

BAB 10 PUSAT MASA

Bab ini akan meninjau kasus yang lebih umum, dengan sistem ataupun benda yang terdiri dari banyak partikel (titik partikel) maupun benda yang terdiri dari partikel-partikel yang dianggap tersebar secara kontinu pada benda.

10.1. Pusat Massa

Posisi pusat massa sebuah sistem banyak partikel didefinisikan sebagai berikut

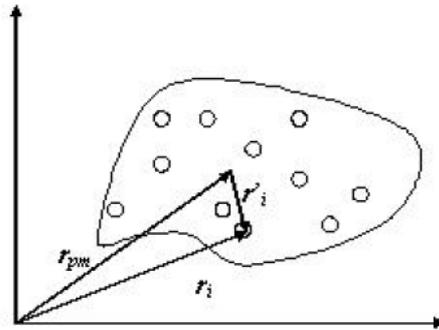
$$\vec{r}_{pm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M} \quad (10.1)$$

dengan \vec{r}_i adalah posisi partikel ke- i di dalam sistem, dan

$$M = \sum_i m_i \quad (10.2)$$

Lihat gambar di atas. Dengan mengganti $\vec{r}_i = \vec{r}_{pm} + \vec{r}_i$

diamana \vec{r}_i adalah



posisi partikel ke- i relatif terhadap pusat massa, maka pers. (10.1) menjadi

$$r_{pm} = \frac{\sum_i m_i (\vec{r}_{pm} + \vec{r}_i)}{M} = r_{pm} + \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M} \quad (10.3)$$

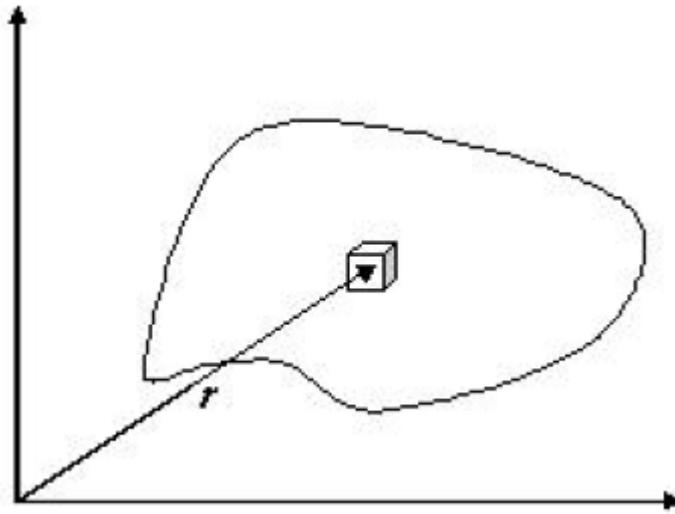
Sehingga dapat disimpulkan bahwa :

$$\sum_i m_i r_i = 0 \quad (10.4)$$

Bila bedanya bersifat kontinyu, maka jumlah di persamaan (10.1) menjadi integral

$$\vec{r}_{pm} = \frac{1}{M} \sum \vec{r} dm \quad (10.5)$$

dengan dm adalah elemen massa pada posisi \vec{r}



10.2 Gerak Pusat Massa

Gerak pusat massa dapat diperoleh melalui definisi pusat massa di pers. (10.1). Kecepatan pusat massa diperoleh dari derivatif pers. (10.1)

$$\vec{V}_{pm} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{M} \quad (10.6)$$

Dari persamaan ini, setelah dikalikan dengan M , diperoleh

$$M \vec{v}_{pm} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i \quad (10.7)$$

Besaran Mv_{pm} yang dapat kita anggap sebagai momentum pusat massa, tidak lain adalah total momentum sistem (jumlahan seluruh momentum partikel dalam sistem).

Besaran Mv_{pm} yang dapat kita anggap sebagai momentum pusat massa, tidak lain adalah total momentum sistem (jumlahan seluruh momentum partikel dalam sistem).

Dengan menderivatifkan pers. (10.7) terhadap waktu, diperoleh

$$M \vec{a}_{pm} = \sum_i \frac{d \vec{p}_i}{dt} = \sum_i \vec{F}_i \quad (10.8)$$

dengan F_i adalah total gaya yang bekerja pada partikel ke- i . Persamaan di atas menunjukkan bahwa gerak pusat massa ditentukan oleh total gaya yang bekerja pada sistem

Gaya yang bekerja pada sistem dapat dikelompokkan menjadi dua jenis, gaya internal yaitu gaya antar partikel di dalam sistem, dan gaya eksternal yaitu gaya yang berasal dari luar sistem. Untuk gaya internal, antara sembarang dua partikel dalam sistem, i dan j misalnya, akan ada gaya pada i oleh j dan sebaliknya (karena aksi-reaksi), tetapi

$$\vec{F}_{ij} + \vec{F}_{ji} = \vec{F}_{ij} - \vec{F}_{ij} = 0$$

Sehingga jumlah total gaya internal pada sistem akan lenyap, dan

$$M \vec{a}_{pm} = \sum_i \vec{F}_{ieks} = \vec{F}_{eks}, \quad (10.9)$$

Jadi gerak pusat massa sistem hanya ditentukan oleh total gaya eksternal yang bekerja pada sistem. Ketika tidak ada gaya eksternal yang bekerja pada suatu sistem, maka

$$\frac{d}{dt} \sum_i \vec{p}_i = 0 \quad (10.10)$$

Atau berarti total momentum seluruh partikel dalam sistem, konstan,

$$\sum_i \vec{p}_i = \text{konstan} \quad (10.11)$$