

## BAB 14

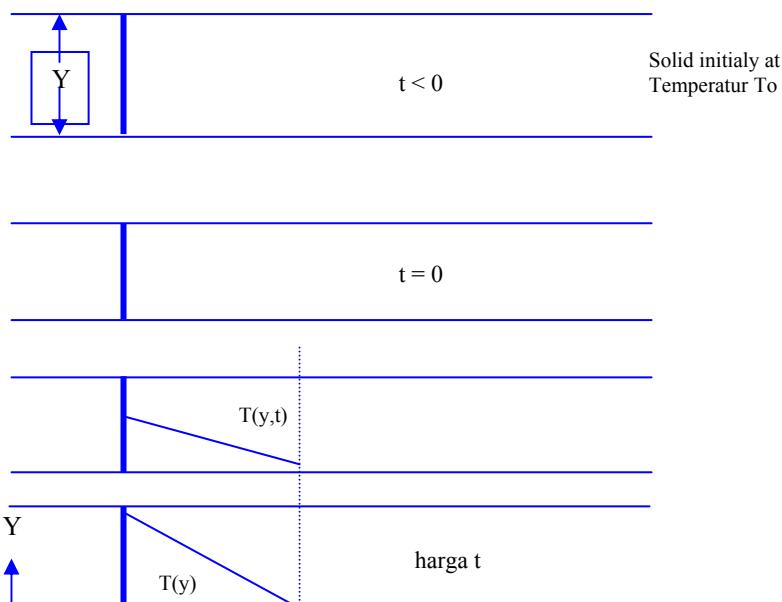
### KONDUKTIVITAS TERMAL (K)

### DAN MEKANISME PERPINDAHAN ENERGI

Konduktivitas termal (K) : Sifat suatu zat yang mengalami perpindahan panas k tinggi  $\rightarrow$  perpindahan panas tinggi  
 Mekanisme perpindahan panas konveksi dan radiasi tidak dibahas

#### 14.1. Hukum Konduksi Panas

Sebuah lempengan padat dengan luas A antara 2 plate parallel dengan jarak Y



$t < 0 \rightarrow$  temperatur  $T_0$

$t = 0 \rightarrow$  lempengan bawah dipanaskan tiba-tiba  
 temperatur  $T_1$

$t$  kecil  $\rightarrow$  temperatur  $T(y,t)$

$t$  besar  $\rightarrow$  temperatur  $T(y)$

Ketika keadaan steady dicapai, kecepatan aliran panas  $Q$  diperlukan untuk menjaga perbedaan temperatur  $\Delta T = T_1 - T_0$  adalah:

$$Q / A = k (\Delta T / Y)$$

Persamaan ini juga berlaku untuk cairan dan gas  
 Aliran panas per satuan luas berbanding lurus dengan penurunan  
 temperatur dalam jarak Y

$$Q/A = q_y = \text{fluks panas arah } - y$$

$$q_y = -k (\partial T / \partial y)$$

Untuk temperatur yang berbeda untuk ketiga arah maka:

$$q_x = -k (\partial T / \partial x) \quad q_y = -k (\partial T / \partial y) \quad q_z = -k (\partial T / \partial z)$$

### **Difusivitas Thermal ( $\alpha$ )**

$$\alpha = (k/pC_p)$$

#### **Satuan Cgs**

$$q_y = \text{cal cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} \quad (\text{Btu ft}^{-2} \text{ hr}^{-1})$$

$$T = {}^\circ\text{K} \quad (\text{}^\circ\text{R})$$

$$y = \text{cm} \quad (\text{ft})$$

$$k = \text{cal cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} ({}^\circ\text{K})^{-1} \quad (\text{Btu ft}^{-1} ({}^\circ\text{R})^{-1})$$

$$\alpha = \text{cm}^2 \text{ sec}^{-1} \quad \text{ft}^2 \text{ hr}^{-1}$$

$C_p$  = kapasitas panas pada tekanan tetap

$H_k$  Fourier kadang-kadang ditulis dalam :

$$q_y = -J_C K (\partial T / \partial y)$$

dimana :

$$J_C = \text{erg cal}^{-1}$$

$$q_y = \text{erg cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$$

$$q_y / J_C$$

Contoh :

Sebuah panel plastik dengan  $A = 1 \text{ ft}^2$  dengan ketebalan  $Y = 0.25 \text{ in}$  mempunyai panas konduksi pada kecepatan 3.0 watts dengan temperatur  $T_0 = 24 {}^\circ\text{C}$  dan  $T_1 = 26 {}^\circ\text{C}$  pada kedua permukaan. Berpakah konduktivitas termal plastik ( $\text{cal cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} ({}^\circ\text{K})^{-1}$  pada  $T = 25 {}^\circ\text{C}$ ) ?

