

FUNGSI ALIH DAN DIAGRAM BLOK

Catatan :

1. Fungsi alih adalah model matematika yang merupakan metode operasional dari pernyataan persamaan diferensial yang menghubungkan variabel keluaran dengan masukan.
2. Fungsi alih adalah sifat dari sistem tersebut, tidak tergantung dari besaran dan sifat dari masukan atau fungsi penggerak.
3. Fungsi alih termasuk unit yang diperlukan untuk menghubungkan masukan dengan keluaran; namun ia tidak memberikan informasi struktur fisik dari sistem tersebut (Fungsi alih dari sistem berbeda dapat identik).
4. Jika fungsi alih dari sistem diketahui, keluaran atau tanggapan dapat ditelaah untuk berbagai macam bentuk masukan dengan pandangan terhadap pengertian akan sifat dari sistem tersebut.
5. Jika fungsi alih suatu sistem tidak diketahui, maka dapat diadakan secara percobaan dengan menggunakan masukan yang diketahui dan menelaah hasil keluaran sistem tersebut.

Titik Penjumlahan

Berupa lingkaran dengan tanda yang menunjukkan operasi penjumlahan. Tanda plus/minus menunjukkan apakah sinyal ditambahkan atau dikurangkan.

Titik Cabang

Titik dimana sinyal dari blok pergi ke blok yang lain atau titik penjumlahan

Fungsi Alih Loop Terbuka dan Fungsi Alih Umpan Maju

Fungsi alih loop terbuka pada gambar 1 dinyatakan oleh perbandingan rasio sinyal umpan balik $B(s)$ terhadap sinyal kesalahan yang timbul $E(s)$.

$$\text{Fungsi alih loop terbuka} = \frac{B(s)}{E(s)} = G(s)H(s)$$

Rasio keluaran (s) terhadap sinyal kesalahan yang muncul $E(s)$ disebut fungsi alih umpan maju

$$\text{Fungsi alih umpan maju} = \frac{C(s)}{E(s)} = G(s)$$

PENDAHULUAN

Fungsi alih didefinisikan sebagai perbandingan antara transformasi laplace keluaran (fungsi tanggapan) terhadap transformasi laplace masukan (fungsi penentu) dengan anggapan bahwa semua **syarat awal sama dengan nol**.

Perhatikan persamaan diferensial berikut :

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} x + b_m x$$

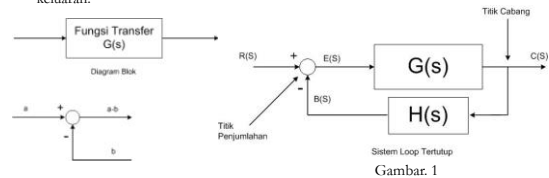
Dengan y adalah keluaran sistem dan x adalah masukan. Fungsi alih diperoleh dengan melakukan transformasi laplace pada kedua sisi persamaan dengan anggapan semua syarat awal nol.

$$\begin{aligned} \text{Fungsi Alih} = G(s) &= \frac{\mathcal{L}^{-1} \left[\begin{array}{c} \text{keluaran} \\ \hline \text{masukan} \end{array} \right]}{\mathcal{L}^{-1} \left[\begin{array}{c} \text{keluaran} \\ \hline \text{masukan} \end{array} \right]} \bigg|_{\text{keadaan awal nol}} \\ &= \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \end{aligned}$$

DIAGRAM BLOK

Suatu sistem kontrol dapat terdiri dari beberapa komponen. Untuk menunjukkan fungsi yang dilakukan oleh tiap komponen biasanya kita gunakan suatu diagram yang disebut diagram blok.

Dalam suatu diagram blok, semua variabel sistem saling dihubungkan dengan menggunakan blok fungsional. Blok fungsional atau biasa disebut blok adalah suatu simbol operasi matematik pada sinyal masukan blok yang menghasilkan keluaran.



Fungsi Alih Loop Tertutup

Untuk sistem pada gambar 1, keluaran $C(s)$ dan masukan $R(s)$ dihubungkan sebagai

$$C(s) = G(s) E(s)$$

$$E(s) = R(s) - B(s), \text{ dimana } B(s) = H(s) C(s)$$

$$= R(s) - H(s) C(s)$$

Substitusikan $E(s)$, maka

$$C(s) = G(s) [R(s) - H(s) C(s)]$$

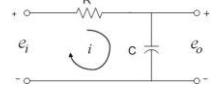
$$C(s) + G(s) H(s) C(s) = G(s) R(s)$$

atau

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) H(s)}$$

1. Tulis persamaan yang menggambarkan dinamika kelakuan tiap-tiap komponen
2. Transformasi laplace persamaan tersebut (anggap keadaan awal nol) dan nyatakan tiap persamaan transformasi laplace dalam bentuk blok.
3. Akhirnya susun elemen dalam diagram blok lengkap.

Contoh:



Perhatikan rangkaian RC berikut

$$i = \frac{e_i - e_o}{R}; \quad e_o = \frac{1}{C} \int i dt$$

Transformasi laplace dari persamaan ini

$$I(s) = \frac{E_i(s) - E_o(s)}{R} \quad \dots\dots\dots (1) \quad E_o(s) = \frac{1}{Cs} I(s) \quad \dots\dots\dots (1)$$

Persamaan 1 menunjukkan operasi penjumlahan dan diagram bloknya.

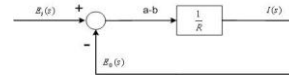


Diagram blok persamaan 2.

