

ROOT LOCUS ANALYSIS

- Kutub-kutub merupakan akar-akar dari persamaan karakteristik.
- Respons transient dari sistem lup tertutup berhubungan dengan letak lokasi dari kutub-kutub (poles).
- Lokasi dari kutub tergantung dari nilai lup gain yang dipilih.
- Metoda tempat kedudukan akar (root locus method) adalah suatu cara untuk mencari akar-akar persamaan karakteristik.

- Pada metoda tempat kedudukan akar (TKA) , akar-akar persamaan karakteristik digambarkan sebagai fungsi dari gain fungsi alih lup terbuka.

• Aturan Penggambaran TKA

- Aturan 1 : Titik asal TKA
 - Penguatan $K = 0$
 - Terdapat pada pole - pole sistem lup terbuka
- Aturan 2 : TKA di sumbu riil
 - Terdapat pada titik-titik di sumbu yang berjumlah total pole + zero sebelah kanan titik uji adalah ganjil.

- Aturan 3 : Tempat kedudukan akhir TKA
 - Terdapat pada zero sistem lup terbuka
 - Penguatan tak berhingga
- Aturan 4 : Asimptot
 - Garis yang bertemu / berpotongan di titik tak berhingga
 - Pusat asimtot di sumbu riil
 - Jumlah Asimptot : N
 - Total banyaknya pole dikurangi total banyaknya zero
 - Sistem lup terbuka

– Sudut Asimptot

$$\beta = \frac{\pm (k+1) 180^\circ}{N}$$

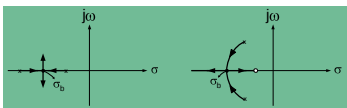
k mulai dari 0, 1, 2, 3, ...
 N jumlah asimptot ($n - m$)

- Aturan 5 : Pusat Asimptot
 - Titik awal asimptot – asimptot
 - Ada N garis asimptot

$$\sigma_c = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n - m}$$

$-p_i$ adalah pole n : jumlah pole
 $-z_i$ adalah zero m : jumlah zero
 m dan n dihitung dari fungsi alih lup terbuka GH.

- Aturan 6 : Mencari titik breakaway
 - Titik percabangan TKA
 - Titik pertemuan 2 cabang TKA

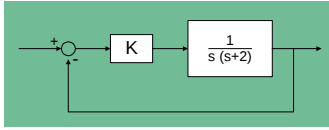


- Aturan 7 :
 - Pole kompleks
Sudut berangkat
 - Zero kompleks
Sudut datang
- Aturan 8 : Titik potong sumbu imajiner
 - Batas kestabilan
 - Harga penguatan maksimum sistem tetap stabil
 - Dicari dengan tabel Routh
 - Persamaan Auxiliary

Contoh :

Fungsi Alih Lup Terbuka

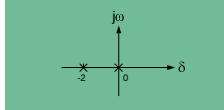
$$GH = \frac{K}{s(s+2)}$$



•Persamaan Karakteristik

$$s(s+2) + K = 0$$

•TKA di sumbu riil



diantara (-2,0) dan (0,0)

▪Asimptot

➢Jumlah asimptot N

➢N = jumlah pole - zero = 2 - 0 = 2

➢Sudut Asimptot

$$\beta = \frac{\pm (k+1) 180^\circ}{N} = \frac{\pm 180^\circ}{2} = \pm 90^\circ$$

➢Pusat Asimptot

$$\sigma_c = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{N} = \frac{-2}{2} = -1$$

Lokasi akar-akar persamaan karakteristik.

$$s^2 + 2s + K = 0$$

$$s_1 = -1 +$$

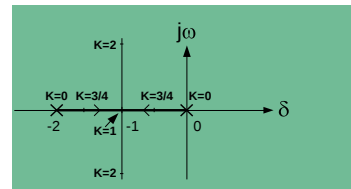
$$s_2 = -1 -$$

K	S1	S2
0	-0 + j0	-2 - j0
0.5	-0.293 + j0	-1.707 - j0
0.75	-0.5 + j0	-1.5 - j0
1.0	-1.0 + j0	-1.0 - j0
2.0	-1.0 + j1.0	-1.0 - j1.0
3.0	-1.0 + j1.414	-1.0 - j1.414

