III

PEMODELAN MATEMATIS SISTEM FISIK

Deskripsi : Bab ini memberikan gambaran tentang pemodelan matematis, fungsi alih, diagram blok, grafik aliran sinyal yang berguna dalam pemodelan sistem kendali.
Objektif : Memahami bab ini akan mempermudah pembaca untuk memahami prinsip-prinsip pemodelan matematis sistem fisik dari sistem kendali.

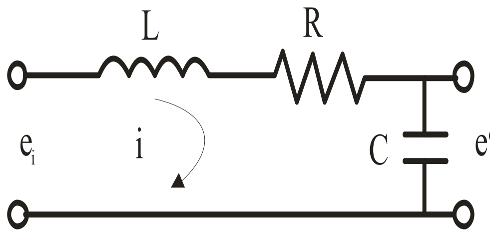
3.1 Pendahuluan

Untuk analisis dan desain sistem kendali, sistem fisis harus dibuat model fisisnya. Model fisis ini harus dapat menggambarkan karakteristik dinamis sistem tersebut secara memadai. Dari model fisis diturunkan model matematis. Model matematis diartikan sebagai hubungan matematik yang menghubungkan keluaran sistem dengan masukannya. Model matematis diperoleh dari hukum-hukum fisis sistem yang bersangkutan seperti dinamika sistem mekanis yang dimodelkan dengan hukum-hukum Newton, dinamika sistem elektrik dimodelkan dengan hukum-hukum Kirchoff, ohm dll. Model matematis digunakan untuk memperkirakan bagaimana sistem akan memberikan tanggapan pada kondisi-kondisi spesifik yang pasti tanpa menguji sistem fisik yang sebenarnya. Suatu sistem yang memiliki model matematis sama tidak selalu menggambarkan model fisis yang sama (misal : analogi sistem mekanis dengan sistem elektrik). Beberapa contoh model matematis untuk sistem tradisional satu input satu output (SISO) diantaranya.

3.2 Model Matematis

3.2.1 Model Matematis Untuk Sistem Listrik

Contoh 3.1 : Tentukan persamaan dinamis untuk rangkaian listrik R-L-C seri berikut ini



Gambar 3.1 Rangkaian Listrik R-L-C seri

Jawab :

Hukum Fisis : Hukum Kirchoff

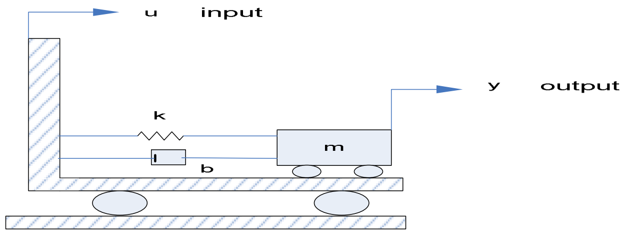
Persamaan dinamis sistem yang diekspresikan dengan menggunakan persamaan linear diferensial

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int idt = e_i \tag{3.1}$$

$$\frac{1}{C}\int idt = e_0 \tag{3.2}$$

3.2.2 Model Matematis Untuk Sistem Mekanis

Contoh 3.2 : Tentukan persamaan dinamis untuk sistem gerak mekanik gerobak



Gambar 3.2 Sistem Mekanis Tipe 1

Dimana

m : Massa (kg) ,

a : Percepatan $\left(m/s^2\right)$,

F : Gaya $\left(N\right)$

Jawab :

Hukum Fisis : Hukum Gerak Newton II

$$ma = \sum F \tag{3.3}$$

dengan beberapa asumsi

- Pada saat $t < 0$ sistem tidak bergerak dan $t = 0$ gerobak digerakan dengan kecepatan konstan
- Input : $u\left(t\right)$ dengan $\frac{du}{dt}$ bersifat konstan
- Output : $y\left(t\right)$ merupakan gerak relatif terhadap tanah

