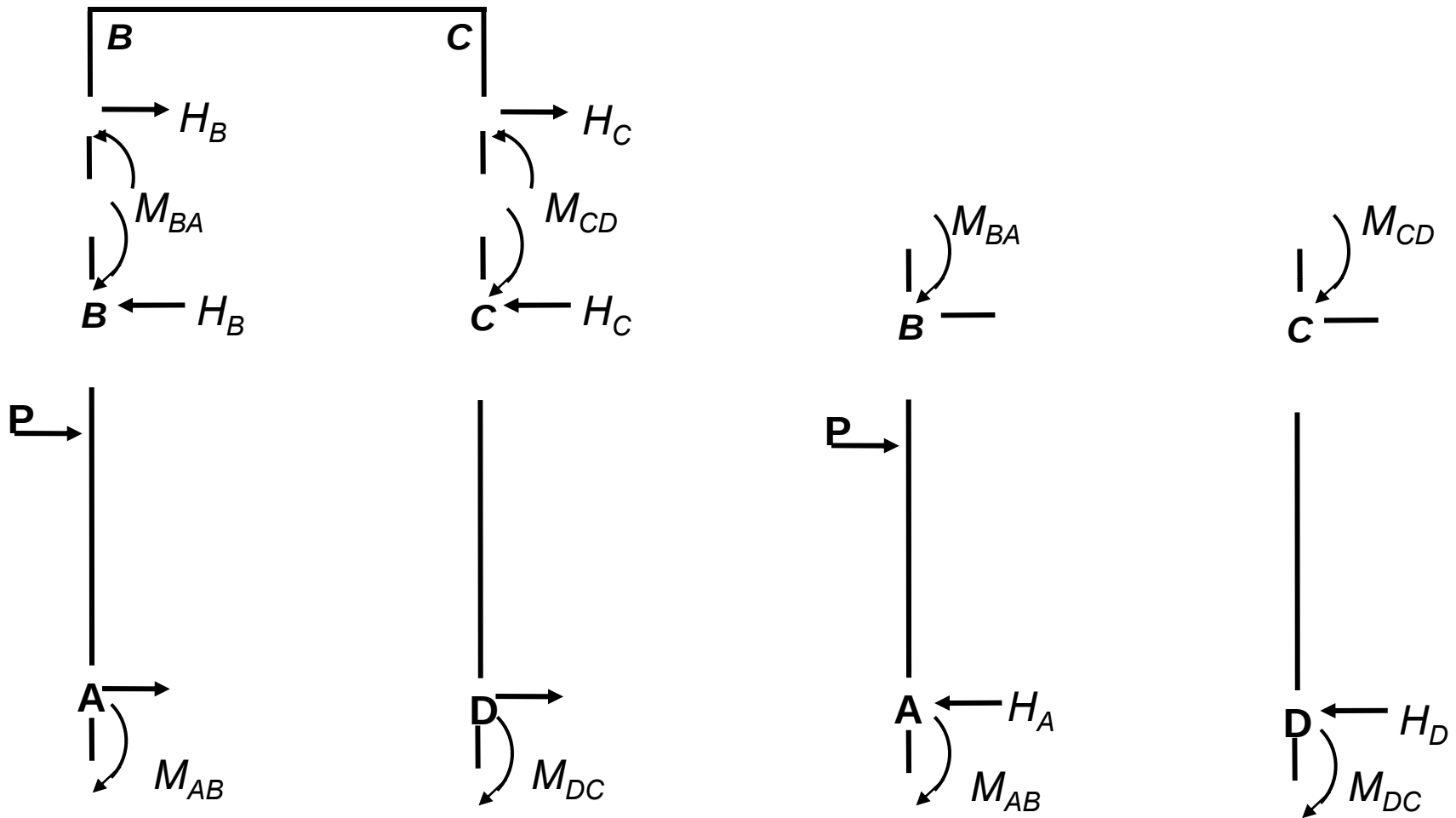


Diagram benda-benda bebas dan pengecekan kondisi gaya geser



Persamaan-persamaan defleksi kemiringan akibat goyangan ke samping :

$$M_{AB} = M_{0AB} + \frac{2E(I_{AB})}{L_{AB}} \left(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{L_{AB}} \right)$$

$$M_{BA} = M_{0BA} + \frac{2E(I_{BA})}{L_{BA}} \left(2\theta_B + \theta_A - \frac{3\Delta}{L_{BA}} \right)$$

$$M_{CD} = M_{0CD} + \frac{2E(I_{CD})}{L_{CD}} \left(2\theta_C + \theta_D - \frac{3\Delta}{L_{CD}} \right)$$

$$M_{DC} = M_{0DC} + \frac{2E(I_{DC})}{L_{DC}} \left(2\theta_D + \theta_C - \frac{3\Delta}{L_{DC}} \right)$$

