Pertemuan 13 &14

Probabilitas

By Harison. S.Pd

- Probabilitas merupakan suatu nilai yang dipergunakan untuk mengukur tingkat kemungkinan terjadinya suatu kejadian yang disebut event

sedangkan hitung peluang menunjukan tingkat kemungkinan dalam bentuk angka, teori peluang memberikan metode2 yg berhubungan dengan ketidakpastian

Apa itu Probabilitas

- Sekoin uang logam mempunyai dua permukaan H dan T dilemparkan berkali kali.
- Hasil yg diperoleh pada setiap pelemparan apakah H atau T di catat
- Hasil dari keseluruhan event yang didapat kemungkinannya akan mempunyai bentuk seperti:

  TTHTHHTHHTTHTTTHHTTHHH

Apa itu Probabilitas

- Munculnya permukaan H atau T tidak dapat dipastikan sebelumnya
- Kalau H dan T mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul pada setiap pelemparan, tidak mungkin bahwa hasil keseluruhan (trial) adalah semuanya H atu T

Nilai probabilitas event

- Tentang seri pelemparan mata uang yang bermuka belakang, maka probablitas untuk setiap sisi akan mendekati ½
- Tentang pelemparan dadu yang mempunyai 6 sisi maka probablitas setiap sisi akan memdekati 1/6
- Probablitas selalu dinyatakan dengan angka yang berkisar antara 0 dan 1

Teori kemungkina (probablitas)

Nilai probablitas berada antara 0 dan 1:

a) Nilai 0 artinya kejadian tidak akan terjadi
b) Nilai 1 artinya kejadian akan terjadi
c) Nilai ½ (0.5) kemungkinan terjadi sama dengan kemungkinan tidak terjadi

Jumlah dari probabilitas (frekuensi relatif =F.rel. = (f)/n)

Dari semua kejadian yang dapat terjadi dalam sampel harus 1 (100%)

ket : f = frekuensi/ banyaknya kejadian
n = jumlah kemungkinan terjadi

Teori kemungkina (probablitas)

Contoh

Dari 1047 sampel usia 40-59 tahun diamati kadar kolesterolnya, ingin diketahui kadar kolesterol sesorang yang dipilih secara acak berada pada interval 160- 179mg/dl dan probabilitas laki2 usia 50 tahun dengan kolesterol 200mg/dl.

Dari data tersebut didapatkan probabilitas dari sampel kadar kolesterol interval 160-179mg/dl adalah 37 dari 1047 atau 37/ 1047=0.035

Teori kemungkina (probablitas)

Frekuensi komulatif dari sampel kadar kolesterol kurang dari 200mg/dl adalah 15.8 % atau (10+21+37+97=165) dari 1047 sampel = 165/ 1047= 0.158

Teori kemungkina (probablitas)

Tabel dibawah ini digunakan untuk menjelas hukumprobabilitas

Hasil tes dianogtis standar dan dianogtis experimental

	Penyakit +	Penyakit -	Total
Hasil tes +	7	4	11
Hasil tes -	3	86	89
Total	10	90	100

Teori kemungkina (probablitas)

- Hasil disebut + apabila melebihi ambang batas yang ditentukan
- Hasil disebut – apabila krurang dari ambang btas yang ditentukan
- Hasilnya:

Dari 100 orang yang ditelti berdasarkan tes diagnotis experimental 10 dinyatakan menderita penyakit berdasarkan tes diagnotis standar dan 90 dinyatakan bebas penyakit

Dari 90 yang bebas penyakit, 86 mempunyai nilai tes – dan 4 mempunyai nilai tes +

Teori kemungkinan (probabilitas)

Dari 10 yang sakit 7 hasil tesnya + dan 3 hasil tes –

- Bagaimana probabilitas dari 100 sampel yang berpenyakit berdasarkan tes diagnotis standar:

  p (penyakit)= 10/100= 0.1

- Bagaimana probabilitas dari 100 sampel yang mempunyai hasil tes + berdasarkan tes diagnotis experimental:

  p (penyakit)= 11/100= 0.11

Aturan hukum dalam probabilitas

- Probabilitas gabungan dari dua kejadian merupakan probabilitas yang dapat terjadi secara bersamaan ditulis dengan P (A+B)

Contoh:

Beberapa Probabilitas yang bebas penyakit mempunyai hasil tes -?