▪Titik breakaway

$$\frac{dK}{ds} = - (s^2 + 2s)$$

$$0 = -2s - 2 \Rightarrow s = -1$$



Contoh :

Gambarkan TKA untuk $K > 0$ yang mempunyai fungsi alih lup terbuka sbb:

$$GH = \frac{K}{(s+1)(s+3-j2)(s+3+j2)}$$

▪Persamaan Karakteristik

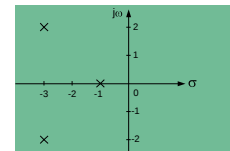
$$(s+1)(s+3-j2)(s+3+j2) + K = 0$$

$$s^3 + 7s^2 + 19s + 13 + K = 0$$

▪Letak pole dan zero di bidang s

▪Zero tidak ada

▪Pole di -1, -3+j2 dan -3-j2



▪Asimptot

➢Jumlah asimptot N

➢N = jumlah pole - zero = 3 - 0 = 3

➢Sudut Asimptot

$$\beta = \frac{\pm (k+1) 180^\circ}{N}$$

$$\beta = \pm 60^\circ, 180^\circ$$

■ Pusat Asimptot

$$\sigma_c = \frac{\sum P_i - \sum Z_i}{N}$$

$$\sigma_c = \frac{3 + j2 - 3 - j2 - 1 - 0}{3 - 0}$$

$$\sigma_c = \frac{-7}{3} = -2,33$$

■ Titik breakaway pada sumbu riil

$$\frac{dK}{ds} = -\frac{d}{ds} (s^2 + 7s^2 + 19s + 13) = 0$$

$$s^2 + 14s + 19 = 0$$

$$s_1 = -2,33 + j0,94$$

$$s_2 = -2,33 - j0,94$$

Tidak ada titik breakaway pada sb. riil

1. Sudut berangkat

$$\theta_{D1} + \theta_1 + \theta_2 = 180^\circ \quad (\text{untuk zero tanda } \theta \text{ negatif})$$

$$\theta_{D1} + 135^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

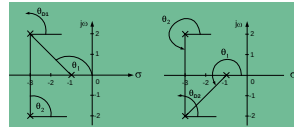
$$\theta_{D1} = -45^\circ$$

$$\theta_{D2} + \theta_1 + \theta_2 = 180^\circ$$

$$\theta_{D2} + 225^\circ + 270^\circ = 180^\circ$$

$$\theta_{D2} = -315^\circ \text{ atau } +45^\circ$$

Jadi sudut berangkat di pole $s = -3 + j2$ dan $s = -3 - j2$ besarnya -45° dan $+45^\circ$



■ Tabel Routh memberikan titik potong dengan sumbu imajiner $j\omega$ dan nilai dari K di titik potong itu.

Persamaan Karakteristik

$$s^3 + 7s^2 + 19s + 13 + K = 0$$

Tabel Routh

s^3	1	19
s^2	7	$13 + K$
s^1	$(120 - K)/7$	0
s^0	$13 + K$	

Titik potong dengan sumbu $j\omega$ dapat diperoleh dengan membuat semua elemen pada baris s^1 sama dengan nol.

$$(120 - K)/7 = 0$$

$$K = 120$$

Tabel Routh

s^3	1	19
s^2	7	133
s^1	0	0
s^0	133	

Persamaan Auxialiary (bantu) diambil diatas baris yang semua elemennya nol.

$$7s^2 + 133 = 0$$

$$s = \pm j.4,36 \Rightarrow \text{titik potong dengan sumbu imajiner.}$$