Kondisi gaya geser :

$$H_B = \frac{P.a}{L_{AB}} + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L_{AB}}$$

$$H_C = \frac{M_{CD} + M_{DC}}{L_{CD}}$$

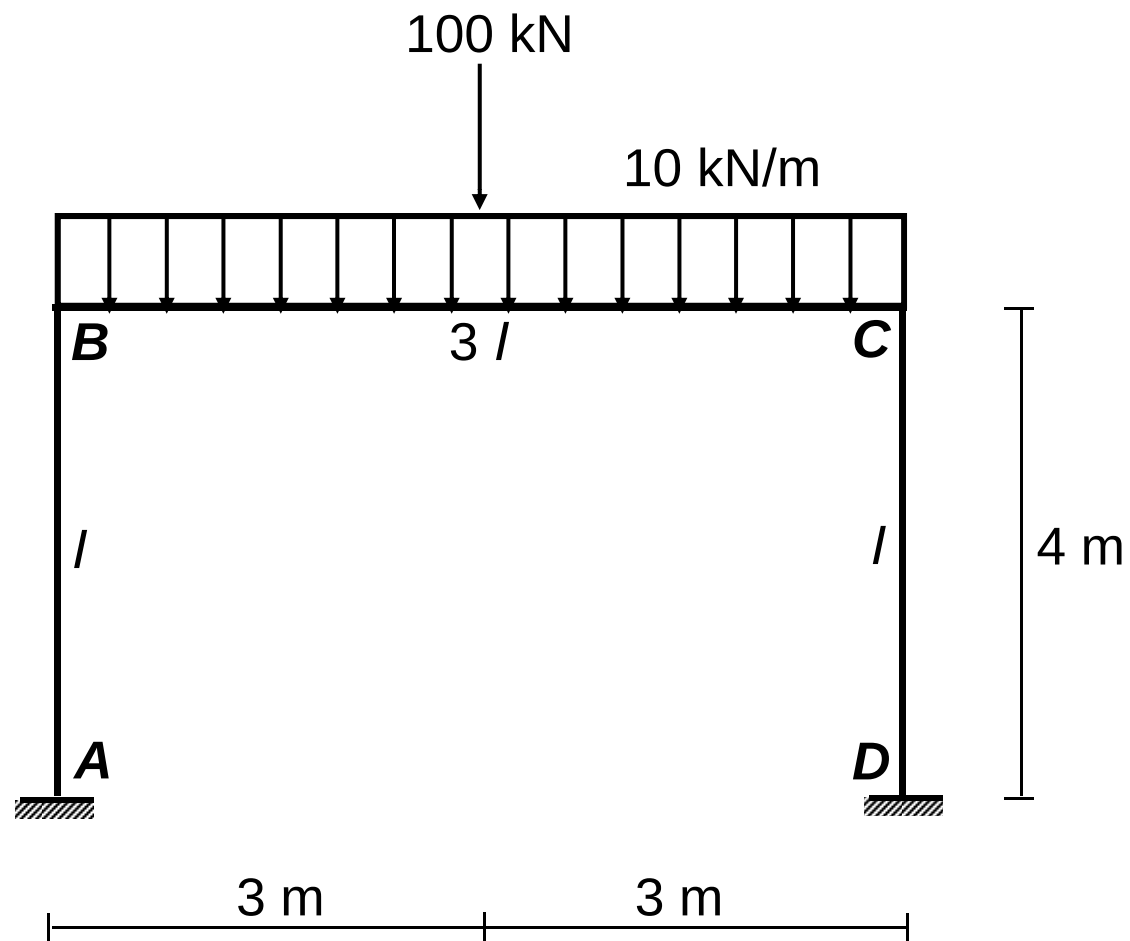
$$-H_B - H_C = 0$$

Cek gaya geser :

$$H_A + H_D \approx P$$

$$\left[\left(\frac{P.b}{L_{AB}} + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L_{AB}} \right) + \left(\frac{M_{CD} + M_{DC}}{L_{CD}} \right) \right] \approx P$$

Contoh Soal 1.



Momen-momen ujung jepit.

$$M_{0AB} = M_{0BA} = 0$$

$$M_{0BC} = -\frac{10(6)^2}{12} - \frac{100(3)(3)^2}{(6)^2} = -105 \text{ kNm}$$

$$M_{0CB} = +\frac{10(6)^2}{12} + \frac{100(3)^2(3)}{(6)^2} = +105 \text{ kNm}$$

$$M_{0CD} = M_{0DC} = 0$$

Persamaan-persamaan defleksi kemiringan :

$$M_{AB} = M_{0AB} + \frac{2E(I)}{4}(2\theta_A + \theta_B) = 0,5EI\theta_B \rightarrow \text{tumpuan di } A \text{ jepit, maka } \theta_A = 0$$

$$M_{BA} = M_{0BA} + \frac{2E(I)}{4}(2\theta_B + \theta_A) = EI\theta_B$$

$$M_{BC} = M_{0BC} + \frac{2E(3I)}{6}(2\theta_B + \theta_C) = -105 + 2EI\theta_B + EI\theta_C$$

$$M_{CB} = M_{0CB} + \frac{2E(3I)}{6}(2\theta_C + \theta_B) = +105 + 2EI\theta_C + EI\theta_B$$

$$M_{CD} = M_{0CD} + \frac{2E(I)}{4}(2\theta_C + \theta_D) = EI\theta_C \rightarrow \text{tumpuan di } D \text{ jepit, maka } \theta_D = 0$$

$$M_{DC} = M_{0DC} + \frac{2E(I)}{4}(2\theta_D + \theta_C) = 0,5EI\theta_C$$

Persamaan-persamaan serempak, memenuhi syarat sambungan :

- sambungan di B : $M_{BA} + M_{BC} = 0$
- sambungan di C : $M_{CB} + M_{CD} = 0$