- Lihat kolom penyakit – dan hasil –
- Ada 89 dari 100 sampel yang secara bersamaan tanpa penyakit dan hasil – atau
- $P(A+B) = 89/100 = 0.89$

Aturan hukum dalam probabilitas

- Probabilitas terkondisi adalah probabilitas suatu kejadian akan terjadi setelah kejadian lain terjadi

P (A/B)

Contoh:

Beberapa probabilitas sampel yg kadar kolesterolnya antara 120- 139 mg/dl dari mereka yang kadarnya dibawah 240 mg/dl

- Meraka yg kadar kolesterolnya dibawah 240 mg/dl adalah 530 dan
- Antara 120-139 mg/dl =10
- P (A/B) = 10/530 = 0.019

Aturan hukum dalam probabilitas

Probabilitas terkondisi dan probabilitas tak terkondisi

a) tak terkondisi diasumsikan hasil tes sebelum diketahui P(penyakit +) 10/100 = 0.1
b) Terkondisi artinya penyakit + setelah diketahui hasil tes + P (Penyakit+ / Hasil+) 7/11 = 0.64

Rumus probabilitas

- Probabilitas terkondisi atau
  P(A/B)= P (a dan B)/ P(B)

Contoh

- Beberapa probabilitas sesorang terkena penyakitmempunyai hasi tes +?
- P (penyakit+ / hasil+) = P (penyakit +& hasil+) dibagi
  P(hasil+) = 7/100 : 11/100 = 7/11 = 0.64

Probabilitas dapat dicari dengan tiga cara sbb:

1. Perumusan klasik
2. Pendekatan objektif
3. Pendekatan subyektif

Metode Klasikal pada perumusan peluang dengan cara ini diberlakukan bahwa semua kejadian dalam suatu percobaan mempunyai kesempatan yang sama muncul. untuk menentukan sbb:

$$P(E) = \frac{m}{n}$$

P(E) =peluang kejadian E
m = banyaknya kejadian E
n = banyaknya semua kejadian yg mungkin

Misalnya pelemparan mata uang logam maka peluang mendapatkan sisi muka adalah:

$$P(E) = \frac{m}{n} \qquad P(E) = \frac{1}{2} = 0.5$$

banyaknya sisi muka muncul (m) dalam pelemparan uang=1 sedangakan banyaknya kejadian yang mungkin muncul adalah tampilnya sisi depan dan belakang sehingga n=2

Metode Frekuensi Relatif Kejadian untuk Menentukan Probabilitas

Pada metode ini probabilitas suatu kejadian didapat dari banyaknya kejadian tersebut terjadi di masa lalu, dibagi dengan banyak total kesempatan kejadian tersebut terjadi.

$$P(X) = \frac{f(X)}{N} = \frac{E}{N}$$

E= F(X) frekuensi sebagian

N= frekuensi keseluruhan

Misalnya dari 150 orang responden diminta pendapatnya tentang pendirian gereja di pariaman, 50 org setuju, jika dipilih secara acak dari kawasan tersebut berapakah peluang tidak setuju?

E= F(X) frekuensi sebagian responden yg tidak setuju 150 – 50 = 100
N= frekuensi keseluruhan
Maka

$$P(X) = \frac{f(X)}{N} = \frac{E}{N} \qquad P(X) = \frac{f(X)}{N} = \frac{100}{150} = 0.66$$

contoh

Kepala pabrik mengatakan bahwa dari 100 barang produksinya ada 25 yang rusak. Kalau barang dibungkus rapi kemudian seorang pembeli mengambil satu barang secara random.barapakah probabilitasnya, bahwa barang tersebut rusak?

jawab

n = 100 byk barang produksi

X = 25 byk brg rusak

A = kejadian /event barang rusak

$$P(X) = \frac{f(X)}{N} = \frac{E}{N}$$

$$P(X) = \frac{f(X)}{N} = \frac{25}{100} = 0.25$$

Probabilitas Subyektif

Hanya didasarkan atas perasaan, intuisi, atau pengetahuan orang yang menentukan probabilitas Meskipun bukan merupakan cara yang ilmiah, namun pendekatan ini dapat saja menghasilkan probabilitas yang cukup akurat

Marginal, Union, Joint, and Conditional Probabilities

- *Marginal Probability: P(A) = probabilitas bahwa* A terjadi
- *Union Probability: P(AUB) = probabilitas bahwa* A atau B terjadi
- *Joint Probability: P(AB) = P(A∩B) = probabilitas* bahwa A dan B terjadi
- *Conditional Probability: P(A|B) = probabilitas*
  bahwa A terjadi apabila diketahui B telah terjadi

Struktur Probabilitas

Eksperimen. Contoh: Mencatat kurs US$ terhadap rupiah setiap hari Senin pukul 9 pagi selama 12 bulan

Event. Contoh: mendapati kurs US$ terhadap rupiah kurang dari 10000

Elementary Event: adalah *event* yang tidak dapat dipecah lagi menjadi *event* lain.