Jawab :

$$\begin{aligned} A &= 144 \text{ in}^2 \times (2.54 \text{ cm/in})^2 & = 929 \text{ cm}^2 \\ Y &= 0.252 \times 2.54 & = 0.640 \text{ cm} \\ Q &= 3.0 \text{ watts} = 3 \text{ joule/sec} \\ &= 3 \text{ joule/sec} \times 0.23901 \text{ cal/joule} = 0.717 \text{ cal/sec} \end{aligned}$$

$$\Delta T = 26 - 24 = 2 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$k = (Q \times Y) / (A \times \Delta T) = (0.717 \times 0.640) / (929 \times 2) = 2.47 \times 10^{-4} \text{ cal sec}^{-1} (\text{ } ^\circ\text{K})^{-1}$$

Jika  $\Delta T$  kecil, kita bisa asumsikan temperatur rata-rata  $(T_1 + T_0)/2$  dalam hal ini  $25 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Kalau  $\Delta T$  besar, maka  $k$  bervariasi terhadap temperatur

#### Gas [Low Densitas](#)

Konduktivitas thermal  $\uparrow$  jika temperatur  $\uparrow$

#### Liquid

Konduktivitas  $\downarrow$  jika temperatur  $\uparrow$

Untuk liquid polar kurang bisa dipercaya, seperti air.

#### Nilai $k_c$

Nilai  $k_c$  dari eksperimen jarang ada, beberapa ada pada table B.1 (Bird)

$k$  dapat di cari menggunakan

- $k$  diperoleh dengan  $k_c$  (grafik 8.2-1, Bird)
- $k^{\#}$  diperoleh dengan  $k_o$  (grafik 8.2-2, Bird)  
 $k_o$  = konduktivitas thermal pada tekanan 1 atm

## 14.2. Konduktivitas Thermal Gas dan Cairan bergantung pada temperatur

Konduktivitas thermal berubah terhadap  $p$  dan  $T$  untuk fluida murni (sama seperti viskositas)

Konduktivitas thermal gas mendekati suatu limit dari  $T$  pada tekanan rendah. umumnya kondisi ini pada tekanan 1 atmosfir.

Contoh:

Estimasi konduktivitas thermal etana pada 153 °F dan 191.9 atm dari nilai  $k^o = 0.0159 \text{ Btu hr}^{-1}$  pada temperatur yang sama.

Jawab:

- a. Menggunakan Gambar 8.2-2, Bird

menggunakan gambar 8.2-2, Bird diperoleh  $K^{\#} = 4.7$

$$k = k^{\#} \times k^o = 4.7 \times 0.0159 = 0.075 \text{ Btu hr}^{-1} \text{ ft}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{F}^{-1}$$

Hasil Observasi  $k = 0.0453 \text{ Btu hr}^{-1} \text{ ft}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{F}^{-1}$

- b. Menggunakan Gambar 8.2-1, Bird

pada kondisi 1 atm diketahui  $k = k^o = 0.0159$

$$T_c = 305.4 \text{ }^{\circ}\text{k} = 90 \text{ }^{\circ}\text{F} = 550 \text{ }^{\circ}\text{R}$$

$$T = 153 \text{ }^{\circ}\text{F} = 613 \text{ }^{\circ}\text{R}$$

$$T_r = T/T_c = 613/550 = 1.115$$

$$p_c = 48.2 \text{ atm}$$

$$p = 1 \text{ atm}$$

$$p_r = 0.021$$

Dari grafik diperoleh  $k_r = k/k_c = 0.36$

$$k_c = k/k_r = 0.0159/0.36 = 0.0442 \text{ Btu hr}^{-1} \text{ ft}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{F}^{-1}$$

Pada kondisi yang diprediksi :

$$p_r = 191.9/48.2 = 3.98$$

$$T_r = 1.115$$

$$k_r = 2.07$$

$$k = k_r k_c = 2.07 \times 0.0442 = 0.0914 \text{ Btu hr}^{-1} \text{ ft}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{F}^{-1}$$

cara ini kurang akurat dibandingkan dengan menggunakan gambar 8.2-2, Bird.