Dengan memasukkan persamaan-persamaan defleksi kemiringan kedalam syarat-syarat sambungan, maka ditetapkan persamaan berikut :

$$3,00EI\theta_B + 1,00EI\theta_C = +105,00$$

$$1,00EI\theta_B + 3,00EI\theta_C = -105,00$$

Penyelesaian persaman serempak dengan cara eliminasi dan substitusi, hasilnya adalah :

$$EI\theta_B = +52,50$$

$$EI\theta_C = -52,50$$

Momen-momen ujung :

$$M_{AB} = 0,5(+52,50) = +26,25 \text{ kNm}$$

$$M_{BA} = +52,50 \text{ kNm}$$

$$M_{BC} = -105,00 + 2(+52,50) + (-52,50) = -52,50 \text{ kNm}$$

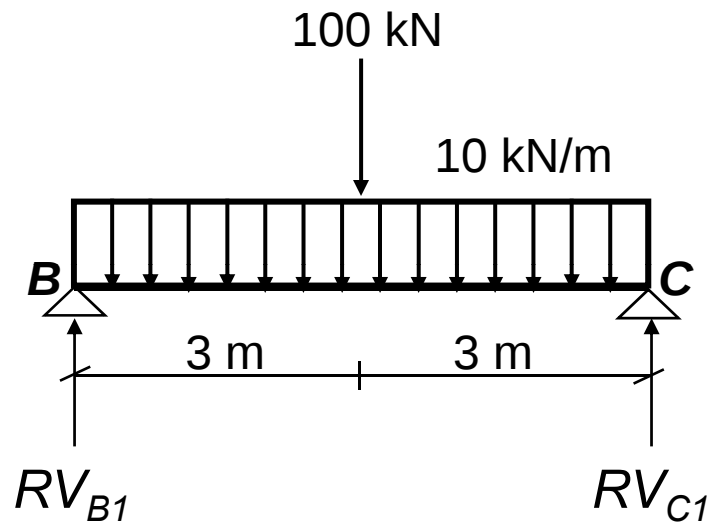
$$M_{CB} = +105,00 + 2(-52,50) + (+52,50) = +52,50 \text{ kNm}$$

$$M_{CD} = -52,50 \text{ kNm}$$

$$M_{DC} = 0,5(-52,50) = -26,26 \text{ kNm}$$

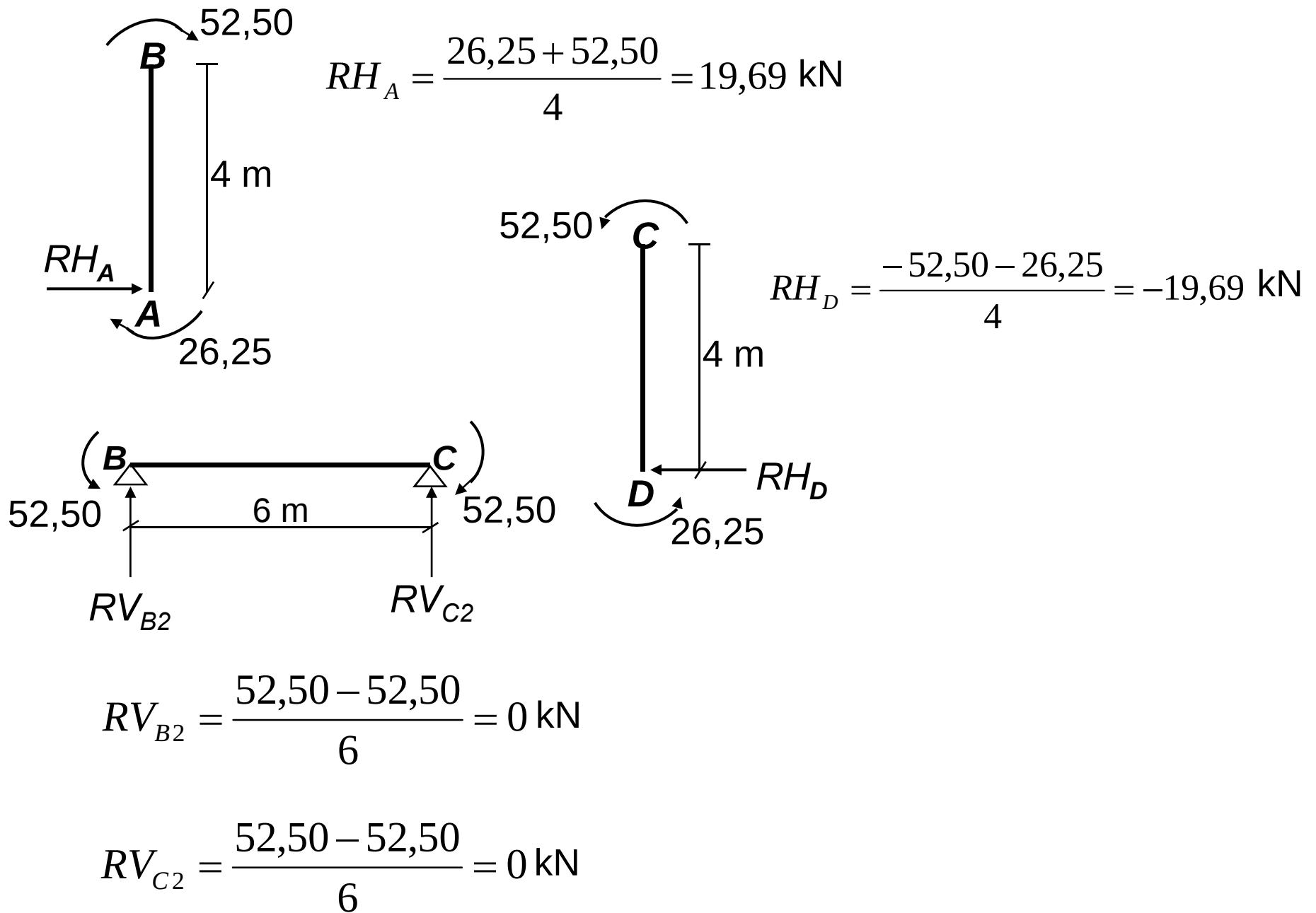
Reaksi-reaksi perletakan :