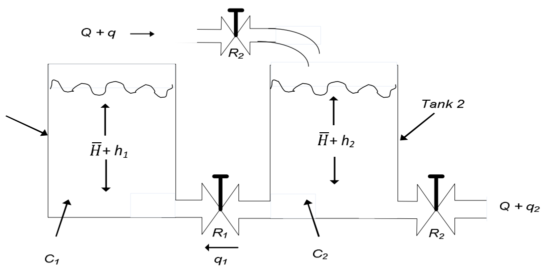
Persamaan dinamis sistem yang diekspresikan dengan menggunakan persamaan linear diferensial

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + b\left(\frac{dy}{dt} - \frac{du}{dt}\right) + k\left(y - u\right) = 0 \tag{3.4}$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt} + ky = b\frac{du}{dt} + ku \tag{3.5}$$

3.2.3 Model Matematis Untuk Sistem Ketinggian Air

Contoh 3.3 : Tentukan persamaan dinamis untuk untuk sistem ketinggian air berikut ini



Gambar 3.3 Sistem Ketinggian Air Tipe I

Jawab :

dengan beberapa asumsi

- Input : $Q(t)$
- Output : $H_2(t)$
- Semua kondisi awal bernilai nol

Persamaan dinamis sistem yang diekspresikan dengan menggunakan persamaan linear diferensial

Untuk tangki 1

$$C_1 dh_1 = q_1 dt \tag{3.6}$$

Dimana

$$q_1 = \frac{h_2 - h_1}{R_1} \tag{3.7}$$

Sehingga

$$R_1 C_1 \frac{dh_1}{dt} + h_1 = h_2 \tag{3.8}$$

Untuk tangki 2

$$C_2 dh_2 = \left(q - q_1 - q_2\right) dt \tag{3.9}$$

Dimana

$$q_1 = \frac{h_2 - h_1}{R_1} \tag{3.10}$$

$$q_2 = \frac{h_2}{R_2} \tag{3.11}$$

Sehingga

$$R_2C_2\frac{dh_2}{dt}+\frac{R_2}{R_1}h_2+h_2=R_2q+\frac{R_2}{R_1}h_1 \qquad (3.12)$$

Dengan mengeliminasi h_1 diperoleh

$$R_1C_1R_2C_2\frac{d^2h_2}{dt^2}+\left(R_1C_1+R_2C_2+R_2C_1\right)\frac{dh_2}{dt}+h_2=R_1R_2C_1\frac{dq}{dt}+R_2q \qquad (3.13)$$

3.3 Fungsi Alih

Dalam teori kendali, fungsi yang disebut fungsi alih seringkali digunakan untuk mencirikan hubungan masukan dan keluaran dari sistem linier parameter konstan. Konsep fungsi alih ini hanya digunakan pada sistem linier parameter konstan. Fungsi alih sistem linier parameter konstan didefinisikan sebagai perbandingan dari transformasi Laplace keluaran dan transformasi Laplace masukan dengan asumsi semua kondisi awal bernilai nol. Sistem linier parameter konstan dinyatakan dengan persamaan linier diferensial berikut

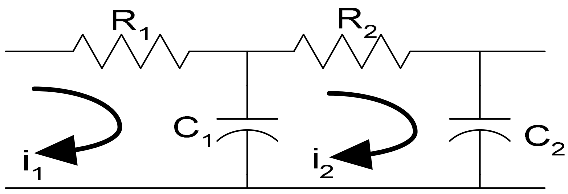
$$a_0\overset{(n)}{y}+a_1\overset{(n-1)}{y}+\ldots+a_{n-1}\dot{y}+a_ny=b_0\overset{(m)}{x}+b_1\overset{(m-1)}{x}+\ldots+b_{m-1}\dot{x}+b_mx \quad (n\geq m) \qquad (3.14)$$

Dimana y adalah keluaran sistem dan x adalah masukan sistem. Fungsi alih dari sistem ini diperoleh dengan mencari transformasi Laplace dari kedua persamaan (3.14) dengan asumsi semua kondisi awal bernilai nol.

