

BAB V

PENALARAN

5.1 KETIDAKPASTIAN

Dalam kenyataan sehari-hari banyak masalah didunia ini tidak dapat dimodelkan secara lengkap dan konsisten. Suatu penalaran dimana adanya penambahan fakta baru mengakibatkan ketidakkonsistenan, dengan ciri-ciri penalaran sebagai berikut :

- adanya ketidakpastian
- adanya perubahan pada pengetahuan
- adanya penambahan fakta baru dapat mengubah konklusi yang sudah terbentuk

contoh :

Premis -1 : Aljabar adalah pelajaran yang sulit
Premis -2 : Geometri adalah pelajaran yang sulit
Premis -3 : Kalkulus adalah pelajaran yang sulit
Konklusi : Matematika adalah pelajaran yang sulit
Munculnya premis baru bisa mengakibatkan gugurnya konklusi yang sudah diperoleh, misal
Premis -4 : Kinematika adalah pelajaran yang sulit
Premis tersebut menyebabkan konklusi : "Matematika adalah pelajaran yang sulit, menjadi salah karena Kinematika bukan merupakan bagian dari Matematika, sehingga bila menggunakan penalaran induktif sangat dimungkinkan adanya ketidakpastian.

Untuk mengatasi ketidakpastian maka digunakan penalaran statistik.

5.2 PROBABILITAS & TEOREMA BAYES

PROBABILITAS

Probabilitas menunjukkan kemungkinan sesuatu akan terjadi atau tidak.

$$p(x) = \frac{\text{Jumlah kejadian berhasil}}{\text{Jumlah semua kejadian}}$$

Misal dari 10 orang sarjana, 3 orang menguasai cisco, sehingga peluang untuk memilih sarjana yang menguasai cisco adalah :

$$p(\text{cisco}) = 3/10 = 0.3$$

TEOREMA BAYES

$$p(H_i|E) = \frac{p(E|H_i) * (p(H_i))}{\sum_{k=1}^n p(E|H_k) * (p(H_k))}$$

dengan:

- $p(H_i|E)$ = probabilitas hipotesis H_i , benar jika diberikan evidence (fakta) E
- $p(E|H_i)$ = probabilitas munculnya evidence (fakta) E jika diketahui hipotesis H_i benar
- $p(H_i)$ = probabilitas hipotesis H_i , (menurut hasil sebelumnya) tanpa memandang evidence (fakta) apapun
- n = jumlah hipotesis yang mungkin

Contoh :

Asih mengalami gejala ada bintik-bintik di wajahnya. Dokter menduga bahwa Asih terkena cacar dengan :

- probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Asih terkena cacar → $p(\text{bintik} | \text{cacar}) = 0.8$
- probabilitas Asih terkena cacar tanpa memandang gejala apapun → $p(\text{cacar}) = 0.4$
- probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Asih terkena alergi → $p(\text{bintik} | \text{alergi}) = 0.3$
- probabilitas Asih terkena alergi tanpa memandang gejala apapun → $p(\text{alergi}) = 0.7$
- probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Asih jerawat → $p(\text{bintik} | \text{jerawat}) = 0.9$
- probabilitas Asih jerawat tanpa memandang gejala apapun → $p(\text{jerawat}) = 0.5$

Matra :

- probabilitas Asih terkena cacar karena ada bintik-bintik di wajahnya :

$$p(H_i|E) = \frac{p(E|H_i) * (p(H_i))}{\sum_{k=1}^n p(E|H_k) * (p(H_k))}$$

$$p(\text{cacar} | \text{bintik}) = \frac{p(\text{bintik} | \text{cacar}) * p(\text{cacar})}{p(\text{bintik} | \text{cacar}) * p(\text{cacar}) + p(\text{bintik} | \text{alergi}) * p(\text{alergi}) + p(\text{bintik} | \text{jerawat}) * p(\text{jerawat})}$$

$$p(\text{cacar} | \text{bintik}) = \frac{(0.8) * (0.4)}{(0.8) * (0.4) + (0.3) * (0.7) + (0.9) * (0.5)} = \frac{0.32}{0.98} = 0.327$$

- probabilitas Asih terkena alergi karena ada bintik-bintik di wajahnya :

$$p(\text{alergi}|\text{bintik}) = \frac{p(\text{bintik}|\text{alergi}) * p(\text{alergi})}{p(\text{bintik}|\text{cacar}) * p(\text{cacar}) + p(\text{bintik}|\text{alergi}) * p(\text{alergi}) + p(\text{bintik}|\text{jerawat}) * p(\text{jerawat})}$$

$$p(\text{alergi}|\text{bintik}) = \frac{(0.3) * (0.7)}{(0.8) * (0.4) + (0.3) * (0.7) + (0.9) * (0.5)} = \frac{0.21}{0.98} = 0.214$$