Karena gambar 8.2-1 pada dasarnya untuk gas monoatomic

### 14.3. Teori Konduktivitas Thermal Gas pada Densitas Rendah

Untuk monoatomic banyak diteliti, sementara untuk polyatomic masih jarang penelitiannya.

Molekul diasumsikan dalam bentuk spherical kaku, dengan kondisi gradient temperatur, tekanan dan kecepatan kecil:

$$\overline{\mu} = \sqrt{(8KT / \pi m)} = \text{kecepatan rata-rata}$$

$$Z = \frac{1}{4} (\overline{\eta v}) = \text{jumlah tumbukan ke dinding per satuan luas}$$

$$\lambda = 1 / \left( \sqrt{2\pi d^2 n} \right) = \text{jarak bebas rata-rata}$$

$$a = 2/3 x \lambda = \text{jarak ke bidang tumbukan terakhir}$$

dimana :

K = Konstanta Boltzmann

n = jumlah molekul per satuan volume

Energi gerak (kinetik) rata-rata tiap molekul:

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = 3/2 KT$$

Kapasitas panas pada volume konstan

$$C_v = N d \left( \frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) / dT = \frac{3}{2} R \quad (\text{untuk gas monoatomic, temperatur sampai ribuan})$$

Fluks panas  $q_y$  yang melintasi bidang y adalah energi kinetik molekul yang melintasi bidang tiap waktu ke arah positif mengurangi energi kinetik yang melintasi bidang arah negatif.

$$q_y = Z \frac{1}{2} m \overline{v^2} |_{y-a} - Z \frac{1}{2} m \overline{v^2} |_{y+a}$$

$$T|_{y-a} = T|_y - \frac{2}{3} \lambda (dT/dy)$$

$$T|_{y+a} = T|_y + 2/3 \lambda (dT/dy)$$

Dengan menggabungkan ketiga persamaan diatas diperoleh :]

$$q_y = - \frac{1}{2} n K \bar{v} \lambda (dT/dy)$$

Maka konduktivitas thermal menjadi :

$$k = \frac{1}{2} n K \bar{v} \lambda = 1/3 \rho C_v \bar{v} \lambda (\text{monatomic})$$

dimana :  $\rho = nm$  (densitas massa)

Jika  $\bar{v}$  dan  $\lambda$  dimasukkan ke persamaan 8.3-1, Bird diperoleh

$$k = 1/d^2 x \left( \sqrt{K^3 T / \pi^3 m} \right) (\text{monoatomic})$$

Untuk gas yang berbentuk bola kaku.

Terlihat bahwa  $k$  tidak tergantung pada tekanan.

### Teori Chapman-Enskog

$$k = 1.9891 \times 10^{-4} \sqrt{(T/M)} / (\sigma^2 \Omega_k) \text{ (monoatomic)}$$

dimana:

$$k = \text{cal cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} {}^0K^{-1}$$

$$\sigma = {}^0A$$

$$\Omega_k = \Omega_\mu = \text{Tabel B (Bird)}$$

Harga  $k$  dapat juga dicari dengan menggunakan persamaan :

$$k = (15/4)x(R/M)xv = (5/2)Cv\bar{v} \text{ (monoatomic)}$$

$$k = \{C_p + (5/4)R/M\}xv \text{ (poliatomic, metoda Eucken)}$$

dimana:

$$\hat{C}_p = \tilde{C}_p / M$$

untuk monoatomic

$$\hat{C}_p = 5/2(R/M)$$

### Estimasi Prandtl Number (Pr)

$$\text{Pr} = \left( \hat{C}_p x v \right) / k = \tilde{C}_p / \left( \tilde{C}_p + 1.25R \right) \text{ (poliatomic)}$$

### 14.4. Konduktivitas Thermal Campuran Gas (Low Density)

$$k_{mix} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i k_i}{\sum_j x_j \Phi_{ij}}$$

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left( 1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-1/2} \left[ 1 + \left( \frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left( \frac{M_j}{M_i} \right)^{1/4} \right]^2$$

$\mu$  : bisa diperoleh dengan persamaan

$$k = \left( \hat{C}_p + \frac{5}{4} \frac{R}{M} \right) \mu \text{ ini digunakan jika data } \mu \text{ tidak ada}$$

**Contoh:**

Hitunglah Konduktivitas thermal neon pada 1 atm & 373.2°K

Jawab:

Dari Tabel B-1, Bird :  $\sigma = 2.789 \text{ A}$   $\epsilon/k = 35.7^\circ\text{K}$

$$M = 20.183$$

$$kT/\epsilon = 373.2 / 35.7 = 10.45 \rightarrow \Omega_k = \Omega_\mu = 0.821 \text{ (Tabel B-2) ,}$$

Bird

$$\zeta = 1.9891 \times \frac{\sqrt{T/M}}{\sigma^2 \Omega_k} \cdot 10^{-4}$$

$$\begin{aligned} &= 1.9891 \times 10^{-4} \frac{\sqrt{373.2/20.183}}{(2789)^2 (0.821)} \\ &= 1.338 \times 10^{-4} \text{ cal cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} \text{ }^0\text{K}^{-1} \end{aligned}$$

**Contoh :**

Gas Poliatomic

Estimasilah Konduktivitas Oksigen pada 300°K dan tekanan rendah

Jawab :

$$M = 32$$

$$\tilde{C}_p = 7.019 \text{ cal g-mole } ^\circ\text{K}^{-1}$$

$$\sigma = 3.433^\circ\text{A}$$

$$\epsilon/k = 113^\circ\text{K} \rightarrow kT/\epsilon = 300/113 = 2.655$$

$$\rightarrow \Omega_\mu = 1.074$$

Viskositas :

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{MT}}{\sigma^2 \Omega_\mu}$$

$$\begin{aligned} \mu &= 2.6693 \times \frac{\sqrt{32.300}}{(3.433)^2 (1.074)} \cdot 10^{-5} \\ &= 2.065 \times 10^{-4} \text{ gr cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} \end{aligned}$$

$$k = \left( \tilde{C}_p + \frac{5}{4} R \right) \frac{\mu}{M}$$

$$= \left( 7.019 + \frac{5}{4} \times 1.987 \right) \frac{2.065 \times 10^{-4}}{32}$$

---


$$= 6.14 \times 10^{-5} \text{ cal cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} \text{ }^0\text{K}^{-1}$$

#### **14.5. Konduktivitas Thermal Cairan**

$$K = \frac{1}{3} \rho \hat{C}_V \bar{v} \lambda = \rho \hat{c}_V |\bar{vY}| a$$

atau :

$$k = 3 \left( \frac{\bar{N}}{\bar{J}} \right)^{\frac{2}{3}} k g_s$$

dimana :

$u_s$  = kecepatan sonic untuk cairan

$$\tilde{V} / \tilde{N} = \text{volume / molekul}$$

Dari data eksperimen :

$$k = 2.8 \left( \frac{\tilde{N}}{\tilde{V}} \right)^{\frac{2}{3}} k v_s$$

$$v_s = \sqrt{\frac{C_p}{C_v} \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) T}$$

untuk liquid :  $C_p / C_v = 1$  (kecuali pada kondisi kritis)

Contoh :

Hitunglah Konduktivitas Thermal Cairan  $\text{CCl}_4$  pada  $20^\circ\text{C}$  & 1 atm :

$$\rho = 1.595 \text{ gr/cm}^3$$
$$\rho^{-1} (\partial \rho / \partial p)_T = 90.7 \times 10^{-6} \text{ atm}^{-1}$$

Jawab :

$$\left[ \frac{\partial \rho}{\partial p} \right]_T = \frac{1}{\rho [\rho^{-1} (\partial \rho / \partial p)_T]} = \frac{1}{(1.595)(90.7 \times 10^{-6})}$$
$$= 6.91 \times 10^3 \text{ atm cm}^3 \text{ gr}^{-1} = 7.00 \times 10^9 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}$$
$$\eta_s = \sqrt{(1.0)(7 \times 10^9)} = 8.37 \times 10^4 \text{ cm sec}^{-1}$$
$$\tilde{\eta} = M / \rho = 153.84 / 1.595 = 96.5 \text{ cm}^3 \text{ g mol}^{-1}$$
$$k = 2.80 \left( \frac{\tilde{N}}{\tilde{V}} \right)^{\frac{2}{3}} k v_s$$
$$= 2.80 \left( \frac{6.032 \times 10^{23}}{0.965 \times 10^2} \right) \left( 1.3805 \times 10^{-16} \right) \left( 8.37 \times 10^4 \right)$$
$$= 1.10 \times 10^4 \text{ cm}^{-2} \left( \text{erg}^0 \text{k}^{-1} \right) \left( \text{cm sec}^{-1} \right)$$
$$= 2.62 \times 10^{-4} \text{ cal sec}^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ k}^{-1}$$

Soal :

Hitunglah Konduktivitas Thermal Argon pada  $100^\circ\text{C}$  dan 1 atm menggunakan Teori Chapman-Enskog dan Konstanta Lennard-Jones dari data viskositas.