Fungsi alih : $G(s)=\dfrac{Y(s)}{X(s)}$

$$G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{b_0s^m+b_1s^{m-1}+\ldots+b_{m-1}s+b_m}{a_0s^n+a_1s^{n-1}+\ldots+a_{n-1}s+a_n} \qquad (3.15)$$

Contoh 3.4 : Tentukan fungsi alih dari rangkaian listrik R-C berikut ini



Gambar 3.4 Rangkaian Listrik R-C Paralel

Jawab :

Persamaan rangkaian

$$\frac{1}{C_1}\int\left(i_2-i_1\right)dt+R_1i_1=e_i \qquad (3.16)$$

$$\frac{1}{C_1}\int\left(i_2-i_1\right)dt+R_2i_2+\frac{1}{C_2}\int i_2dt=0 \qquad (3.17)$$

$$\frac{1}{C_2}\int i_2 dt = e_o \tag{3.18}$$

Bentuk transformasi Laplace (asumsi semua kondisi awal bernilai nol)

$$\frac{1}{C_1 s}\left[I_1(s) - I_2(s)\right] + R_1 I_1(s) = E_i(s) \tag{3.19}$$

$$\frac{1}{C_1 s}\left[I_1(s) - I_2(s)\right] + R_2 I_2(s) + \frac{1}{C_2 s} I_2(s) = 0 \tag{3.20}$$

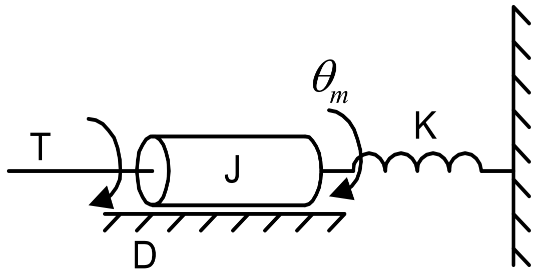
$$\frac{1}{C_2 s} I_2(s) = E_o(s) \tag{3.21}$$

Fungsi alih

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{\left(R_1 C_1 s + 1\right)\left(R_2 C_2 s + 1\right) + R_1 C_2 s} \tag{3.22}$$

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + \left(R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2\right)s + 1} \tag{3.23}$$

Contoh 3.5 : Tentukan fungsi alih dari sistem rotasi mekanis berikut ini



Gambar 3.5 Sistem Rotasi Mekanis

T	:	Momen Putar $\rightarrow$ masukan
θ_m	:	Penyimpangan sudut $\rightarrow$ keluaran
D	:	Gesekan

Jawab :

Berdasarkan hukum Newton dan hukum Hooke, dalam keadaan seimbang

$$T(t) = J\frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} + D\frac{d\theta_m(t)}{dt} + K\theta_m(t) \tag{3.24}$$

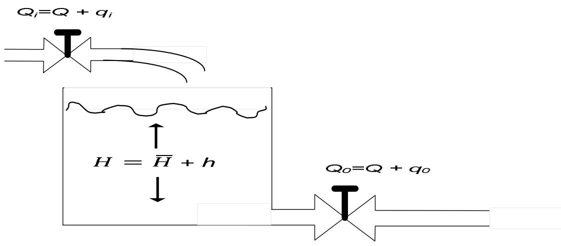
Transformasi Laplace untuk persamaan diferensial (3.24) adalah

$$\begin{aligned} T(s) &= Js^2\theta_m(s) + Ds\theta_m(s) + K\theta_m(s) \\ &= (Js^2 + Ds + K)\theta_m(s) \end{aligned} \tag{3.25}$$

Fungsi alih

$$G(s) = \frac{\theta_m(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js^2 + Ds + K} \tag{3.26}$$