- probabilitas Asih jerawat karena ada bintik-bintik di wajahnya :

$$p(\text{jerawat}|\text{bintik}) = \frac{p(\text{bintik}|\text{jerawat}) * p(\text{jerawat})}{p(\text{bintik}|\text{cacar}) * p(\text{cacar}) + p(\text{bintik}|\text{alergi}) * p(\text{alergi}) + p(\text{bintik}|\text{jerawat}) * p(\text{jerawat})}$$

$$p(\text{alergi}|\text{bintik}) = \frac{(0.9) * (0.5)}{(0.8) * (0.4) + (0.3) * (0.7) + (0.9) * (0.5)} = \frac{0.45}{0.98} = 0.459$$

Jika setelah dilakukan pengujian terhadap hipotesis muncul satu atau lebih evidence (fakta) atau observasi baru maka :

$$p(H|E, e) = \frac{p(H|E) * p(e|E, H)}{p(e|E)}$$

dengan:

e = evidence lama

E = evidence atau observasi baru

$p(H|E, e)$ = probabilitas hipotesis H benar jika muncul evidence baru E dari evidence lama e

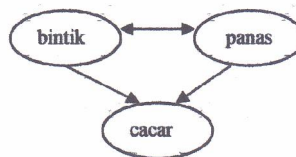
$p(H|E)$ = probabilitas hipotesis H benar jika diberikan evidence E

$p(e|E, H)$ = kaitan antara e dan E jika hipotesis H benar

$p(e|E)$ = kaitan antara e dan E tanpa memandang hipotesis apapun

Misal:

Adanya bintik-bintik di wajah merupakan gejala seseorang terkena cacar. Observasi baru menunjukkan bahwa selain bintik-bintik di wajah, panas badan juga merupakan gejala orang kena cacar. Jadi antara munculnya bintik-bintik di wajah dan panas badan juga memiliki keterkaitan satu sama lain.



Asih ada bintik-bintik di wajahnya. Dokter menduga bahwa Asih terkena cacar dengan probabilitas terkena cacar bila ada bintik-bintik di wajah → $p(\text{cacar}|\text{bintik}) = 0.8$

Ada observasi bahwa orang terkena cacar pasti mengalami panas badan. Jika

diketahui probabilitas orang terkena cacar bila panas badan $\rightarrow p(\text{cacar} | \text{panas}) = 0.5$

Keterkaitan antara adanya bintik-bintik di wajah dan panas badan bila seseorang terkena cacar $\rightarrow p(\text{bintik} | \text{panas, cacar}) = 0.4$

Keterkaitan antara adanya bintik-bintik di wajah dan panas badan $\rightarrow p(\text{bintik} | \text{panas}) = 0.6$

Maka :

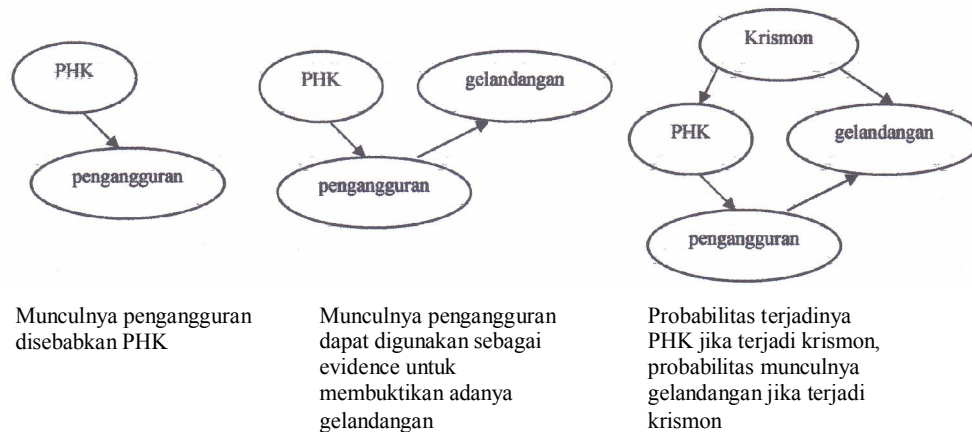
$$p(H|E, e) = \frac{p(H|E) * p(e|E, H)}{p(e|E)}$$

$$p(\text{cacar} | \text{panas, bintik}) = p(\text{cacar} | \text{panas}) \frac{p(\text{bintik} | \text{panas, cacar})}{p(\text{bintik} | \text{panas})}$$

$$p(\text{cacar} | \text{panas, bintik}) = (0.5) * \frac{(0.4)}{(0.6)} = 0.33$$

Pengembangan lebih jauh dari Teorema Bayes adalah Jaringan Bayes.

