



**JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
INSTITUT TEKNOLOGI PADANG**

Mata Kuliah : **Teknik Kendali**

Dosen : Drs. Al, M.T

Aswir Premadi, M.Sc

Tugas : 8

1. Tinjau sistem dan buat sketsa diagram tempat kedudukan akar dan kemudian tentukan harga K sedemikian sehingga rasio redaman dari sepasang pole lingkaran tertutup konjugasi kompleks yang berpengaruh adalah 0.5

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \quad \text{dan} \quad H(s) = 1$$

2. Tentukan tempat kedudukan akar pada sumbu nyata.

3. Tentukan asimtot tempat kedudukan akar.

Jawaba Tugas 8

1. Untuk sistem yang dinyatakan oleh persamaan

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \text{ dan } H(s) = 1$$

dimana syarat sudut menjadi

$$\angle \frac{K}{s(s+1)(s+2)} = -\angle s - \angle s+1 - \angle s+2 = \pm 180^\circ (2k+1)$$

Syarat besar

$$|G(s)H(s)| = \left| \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \right| = 1$$

Adapun prosedur dalam membuat sketsa diagram tempat kedudukan akar adalah

2. Tempat kedudukan akar pada sumbu nyata. Langkah pertama dalam menggambar diagram tempat kedudukan akar adalah meletakkan polepole lingkaran terbuka $s = 0$ $s = 1$ $s = 2$ pada bidang kompleks. Letak polepole lingkaran terbuka ditunjukkan dengan tanda silang sedangkan letak-letak zero lingkaran terbuka akan ditunjukkan dengan tanda lingkaran kecil. Perhatikan bahwa titik awal tempat kedudukan akar adalah polepole lingkaran terbuka. Banyaknya cabang tempat kedudukan akar untuk sistem ini adalah tiga yaitu sama dengan banyaknya pole lingkaran terbuka. Untuk menentukan tempat kedudukan akar pada sumbu nyata, dipilih suatu titik uji s . Jika titik uji ini terletak pada sumbu nyata positif maka

$$\angle s = \angle s+1 = \angle s+2 = 0^\circ$$

Sehingga syarat sudut terpenuhi oleh karena itu bagian sumbu nyata negatif antara 0 dan $1 -$ merupakan bagian tempat kedudukan akar. Jika suatu titik uji dipilih antara $1 -$ dan $2 -$ maka

$$\angle s = \angle s+1 = 180^\circ$$

$$\angle s+2 = 0^\circ$$

Pada persamaan terlihat bahwa syarat sudut tidak terpenuhi. Oleh karena itu sumbu nyata negatif dari $1 -$ sampai $2 -$ bukan merupakan bagian dari tempat kedudukan akar. Dengan cara yang sama, jika suatu titik uji diletakkan pada sumbu nyata negatif dari $2 -$ sampai $-\infty$ maka syarat sudut terpenuhi. Jadi tempat kedudukan akar pada sumbu nyata negatif antara 0 dan $1 -$ serta $2 -$ sampai $-\infty$

3. Asimtot tempat kedudukan akar. Asimtot tempat kedudukan akar jika s mendekati tak terhingga dapat ditentukan sebagai berikut : Jika suatu titik uji s dipilih sangat jauh dari titik asal maka

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{K}{s(s+1)(s+2)} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{K}{s^3}$$

Sehingga syarat sudut menjadi

$$-3\angle s = \angle s + 1 = \pm 180^\circ (2k+1) \text{ dengan } (k = 0, 1, 2, \dots)$$

atau

atau

$$\text{Sudut asimtot : } \frac{\pm 180^\circ (2k+1)}{3}$$

Karena sudut tersebut berulang jika k diubah maka sudut sudut asimtot yang berbeda ditentukan sebagai 60° , $60^\circ -$ dan $0 180^\circ$. Jadi ada tiga asimtot dimana asimtot yang mempunyai sudut $0 180^\circ$ adalah sumbu nyata negatif. Selain itu sebelum menggambar asimtot asimtot ini pada bidang kompleks harus ditentukan titik potong asimtot tersebut pada sumbu nyata dimana persamaan karakteristik sistem adalah

$$\frac{K}{s(s+1)(s+2)} = -1$$

$$s^3 + 3s^2 + 2s = -K$$

Jika s dianggap besar maka persamaan karakteristik dapat didekati dengan persamaan