- Reaksi akibat beban



$$RV_{B1} = RV_{C1} = \frac{10.6}{2} + \frac{100}{2} = 80 \text{ kN}$$

- Reaksi akibat momen



- Reaksi total

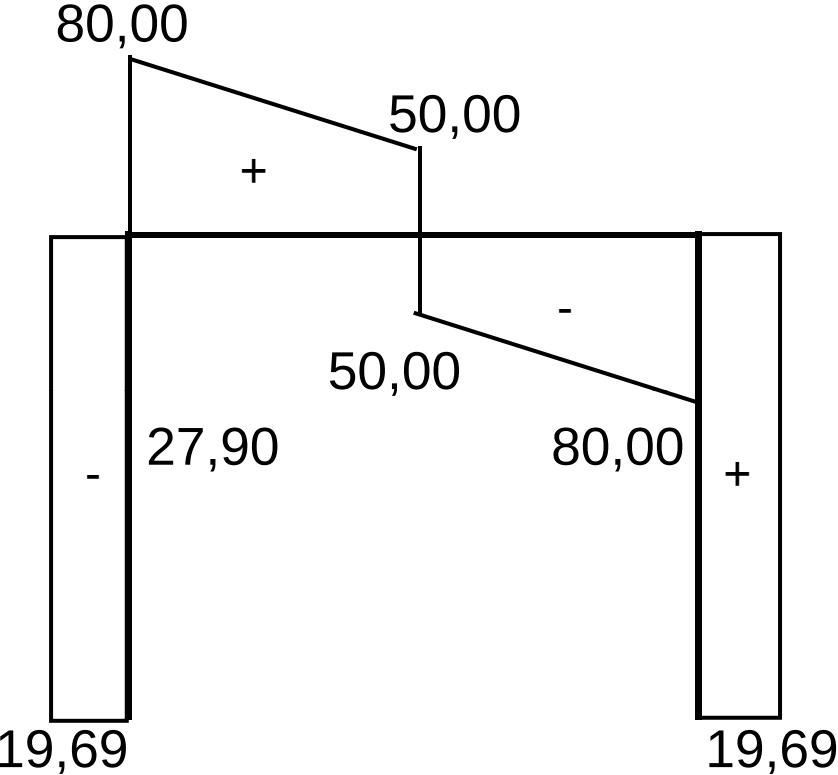
$$RH_A = 19,69 \text{ kN}$$

$$RV_A = RV_B = 80 \text{ kN}$$

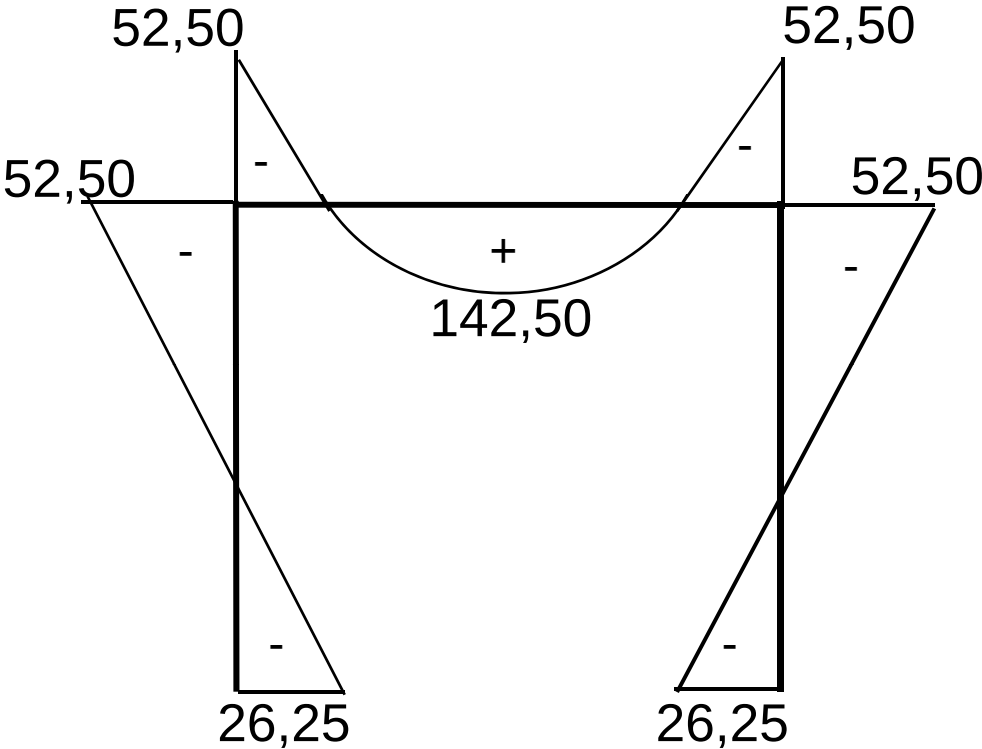
$$RV_D = RV_C = 80 \text{ kN}$$

$$RH_D = -19,69 \text{ kN}$$

Diagram gaya geser dan momen :