Ruang sampel (*sample space*): adalah daftar atau tabel lengkap yang memuat semua e*lementary event* pada suatu eksperimen.

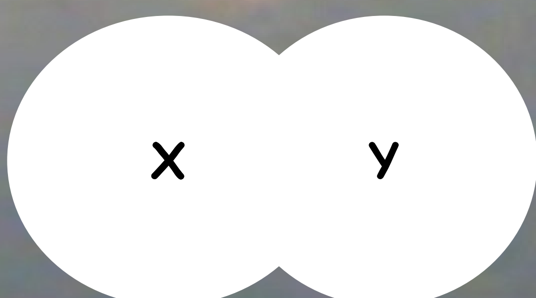
Struktur Probabilitas

Union = “atau” = gabungan. Simbol: U.

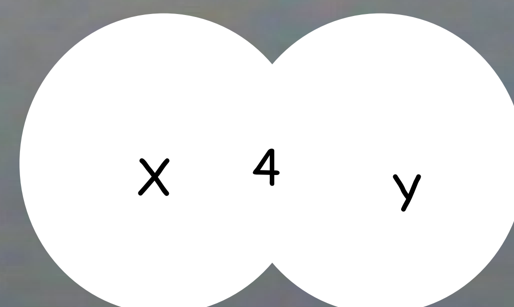
Intersection = “dan” = irisan. Simbol: ∩.

Contoh: Jika diketahui X = {1, 4, 7, 9} dan Y = {2, 3, 4, 5, 6}, maka XUY = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9}

X∩Y = {4}



X U Y



X n y

Struktur Probabilitas

Mutually Exclusive Events: adalah kejadian kejadian yang tidak mempunyai irisan. Artinya,kejadian yang satu meniadakan kejadian yang lainnya; kedua kejadian tidak dapat terjadi
secara simultan. Jadi:

$P(X \cap Y) = 0$

Struktur Probabilitas

Independent Events: adalah kejadian-kejadian satu sama lain tidak saling mempengaruhi. Artinya, terjadi atau tidak terjadinya satu kejadian tidak mempengaruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian yang lainnya. Jadi:

$P(X|Y) = P(X)$ dan $P(Y|X) = P(Y)$

apabila X dan Y *adalah* kejadian independen.

$P(X|Y)$ artinya probabilitas bahwa X terjadi apabila diketahui Y telah terjadi.

Struktur Probabilitas

Collectively Exhaustive Events: adalah daftar semua kejadian elementer (*elementary events*) yang mungkin terjadi pada sebuah eksperimen. Jadi sebuah ruang sampel selalu terdiri atas *Collectively Exhaustive Events*.

Komplemen dari kejadian A, diberi notasi A' yang artinya
"bukan A" adalah semua kejadian elementer pada suatu eksperimen yang bukan A. Jadi: $P(A)+P(A') = 1$

Struktur Probabilitas

- Aturan hitungan mn
- Untuk suatu operasi yang dapat dilakukan dengan m cara dan operasi ke dua yang dapat dilakukan dengan n cara, maka kedua operasi dapat terjadi dalam mn cara. Aturan ini dapat dikembangkan untuk tiga atau lebih operasi.

Marginal, Union, Joint, and Conditional Probabilities

- *Marginal Probability*: P(A) = probabilitas bahwa A terjadi
- *Union Probability*: $P(A \cup B)$ = probabilitas bahwa A atau B terjadi
- *Joint Probability*: $P(AB) = P(A \cap B)$ = probabilitas bahwa A dan B terjadi
- *Conditional Probability*: $P(A|B)$ = probabilitas bahwa A terjadi apabila diketahui B telah terjadi

Aturan Perjumlahan
Aturan Umum Perjumlahan:
$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$
Aturan Khusus Perjumlahan:
Apabila X dan Y adalah kejadian yang *mutually exclusive*, maka
$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y)$

Aturan Perkalian

Aturan Umum Perkalian:

$P(X \cap Y) = P(X) * P(Y|X) = P(Y) * P(X|Y)$

Aturan Khusus Perkalian:

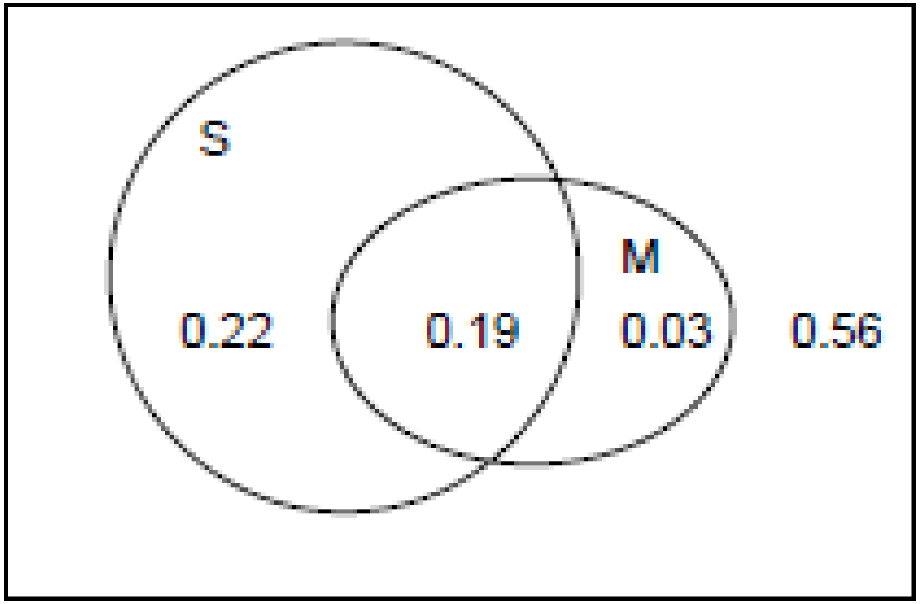
Apabila X dan Y adalah kejadian yang independen, *maka*

$P(XUY) = P(X) * P(Y)$

Contoh Soal tentang Probabilitas

- Di sebuah kota, diketahui bahwa:
  - 41% penduduk mempunyai sepeda motor
  - 19% mempunyai sepeda motor dan mempunyai mobil
  - 22% mempunyai mobil
- Apakah kepemilikan sepeda motor dan kepemilikan mobil di kota tersebut independen? Gunakan data di atas untuk menjawabnya.
- Bila seorang penduduk di kota tersebut diambil secara acak berapa probabilitas bahwa ia memiliki sepeda motor dan tidak memiliki mobil?
- Bila seorang penduduk di kota tersebut diambil secara acak dan diketahui ia memiliki mobil, berapa probabilitas bahwa ia tidak memiliki sepeda motor?
- Bila seorang penduduk di kota tersebut diambil secara acak, berapakah probabilitas bahwa ia tidak memiliki sepeda motor dan tidak memiliki mobil?

Jawab



- S = memiliki sepeda motor; M = memiliki mobil P(S) = 0.41, P(SM) = 0.19, P(M) = 0.22.
  - Karena P(S)P(M) ≠ P(SM), maka kepemilikan sepeda motor dan kepemilikan mobil tidak independen.
  - dengan diagram Venn didapatkan P(SM’) = 0.22.
  - P(S’|M) = P(S’M) / P(M) = 0.03 / 0.22 = 0.1364
  - P(S’M’) = 0.56 (dari diagram Venn)

Jawab

S = memiliki sepeda motor; M = memiliki mobil

$P(S) = 0.41$, $P(SM) = 0.19$, $P(M) = 0.22$.

Karena $P(S)P(M) \neq P(SM)$, maka kepemilikan sepeda motor dan kepemilikan mobil tidak independen.

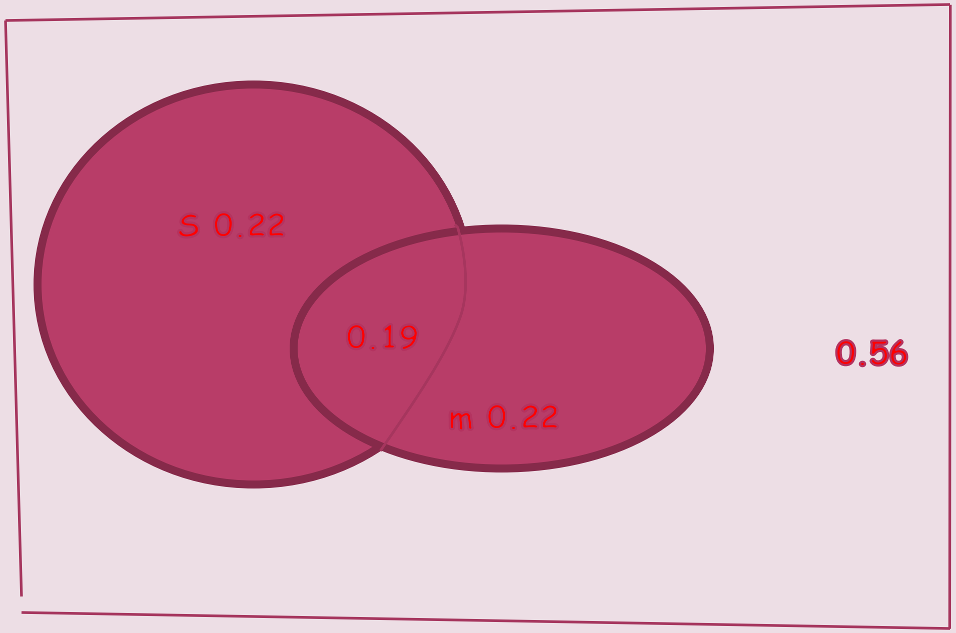
dengan diagram Venn didapatkan $P(SM') = 0.22$.