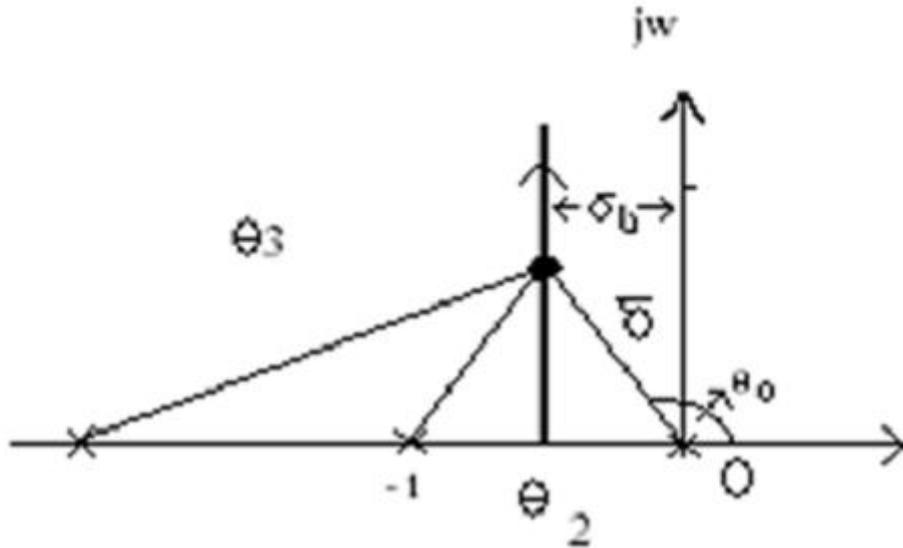
$$(s+1)^3 = 0$$

Absis dari perpotongan asimtot dan sumbu nyata dapat diperoleh dengan menyatakan $s = \sigma_a$ diperoleh

$$\sigma_a = -1$$

Titik asal dari asimtot adalah $(-1, 0)$. Asimtot – asimtot tersebut hampir merupakan bagian dari tempat kedudukan akar di daerah yang sangat jauh dari titik asal.

Tentukan titik “breakaway”. Untuk menggambar tempat kedudukan akar dengan teliti harus dicari titik “breakaway” dimana cabang tempat kedudukan akar yang berasal dari polepole di 0 dan 1 menjauhi sumbu nyata dan bergerak di dalam bidang kompleks. Titik “breakaway” berkaitan dengan suatu titik pada bidang s yang mempunyai akar persamaan karakteristik rangkap. Titik “breakaway” $(-1, 0)$ dapat diperoleh sebagai berikut : tinjau suatu titik uji yang terletak di dekat sumbu nyata negatif antara 0 dan 1 seperti yang ditunjukkan pada Gambar



Jika jarak vertikal dari titik uji yang diukur dari sumbu nyata negatif dinyatakan dengan δ maka sudut-sudut θ_1 , θ_2 dan θ_3 dari besaran s , $s+1$ dan $s+2$ dapat ditulis

$$\theta_1 = 180^\circ - \tan^{-1} \left(\frac{\delta}{\sigma_b} \right)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{\delta}{-\sigma_b - (-1)} \right)$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(\frac{\delta}{-\sigma_b - (-2)} \right)$$

Syarat sudut

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 180^\circ$$

Menjadi

$$-\left(\frac{\delta}{\sigma_b} \right) + \left(\frac{\delta}{-\sigma_b + 1} \right) + \left(\frac{\delta}{-\sigma_b + 2} \right) = 0^\circ$$

atau

$$\left(\frac{1}{\sigma_b} \right) + \left(\frac{1}{\sigma_b - 1} \right) + \left(\frac{1}{\sigma_b - 2} \right) = 0^\circ$$