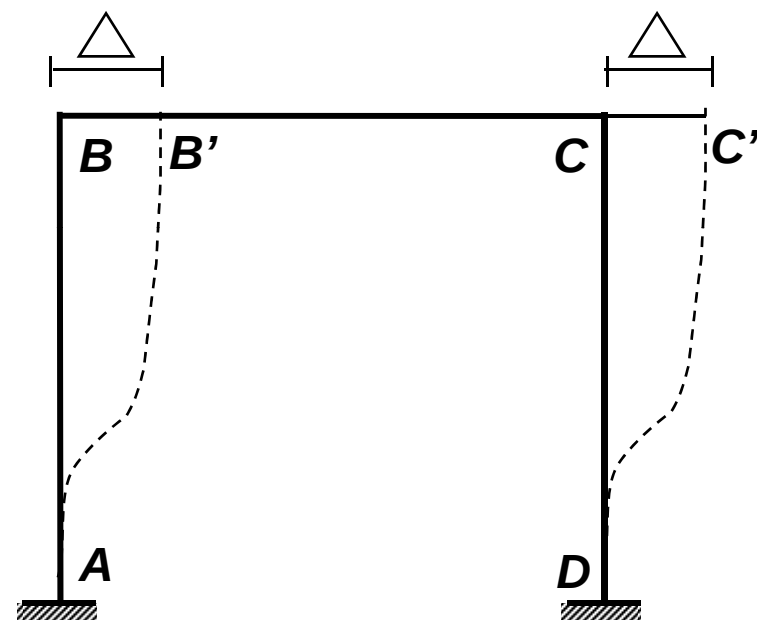
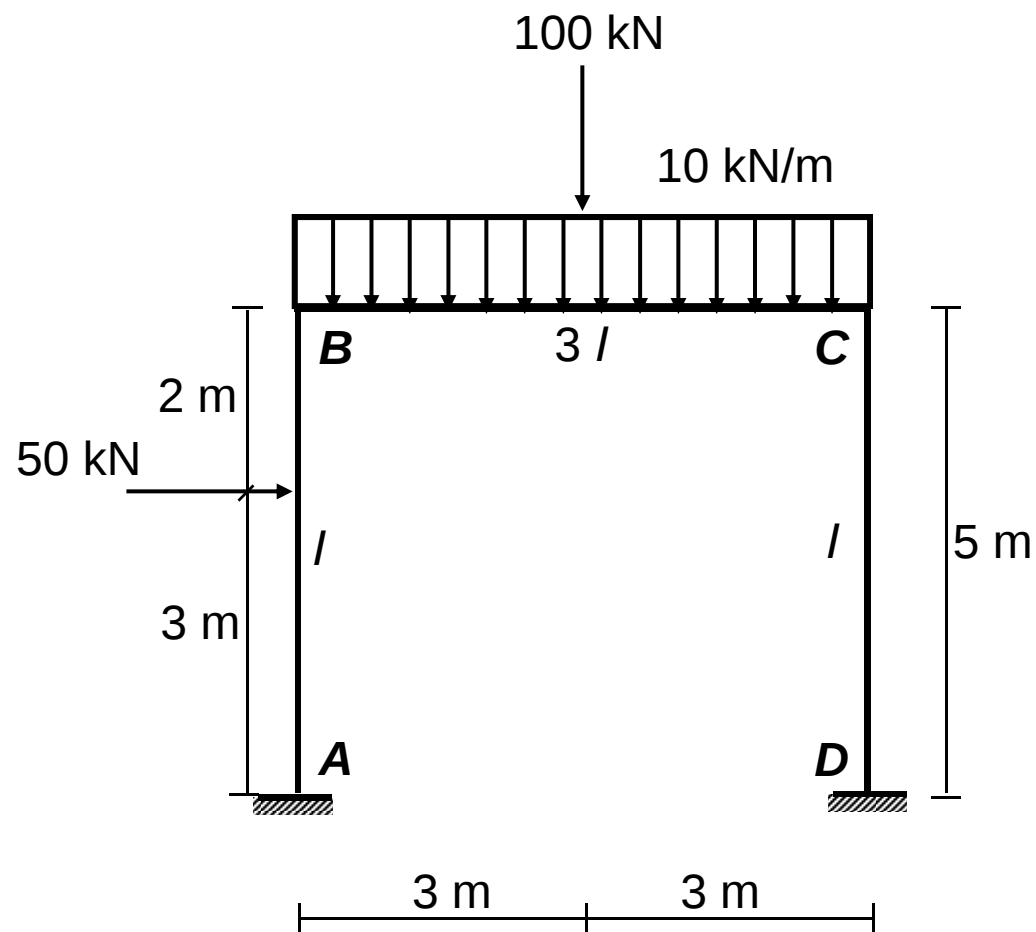


Gaya geser



Momen

Contoh Soal 2.