Diketahui :

$$R = 1.987 \text{ cal g mol}^{-1} \text{ }^\circ\text{K}^{-1}$$

	$\mu \times 10^7 \text{ gr cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}$	$\check{C}_p \text{ cal gr-mol}^{-1} \text{ }^\circ\text{K}^{-1}$
$\text{NO`}$	1929	7.15
$\text{CH}_4$	1116	8.55

**jawab :**

a. Argon, dari tabel B-1, Bird :

$$M = 39.944 \quad \sigma = 3.418^{\circ}A \quad \varepsilon/k = 124^{\circ}K \quad T = 100^{\circ}C$$

$$KT/\varepsilon = 373.16 / 124 = 3.009 \rightarrow \Omega_k = 1.038$$

$$\begin{aligned} k &= 1.9891 \times 10^{-4} \sqrt{\frac{T/M}{\sigma^2 \Omega_k}} \quad (\text{monoatomic}) \\ &= 1.9891 \times 10^{-4} \frac{\sqrt{373/39.944}}{(3.418)^2 (1.038)} \\ k &= 5.02 \times 10^{-5} \text{ cal sec}^{-1} \text{ cm}^{-1} K^{-1} \end{aligned}$$

b. Untuk NO. → Formula Eucken

$$\begin{aligned} k &= \left( \bar{C}_p + \frac{5}{4} \right) \frac{\mu}{M} \quad (\text{poliatomic}) \\ &= \left( 7.15 + \frac{5}{4} \cdot 1.987 \right) 1929.10^{-7} / 30.01 \\ &= 619 \times 10^{-7} \text{ cal sec}^{-1} \text{ cm}^{-1} K^{-1} \end{aligned}$$

c. CH<sub>4</sub>

$$\begin{aligned} k &= \left( 8.55 + \frac{5}{4} \times 1.987 \right) 1116 / 16.04 \\ &= 768 \times 10^{-7} \text{ cal sec}^{-1} \text{ cm}^{-1} K^{-1} \end{aligned}$$

**Soal :**

- Estimasi Prandtl Number ,  $Pr = \hat{C}_p \mu/k$  pada 1 atm dan 300K untuk masing-masing gas, gunakan data kapasitas panas dengan metoda Eucken
- Hitung Prandtl Number untuk masing-masing gas langsung nilai  $\hat{C}_p$ ,  $\mu$ ,  $k$

Data Gas  $\hat{C}_p(\text{cal gmol}^{-1}K^{-1})$     $\mu \times 10^7 \text{ g cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}$     $k \times 10^7 \text{ cal cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} K^{-1}$

H <sub>e</sub>	4.960	1987	3540
Ar	4.968	2270	421
H <sub>2</sub>	6.895	986	4250
Udara	6.973	1851	602
CO <sub>2</sub>	8.894	1495	383
H <sub>2</sub> O	8.026	959	426

Jawab :

a. Dari persamaan Eucken :

$$H_e : \Pr = \frac{\tilde{C}_p}{\tilde{C}_p = 1.25R} = \frac{4.968}{4.968 + (1.25 \times 1.987)} = 0.667$$

$$Ar : \frac{4.968}{4.968 + 1.25 \times 1.987} = 0.667$$

$$H_2 : \frac{6.895}{6.895 + 1.25 \times 1.987} = 0.735$$

$$Udara : \frac{6.973}{6.973 + 1.25 \times 1.987} = 0.737$$

$$CO_2 : \frac{8.894}{8.894 + 1.25 \times 1.987} = 0.782$$

$$H_2O : \frac{8.026}{8.026 + 1.25 \times 1.987} = 0.764$$

$$Cata tan : \hat{C}_p = \frac{\tilde{C}_p}{M}$$

$$b. \Pr = \frac{\tilde{C}_p \mu}{k} = \frac{4.968 \times 1987 \cdot 10^{-7}}{4.003 \times 3540 \cdot 10^{-7}} = 0.697$$

$$Ar = \frac{4.968 \times 2270 \cdot 10^{-7}}{39.94 \times 421 \cdot 10^{-7}} = 0.671$$