Contoh 3.6 : Tentukan fungsi alih dari sistem ketinggian air berikut ini



Gambar 3.6 Sistem Ketinggian Air Tipe 2

Jawab :

$$\bar{Q} = K\sqrt{\bar{H}} \tag{3.27}$$

Asumsi pada saat $t = 0$ perubahan aliran masuk berubah dari $Q_i = \bar{Q}$ menjadi $Q_i = \bar{Q} + q$. Perubahan aliran masuk ini menyebabkan perubahan ketinggian dari $H = \bar{H}$ menjadi $H = \bar{H} + h$. Hal ini menyebabkan perubahan aliran keluar dari $Q_o = \bar{Q}$ menjadi $Q_i = \bar{Q} + q_o$ sehingga persamaan sistem menjadi

$$C\frac{dH}{dt} = Q_i - Q_o = Q_i - \bar{Q} = K\sqrt{\bar{H}} \tag{3.28}$$

Dimana

C adalah kapasitansi dari tangki yang didefinisikan

$$\frac{dH}{dt} = f(H, Q_i) = \frac{Q_i}{C} - \frac{K\sqrt{\bar{H}}}{C} \tag{3.29}$$

Dalam keadaan mantap berlaku $\frac{dH}{dt} = 0$ serta $f(\bar{H}, \bar{Q}) = 0$ maka

$$\frac{dH}{dt} = f(\bar{H}, \bar{Q}_i) = \frac{df}{dH}(H - \bar{H}) + \frac{df}{dQ_i}(Q_i - \bar{Q}_i) \tag{3.30}$$

Dimana

$$f(\bar{H}, \bar{Q}_i) = 0 \tag{3.31}$$

$$\left.\frac{df}{dH}\right|_{H = \bar{H}, Q_i = \bar{Q}_i} = -\frac{K}{2C\sqrt{\bar{H}}} = -\frac{\bar{Q}}{\sqrt{\bar{H}}}\frac{1}{2C\sqrt{\bar{H}}} = -\frac{\bar{Q}}{2C\bar{H}} = -\frac{1}{RC} \tag{3.32}$$

dimana

$$R = -\frac{2\bar{H}}{\bar{Q}} \tag{3.33}$$

$$\left.\frac{df}{dQ_i}\right|_{H=\bar{H}, Q_i=\bar{Q}_i} = \frac{1}{C} \tag{3.34}$$

Sehingga

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{1}{RC}\left(H - \bar{H}\right) + \frac{1}{C}\left(Q_i - \bar{Q}_i\right) \tag{3.35}$$

Karena $h = \left(H - \bar{H}\right)$ dan $q_i = \left(Q_i - \bar{Q}_i\right)$ maka

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{1}{RC}h + \frac{1}{C}q \tag{3.36}$$

atau

$$RC\frac{dh}{dt} + h = Rq_i \tag{3.37}$$

Dengan asumsi $q_i(t)$ sebagai masukan, $h(t)$ sebagai keluaran dan asumsi semua kondisi awal bernilai nol. Dengan menggunakan transformasi Laplace diperoleh

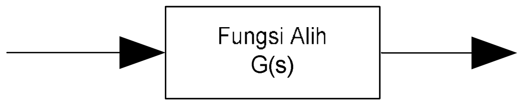
$$RCs\,H(s) + H(s) = RQ_i(s) \tag{3.38}$$

Fungsi alih

$$\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{RCs+1} \tag{3.39}$$

3.4 Diagram Blok

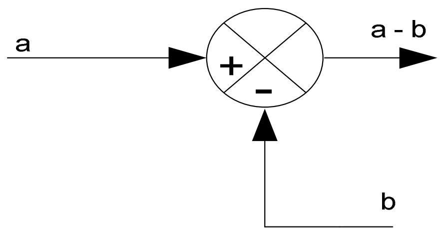
Diagram blok suatu sistem adalah suatu penyajian bergambar dari fungsi yang dilakukan oleh tiap komponen dan aliran sinyalnya. Dalam suatu diagram blok, semua variabel sistem saling dihubungkan dengan menggunakan blok fungsional. Blok fungsional atau biasa disebut blok adalah suatu simbol operasi matematik pada sinyal masukan blok yang menghasilkan keluaran. Fungsi alih dari komponen biasanya ditulis di dalam blo yang dihubungkan dengan anak panah untuk menunjukkan arah aliran sinyal. Gambar 3.11 menunjukkan suatu elemen diagram blok. Anak panah yang menuju ke blok menunjukkan masukan dan anak panah yang meninggalkan blok menyatakan keluaran. Anah panah semacam ini dianggap sebagai sinyal.