Momen-momen ujung jepit.

$$M_{0AB} = -\frac{50(3)(2)^2}{(5)^2} = -24 \text{ kNm}$$

$$M_{0AB} = \frac{50(3)^2(2)}{(5)^2} = +36 \text{ kNm}$$

$$M_{0BC} = -\frac{10(6)^2}{12} - \frac{100(3)(3)^2}{(6)^2} = -105 \text{ kNm}$$

$$M_{0CB} = +\frac{10(6)^2}{12} + \frac{100(3)^2(3)}{(6)^2} = +105 \text{ kNm}$$

$$M_{0CD} = M_{0DC} = 0$$

Persamaan-persamaan defleksi kemiringan :

$$M_{AB} = M_{0AB} + \frac{2E(I)}{5} \left(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{5} \right) = -24 + 0,4EI\theta_B - 0,24EI\Delta$$

→ tumpuan di A jepit, maka $\theta_A = 0$

$$M_{BA} = M_{0BA} + \frac{2E(I)}{5} \left(2\theta_B + \theta_A - \frac{3\Delta}{5} \right) = +36 + 0,8EI\theta_B - 0,24EI\Delta$$

$$M_{BC} = M_{0BC} + \frac{2E(3I)}{6} (2\theta_B + \theta_C) = -105 + 2EI\theta_B + EI\theta_C$$

$$M_{CB} = M_{0CB} + \frac{2E(3I)}{6} (2\theta_C + \theta_B) = +105 + 2EI\theta_C + EI\theta_B$$

$$M_{CD} = M_{0CD} + \frac{2E(I)}{5} \left(2\theta_C + \theta_D - \frac{3\Delta}{5} \right) = 0,8EI\theta_C - 0,24EI\Delta$$

→ tumpuan di D jepit, maka $\theta_D = 0$

$$M_{DC} = M_{0DC} + \frac{2E(I)}{5} \left(2\theta_D + \theta_C - \frac{3\Delta}{5} \right) = 0,4EI\theta_C - 0,24EI\Delta$$

Gaya geser :

$$H_B = \frac{50.3}{5} + \left[\frac{(-24 + 0,4EI\theta_B - 0,24EI\Delta) + (+36 + 0,8EI\theta_B - 0,24EI\Delta)}{5} \right]$$
$$= 32,4 + 0,24EI\theta_B - 0,096EI\Delta$$

$$H_C = \left[\frac{(0,8EI\theta_C - 0,24EI\Delta) + (0,4EI\theta_C - 0,24EI\Delta)}{5} \right]$$
$$= 0,24EI\theta_C - 0,096EI\Delta$$

Persamaan-persamaan serempak, memenuhi syarat sambungan :

- sambungan di B : $MBA + MBC = 0$
- sambungan di C : $MCB + MCD = 0$
- kondisi gaya geser : $-HB - Hc = 0$

Dengan memasukkan persamaan-persamaan defleksi kemiringan kedalam syarat-syarat sambungan dan kondisi gaya geser, maka ditetapkan persamaan berikut :

$$2,80EI\theta_B + 1,00EI\theta_C - 0,24EI\Delta = +69,00$$

$$1,00EI\theta_B + 2,80EI\theta_C - 0,24EI\Delta = -105,00$$

$$-0,24EI\theta_B - 0,24EI\theta_C + 0,19EI\Delta = +32,40$$

Penyelesaian persaman serempak dengan cara eliminasi dan substitusi, hasilnya adalah :

$$EI\theta_B = +55,29$$

$$EI\theta_C = -41,38$$

$$EI\Delta = +185,13$$

Momen-momen ujung :

$$M_{AB} = -24,00 + 0,4(+55,29) - 0,24(+185,13) = -46,32 \text{ kNm}$$

$$M_{BA} = +36,00 + 0,8(+55,29) - 0,24(+185,13) = +35,80 \text{ kNm}$$

$$M_{BC} = -105,00 + 2(+55,29) + (-41,38) = -35,80 \text{ kNm}$$

$$M_{CB} = +105,00 + 2(-41,38) + (+55,29) = +77,53 \text{ kNm}$$

$$M_{CD} = 0,8(-41,38) - 0,24(+185,13) = -77,53 \text{ kNm}$$

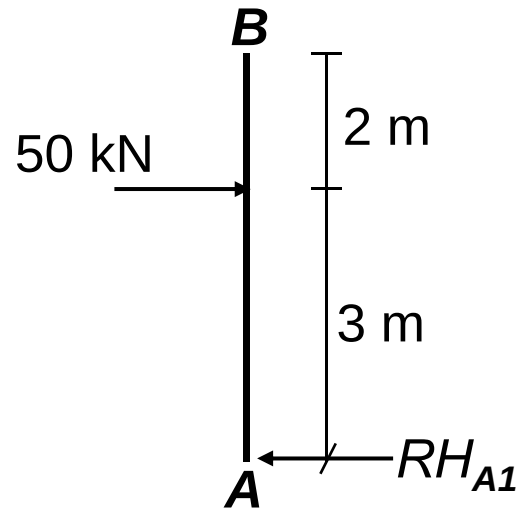
$$M_{DC} = 0,4(-41,38) - 0,24(+183,13) = -60,98 \text{ kNm}$$

Cek gaya geser :