Contoh : hubungan antara krismon, PHK, pengangguran, gelandangan dalam suatu jaringan



Probabilitas untuk jaringan bayes

Atribut	Prob	Keterangan
$p(\text{pengangguran} \text{PHK, gelandangan})$	0.95	Keterkaitan antara pengangguran & PHK, jika muncul gelandangan
$p(\text{pengangguran} \text{PHK, } \sim \text{gelandangan})$	0.20	Keterkaitan antara pengangguran & PHK jika tidak ada gelandangan
$p(\text{pengangguran} \sim \text{PHK, gelandangan})$	0.75	Keterkaitan antara pengangguran & tidak ada PHK,

		jika muncul gelandangan
$p(\text{pengangguran} \mid \sim \text{PHK}, \sim \text{gelandangan})$	0.40	Keterkaitan antara pengangguran & tidak ada PHK, jika tidak ada gelandangan
$p(\text{PHK krismon})$	0,50	Probabilitas orang di PHK jika terjadi krismon
$p(\text{PHK} \mid \sim \text{krismon})$	0.10	Probabilitas orang diPHK jika tidak terjadi krismon
$p(\text{pengangguran} \mid \text{krismon})$	0.90	Probabilitas muncul pengangguran jika terjadi krismon
$p(\text{pengangguran} \mid \sim \text{krismon})$	0.30	Probabilitas muncul pengangguran jika tidak terjadi krismon
$p(\text{krismon})$	0.80	

5.3 FAKTOR KEPASTIAN (CERTAINTY FACTOR)

Certainty Factor (CF) menunjukkan ukuran kepastian terhadap suatu fakta atau aturan.

$$CF[h,e] = MB[h,e] - MD[h,e]$$

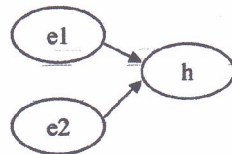
$CF[h,e]$ = faktor kepastian

$MB[h,e]$ = ukuran kepercayaan/tingkat keyakinan terhadap hipotesis h , jika diberikan/dipengaruhi evidence e (antara 0 dan 1)

$MD[h,e]$ = ukuran ketidakpercayaan / tingkat ketidakyakinan terhadap hipotesis h , jika diberikan / dipengaruhi evidence e (antara 0 dan 1)

3 hal yang mungkin terjadi :

1. Beberapa evidence dikombinasikan untuk menentukan CF dari suatu hipotesis. Jika $e1$ dan $e2$ adalah observasi, maka :



$$MB[h, e1 \wedge e2] = \begin{cases} 0 & \text{Jika } MD[h, e1 \wedge e2] = 1 \\ MB[h, e1] + MB[h, e2] * (1 - MB[h, e1]) & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$MD[h, e1 \wedge e2] = \begin{cases} 0 & \text{Jika } MB[h, e1 \wedge e2] = 1 \\ MD[h, e1] + MD[h, e2] * (1 - MD[h, e1]) & \text{lainnya} \end{cases}$$

Contoh :

Misal suatu observasi memberikan kepercayaan terhadap h dengan $MB[h,e]=0,3$ dan $MD[h,e] = 0,2$ maka :

$$CF[H,e1] = 0,3 - 0 = 0,3$$

Jika ada observasi baru dengan $MB[H,e2] = 0,2$ dan $MD[h,e2] = 0$, maka

$$MB[h,e1 \wedge e2] = 0,3 + 0,2 (1 - 0,3) = 0,44$$

$$MD[h,e1 \wedge e2] = 0$$

$$CF[h,e1 \wedge e2] = 0,44 - 0 = 0,44$$

Asih menderita bintik-bintik di wajahnya. Dokter memperkirakan Asih terkena cacar dengan kepercayaan $MB[cacar,bintik] = 0,80$ dan $MD [cacar,bintik] = 0,01$ maka:

$$CF[cacar,bintik] = 0,80 - 0,01=0,79$$

Jika ada observasi baru bahwa Asih juga panas badan dengan kepercayaan,

$MD[cacar,panas]=0,7$ dan $MD[cacar,panas] = 0,08$ maka :