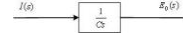
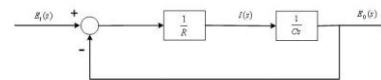


Diagram blok lengkap persamaan sistem



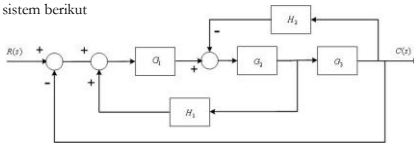
REDUKSI DIAGRAM BLOK

Suatu blok lengkap yang meliputi beberapa loop umpan balik dapat disederhanakan dengan menyusun kembali menggunakan **aturan aljabar diagram blok** (lihat tabel*).

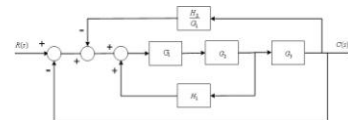
Dalam menyederhanakan suatu diagram blok, harus diingat :

1. Hasil fungsi alih dalam arah umpan maju harus tetap sama.
2. Hasil fungsi alih sekitar loop harus tetap sama.

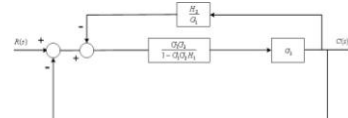
Tinjau sistem berikut



Geser umpan balik H_2 menjadi

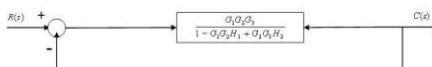


Ubah umpan balik H_1 menjadi



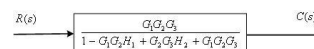
Ubah umpan balik $\frac{H_2}{G_1}$

$$1 + \left(\frac{G_1 G_2}{1 - G_1 G_2 H_1} \right) \cdot G_3 \cdot \frac{H_2}{G_1} = \frac{\frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1}}{1 - \frac{G_1 G_2 H_1}{1 - G_1 G_2 H_1} + \frac{G_2 G_3 H_2}{1 - G_1 G_2 H_1}} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2}$$



Dapat disederhanakan menjadi

$$1 + \left(\frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2} \right) \cdot 1 = \frac{\frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2}}{1 - \frac{G_1 G_2 H_1}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2} + \frac{G_2 G_3 H_2}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2}} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3}$$



Grafik Aliran Sinyal

Grafik aliran sinyal adalah suatu diagram yang menggambarkan seperangkat persamaan diferensial linier simultan. Untuk menggunakan metode grafik aliran sinyal pada sistem kontrol, pertama kali kita harus mentransformasi persamaan diferensial menjadi persamaan aljabar dalam s. Grafik aliran sinyal ini dikembangkan oleh **S. J. Mason**.

Definisi-definisi. Sebelumnya kita harus mendefinisikan istilah tertentu :

Simpul adalah suatu titik yang menyatakan suatu variabel atau sinyal.

Transmitansi adalah penguatan antara dua buah simpul.

Cabang adalah segmen garis berarah yang menghubungkan dua simpul. Penguatan suatu cabang adalah transmitansi.

Simpul masukan atau sumber adalah simpul yang hanya mempunyai cabang berarah ke luar. Simpul ini melambangkan variabel bebas.

Simpul keluaran atau sink adalah simpul yang hanya mempunyai cabang berarah masuk. Simpul ini melambangkan variabel yang bergantung.

Simpul Campur adalah simpul yang mempunyai cabang berarah masuk maupun ke luar.

Lintasan adalah jalan yang dilewati oleh cabang-cabang yang berhubungan, pada arah yang ditunjukkan oleh anak panah cabang.

Loop adalah lintasan tertutup

Penguatan loop adalah hasil kali transmitansi-transmitansi cabang pada loop tersebut.

Loop-loop tidak bersentuhan jika tidak mempunyai simpul bersama.

Lintasan maju adalah lintasan dari simpul masukan (sumber) ke simpul keluaran (sink) yang melewati setiap simpul hanya sekali.

Penguatan lintasan maju adalah hasil kali transmitansi-transmitansi cabang lintasan maju.

Untuk menentukan hubungan masukan-keluaran, kita dapat menggunakan rumus Mason. Untuk menyelesaikannya, kita gunakan aturan berikut :

1. Nilai suatu simpul dengan satu cabang masuk adalah

$$X_1 \xrightarrow{a} X_2 \quad X_2 = a X_1$$

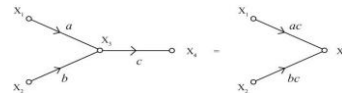
2. Cabang kaskade dapat digabung menjadi satu cabang dengan pengali transmitansi

$$X_1 \xrightarrow{a} X_2 \xrightarrow{b} X_3 = X_1 \xrightarrow{ab} X_3$$

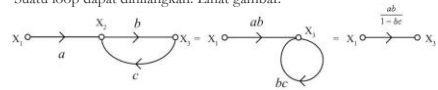
3. Cabang paralel dapat digabung dengan menambah transmitansi

$$X_1 \begin{matrix} \xrightarrow{a} \\ \xrightarrow{b} \end{matrix} X_2 = X_1 \xrightarrow{a+b} X_2$$

4. Simpul campuran dapat dihilangkan. Lihat gambar.



5. Suatu loop dapat dihilangkan. Lihat gambar.



$$X_3 = bX_2; \quad X_2 = aX_1 + cX_3, \quad \text{maka} \quad X_3 = abX_1 + bcX_3 \Rightarrow X_3 = \frac{ab}{1-bc} X_1$$

Contoh grafik aliran sinyal sistem kontrol