Gambar 3.7 Elemen Diagram Blok

Diagram blok mengandung informasi perilaku dinamik tetapi tidak mengandung informasi mengenai konstruksi fisik dari sistem. Oleh karena itu, beberapa sistem yang berbeda dan tidak mempuyai relasi satu sama lain dapat dinyatakan dengan diagram blok yang sama. Selain itu dalam suatu diagram blok sumber energi utamanya tidak ditunjukkan secara eksplisit dan juga bahwa diagram blok suatu sistem adalah tidak unik.

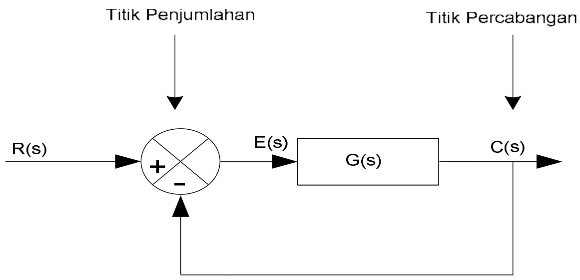
Detektor Kesalahan. Detektor kesalahan menghasilkan suatu sinyal yang merupakan selisih antara sinyal masukan acuan dengan sinyal umpan balik dari sistem kendali. Penyajian diagram blok dari detektor kesalahan ditunjukkan pada Gambar 3.12 berikut



Gambar 3.8 Diagram Blok Suatu Detektor Kesalahan

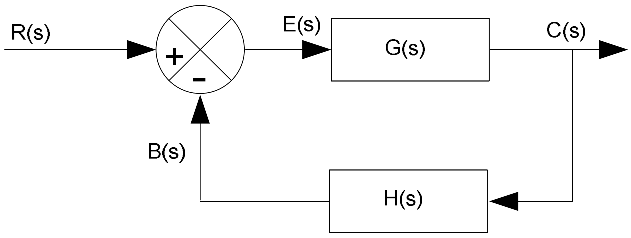
Perhatikan bahwa lingkaran dengan tanda silang adalah simbol yang menunjukkan suatu operasi penjumlahan. Tanda positif atau negatif pada setiap anak panah menunjukkan operasi yang harus dikenakan pada sinyal tersebut, ditambahkan atau dikurangkan. Besaran-besaran yang ditambahkan atau dikurangkan mempuyai dimensi dan satuan yang sama.

Diagram blok sistem lingkar tertutup. Gambar 3.13 menunjukkan suatu contoh digram blok sistem lingkar tertutup. Keluaran $C(s)$ diumpan-balikkan ke titik penjumlahan untuk dibandingkan dengan masukan acuan $R(s)$. Keluaran blok $C(s)$ dalam hal ini diperoleh dengan mengalikan fungsi alih $G(s)$ dengan masukan blok $E(s)$.



Gambar 3.9 Diagram Blok Suatu Sistem Lingkar Tertutup

Setiap sistem kendali linier dapat dinyatakan dengan suatu diagram blok yang terdiri dari beberapa blok, titik penjumlahan dan titik cabang. Titik cabang adalah titik tempat sinyal keluaran blok secara bersamaan menuju ke blok lain. Jika keluaran diumpan-balik ke titik penjumlahan untuk dibandingkan dengan masukan maka perlu mengubah bentuk sinyal keluaran agar sama dengan bentuk sinyal masukan. Peranan penting umpan balik adalah memodifikasi keluaran sebelum dibandingkan dengan masukan. Pada Gambar 3.14 sinyal umpan balik yang diumpan-balikkan ke titik penjumlahan untuk dibandingkan dengan sinyal masukan adalah $B(s) = H(s)C(s)$ diperoleh