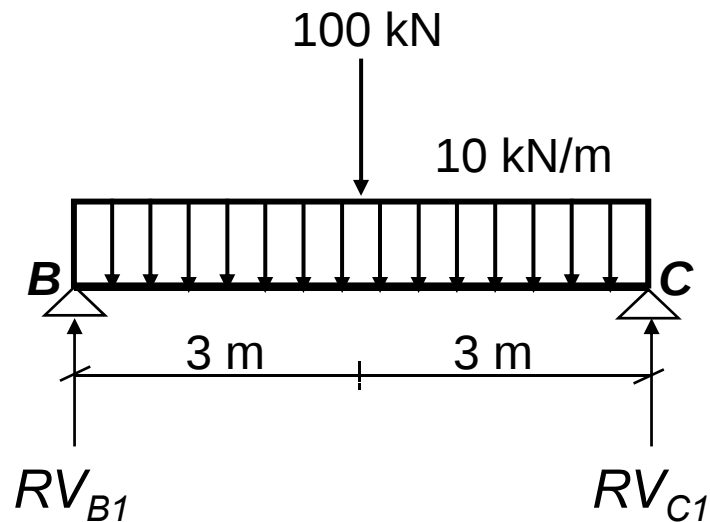
$$\left[\left(\frac{50.2}{5} + \frac{46,32 - 35,8}{5} \right) + \left(\frac{77,53 + 60,98}{5} \right) \right] \approx 50$$

Reaksi-reaksi perletakan :