$P(S'|M) = P(S'M) / P(M) = 0.03 / 0.22 = 0.1364$

$P(S'M') = 0.56$ (dari diagram Venn)

jawab

Diagram venn



Contoh Soal tentang Probabilitas

- Hasil sebuah survai yang menanyakan "Apakah Anda mempunyai komputer dan/atau kalkulator di rumah?" adalah sebagai berikut. Apakah kepemilikan kalkulator dan kepemilikan komputer independen?

		Kalkulator	
		Ya	Tdk
Komputer	Ya	46	3
	Tdk	11	15

contoh

Tiga bola putih & satu bola merah dimasukan kedalam sebuah peti dan goncang , bila kita mengambil secara acak random dan berturut memilih 12 bola dari dalam peti, bola pertama tidak boleh dikembalikan sebelum bola kedua diambil, berapakah probabilitas kedua bola putih terpilih?

Bila A peristiwa bola putih terpilih pd pemilihan pertama dan B merupakan peristiwa bola putih terpilih pd pemilihan kedua dan bila tiap bola memiliki probabilitas yg sama untuk dipilih maka p (A) = ¾ . Probabilitas peristiwa B dengan syarat peristiwa A telah terjadi ialah p (B|A) = 2/3.

Maka : $P(A \cap B) = p(A) . P(B|A)$

$$\tfrac{3}{4} . 2/3 = \tfrac{1}{2}$$

contoh

- Bila sebelum pemilihan kedua, bola yg terpilih pd pemilihan pertama harus dkembalikan, peristiwa A dan peristiwa B merupakan peristiwa yg independen dengan rumus

- $p(A \cap B) = p(A) \, . \, P(B)$

  $\frac{3}{4} \, . \, \frac{3}{4} = 9/16$

Probabilitas berganda

- Merupakan suatu percobaan yg dilakukan berulang-ulang tanpa ada senggang waktu
- Contoh

Peti A berisi dengan 3 bola hijau dan 5 bola merah, peti B berisi 2 bola hijau, 1bola merah dan 2 bola kuning, bila kita memilih sebuha peti secara random dan kemudia memilik satu bola dari dalam peti secar random pula berapakan probabilitas kita akan memilih bola hijau?

- Bila hanya terdapat 2 peti pemilihan secara random antara kedua peti akan menghasilkan probabilitas ½ bagi tiap peti untuk dipilih.pemilihan satu bola. Pemilihan bola satu bola secara random dari peti A akan menghasilkan p 3/8 bola hijau dan p 5/8 bola merah. Pemilihan satu bola dari peti B secara random P 2/5 bola hijau, 2/5 bola kuning dan 1/5 bola merah.
- P (hijau∩peti A) = 3/8. ½ =3/16
- P (hijau∩peti B) = 2/5. ½ =2/10 =1/5
- p hijau dapat terpilih 2 cara saling lepas peti A dan peti B. Peristiwa bola hijau merupakan gabungan dari kedua peristiwa yang saling lepas, maka.
- P (hijau∩peti A) +P (hijau∩peti B)
- =3/16 + 1/5 = 31/80

Teorema bayes

- Jika Amenyatakan peristiwa bola yg dipilih ialah hijau, maka terwujubnya A menyangkut 2 hipotesis yaitu A1 dan A2. bila pemilihan A atau B dilakukan secara random maka p (A1) = p (A2) = ½ dan probabilitas bersyaratnya menjadi p (A|A1) = 3/8 , p(A|A2) = 2/5
- Bila digunakan teorema bayes maka

Teorema bayes

$$P(A2 \mid A) = \frac{p(A2).p(A \mid A2)}{p(A1)\,p(A \mid A1) + p(A2)\,p(A \mid A2)}$$

$$= \frac{(1/2).(2/5)}{(1/2)(3/8) + (1/2)(2/5)} = \frac{2/10}{23/80} = \frac{8}{23}$$