$$MB[cacar,bintik \wedge panas] = 0,8 + 0,7 * (1 - 0,8)=0,94$$

$$MD[cacar,bintik \wedge panas] = 0,01 + 0,08 * (1 - 0,01) = 0,0892$$

$$CF[cacar,bintik \wedge panas] = 0,94 - 0,0892 = 0,8508$$

2. CF dihitung dari kombinasi beberapa hipotesis

Jika $h1$ dan $h2$ adalah hipotesis maka :



$$MB[h1 \wedge h2,e] = \min (MB[h1,e], MB[h2,e])$$

$$MB[h1 \wedge h2,e] = \max (MB[h1,e], MB[h2,e])$$

$$MD[h1 \wedge h2,e] = \min (MD[h1,e], MD[h2,e])$$

$$MD[h1 \wedge h2,e] = \max (MD[h1,e], MD[h2,e])$$

Contoh :

Misal suatu observasi memberikan kepercayaan terhadap $h1$ dengan

$MB[h1,e]=0,5$ dan $MD[h1,e] = 0,2$ maka :

$$CF[h1,e] = 0,5 - 0,2 = 0,3$$

Jika observasi tersebut juga memberikan kepercayaan terhadap $h2$ dengan

$MB[h2,e]=0,8$ dan $MD[h2,e]=0,1$, maka:

$$CF[h2,e] = 0,8 - 0,1= 0,7$$

Untuk mencari $CF[h1 \wedge h2,e]$ diperoleh dari

$$MB[h1 \wedge h2,e] = \min (0,5 ; 0,8) = 0,5$$

$$MD[h1 \wedge h2,e] = \min (0,2 ; 0,1) = 0,1$$

$$CF[h1 \wedge h2,e] = 0,5 - 0,1 = 0,4$$

Untuk mencari $CF[h1 \vee h2,e]$ diperoleh dari

$$MB[h1 \vee h2,e] = \max (0,5 ; 0,8) = 0,8$$

$$MD[h1 \vee h2,e] = \max (0,2 ; 0,1) = 0,2$$

$$CF[h1 \vee h2,e] = 0,8 - 0,2 = 0,6$$

Asih menderita bintik-bintik di wajahnya. Dokter memperkirakan Asih terkena cacar dengan kepercayaan $MB[cacar, bintik] = 0,80$ dan $MD[cacar, bintik] = 0,01$ maka

$$CF[cacar, bintik] = 0,80 - 0,01 = 0,79$$

Jika observasi tersebut juga memberikan kepercayaan bahwa Asih mungkin juga terkena alergi dengan kepercayaan $MB[alergi, bintik] = 0,4$ dan $MD[alergi, bintik] = 0,3$ maka

$$CF[alergi, bintik] = 0,4 - 0,3 = 0,1$$

Untuk mencari $CF[cacar \wedge alergi, bintik]$ diperoleh dari

$$MB[cacar \wedge alergi, bintik] = \min(0,8; 0,4) = 0,4$$

$$MD[cacar \wedge alergi, bintik] = \min(0,01; 0,3) = 0,01$$

$$CF[cacar \wedge alergi, bintik] = 0,4 - 0,01 = 0,39$$

Untuk mencari $CF[cacar \vee alergi, bintik]$ diperoleh dari

$$MB[cacar \vee alergi, bintik] = \max(0,8; 0,4) = 0,8$$

$$MD[cacar \vee alergi, bintik] = \max(0,01; 0,3) = 0,3$$

$$CF[cacar \vee alergi, bintik] = 0,8 - 0,3 = 0,5$$

Kesimpulan : semula faktor kepercayaan bahwa Asih terkena cacar dan gejala munculnya bintik-bintik di wajahnya adalah 0,79. demikian pula faktor kepercayaan bahwa Ani terkena alergi dari gejala munculnya bintik-bintik di wajah adalah 0,1. Dengan adanya gejala yang sama mempengaruhi 2 hipotesis yang berbeda ini memberikan faktor kepercayaan :

$$\text{Asih menderita cacar dan alergi} = 0,39$$

$$\text{Asih menderita cacar atau alergi} = 0,5$$

Pertengahan tahun 2002, ada indikasi bahwa turunnya devisa Indonesia disebabkan oleh permasalahan TKI di Malaysia. Apabila, diketahui $MB[devisaturun, TKI] = 0,8$ dan $MD[devisaturun, TKI] = 0,3$ maka $CF[devisaturun, TKI]$:

$$CF[devisaturun, TKI] = MB[devisaturun, TKI] - MD[devisaturun, TKI] \\ 0,8 - 0,3 = 0,5$$