- Reaksi akibat beban

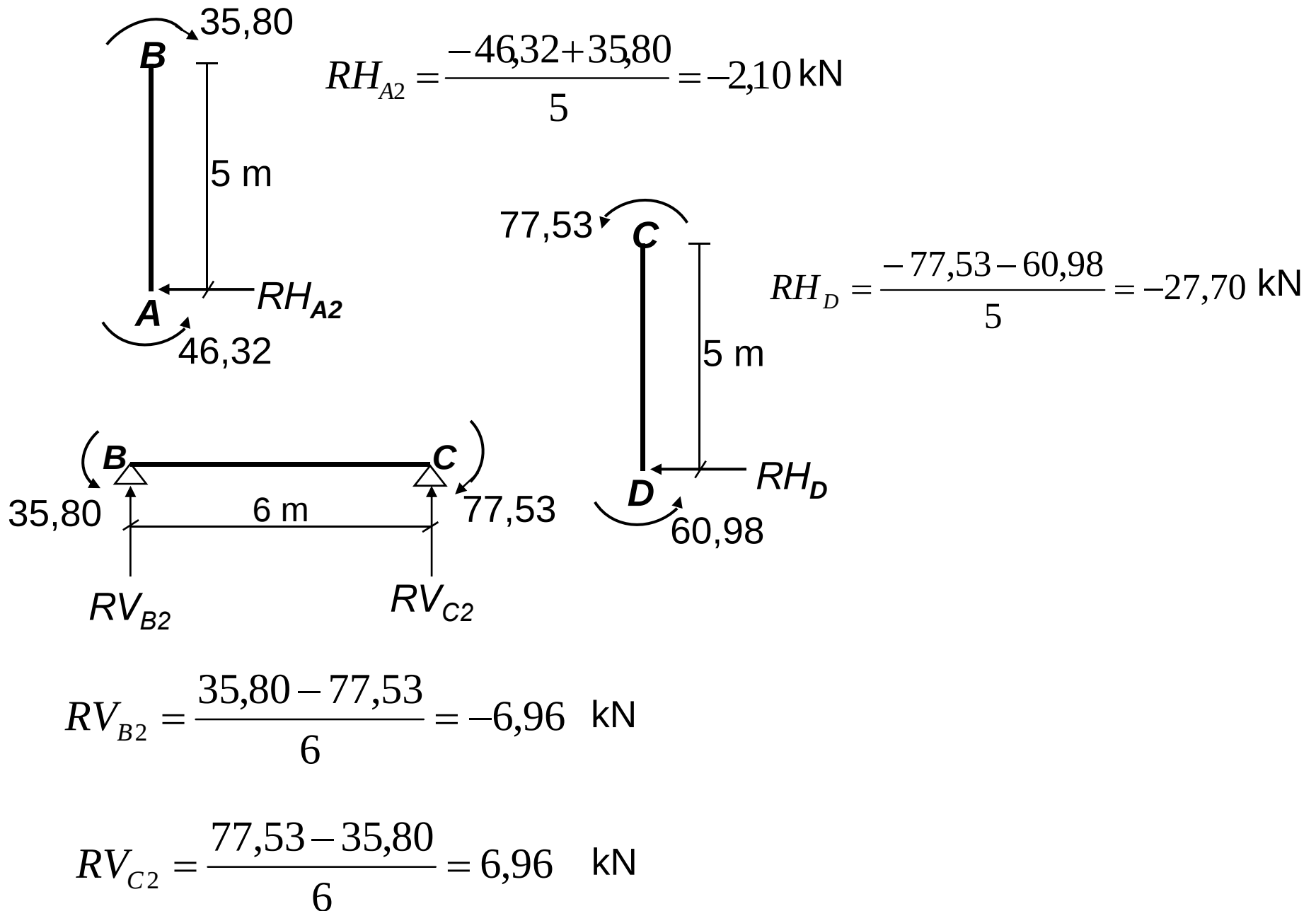


$$RH_{A1} = \frac{-50.2}{5} = -20 \text{ kN}$$



$$RV_{B1} = RV_{C1} = \frac{10.6}{2} + \frac{100}{2} = 80 \text{ kN}$$

- Reaksi akibat momen



- Reaksi total

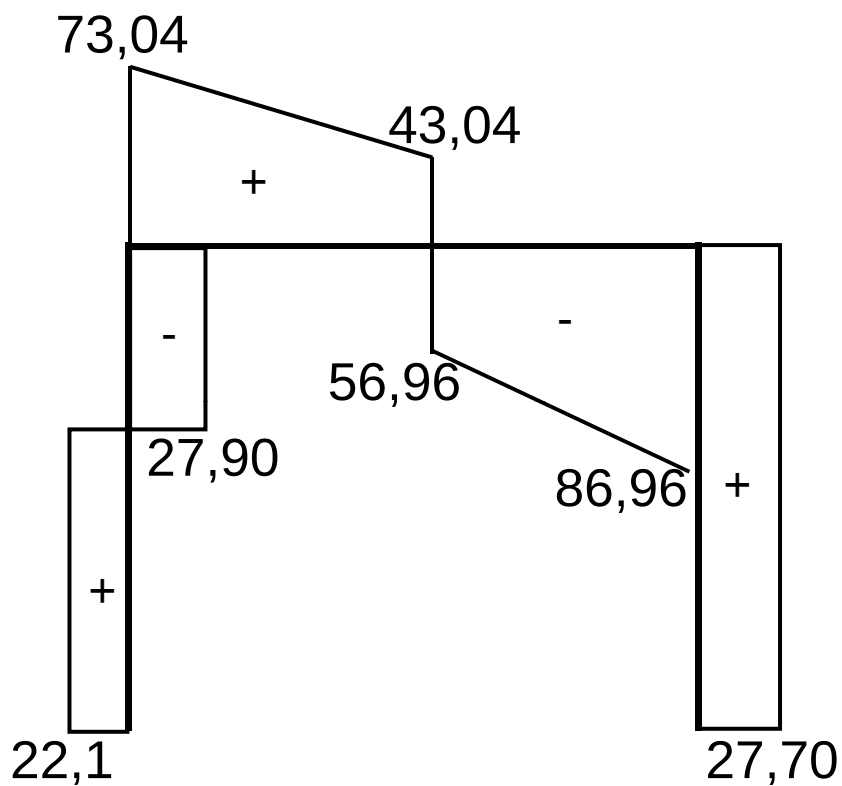
$$RH_A = -20 - 2,1 = -22,1 \text{ kN}$$

$$RV_A = RV_B = 80 - 6,96 = 73,04 \text{ kN}$$

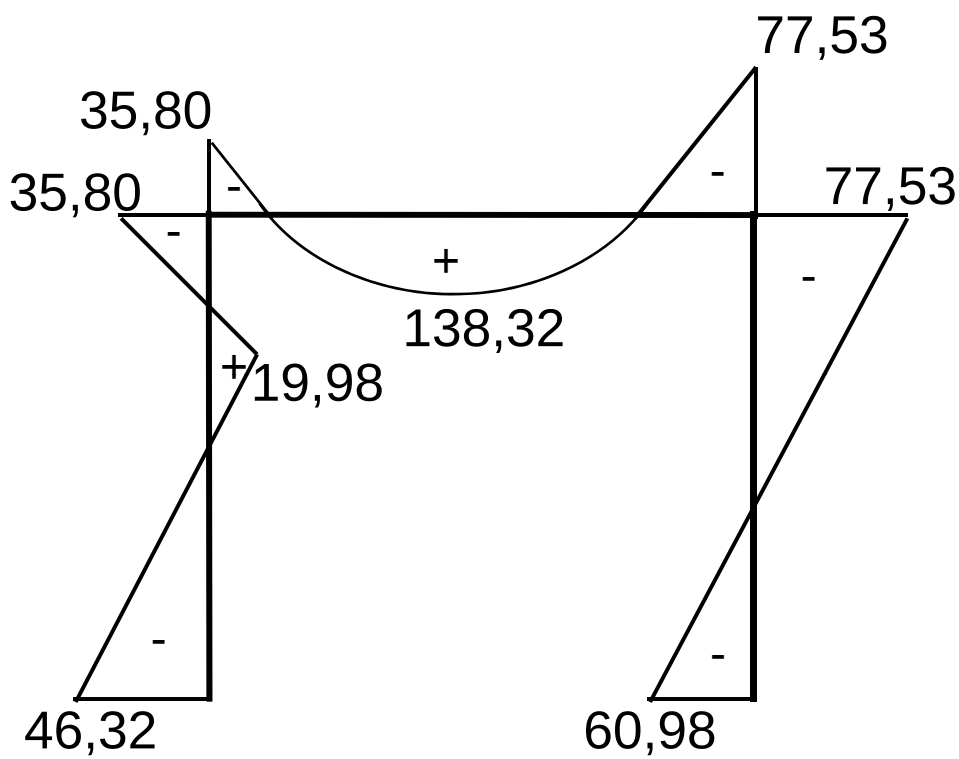
$$RV_D = RV_C = 80 + 6,96 = 86,96 \text{ kN}$$

$$RH_D = -27,70 \text{ kN}$$

Diagram gaya geser dan momen :



Gaya geser



Momen