Gambar 3.10 Sistem Lingkar Tertutup

Perbandingan antara sinyal umpan-balik $B(s)$ dengan sinyal kesalahan penggerak $E(s)$ disebut fungsi alih lingkar terbuka yang dinyatakan

$$\frac{B(s)}{E(s)} = G(s)H(s) \tag{3.40}$$

Perbandingan antara keluaran $C(s)$ dengan sinyal kesalahan penggerak $E(s)$ disebut fungsi alih umpan maju sehingga

$$\frac{C(s)}{E(s)} = G(s) \tag{3.41}$$

Untuk sistem yang ditunjukkan pada Gambar 3.14, keluaran $C(s)$ dan masukan $R(s)$ dihubungkan sebagai berikut

$$C(s) = G(s)E(s) \tag{3.42}$$

$$E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - H(s)C(s) \tag{3.43}$$

$$C(s) = G(s)\left[R(s) - H(s)C(s)\right] = G(s)R(s) - H(s)C(s)G(s) \tag{3.44}$$

Sehingga

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \tag{3.45}$$

Fungsi alih yang merelasikan $C(s)$ dengan $R(s)$ disebut fungsi alih lingkar tertutup. Fungsi alih ini meghubungkan dinamika sistem lingkar tertutup dengan dinamika elemen umpan maju dan elemen umpan balik. Dari persamaan (3.45) , $C(s)$ diberikan oleh

$$C(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}R(s) \tag{3.46}$$

Dari persamaan (3.63) ini terlihat bahwa keluaran sistem lingkar tertutup bergantung pada fungsi alih lingkar tertutup dan sifat dari masukan.

Prosedur penggambaran diagram blok. Untuk menggambar diagram blok suatu sistem, pertama kali tulis persamaan yang menggambarkan perilaku dinamik tiap komponen, kemudian persamaan ini dirubah ke dalam transformasi Laplace dengan asumsi semua syarat awal bernilai nol dan gambarkan masing-masing persamaan dalam bentuk transformasi Laplace ini dalam suatu blok. Akhirnya, susunan elemen-elemen ini menjadi suatu diagram blok lengkap.

Contoh 3.7 : Rangkaian RC yang ditunjukkan pada Gambar 3.15 Persamaan untuk rangkaian ini adalah

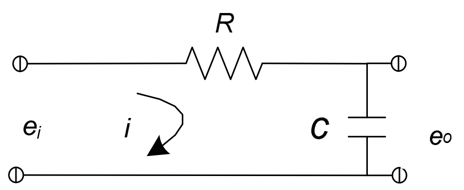
$$i = \frac{e_i - e_o}{R} \tag{3.47}$$

$$e_o = L\frac{di}{dt} \tag{3.48}$$

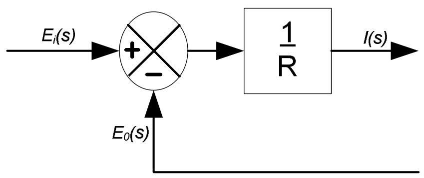
Transformasi Laplace dari persamaan (3.47) dan (3.48) dengan syarat awal nol diperoleh

$$I(s) = \frac{E_i(s) - E_o(s)}{R} \tag{3.49}$$

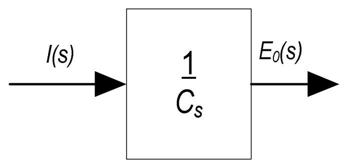
$$E_o(s) = \frac{I(s)}{sC} \tag{3.50}$$



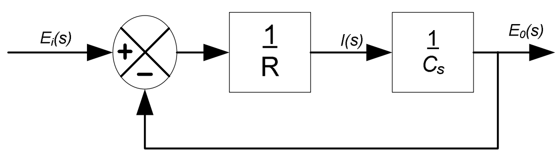
Gambar 3.11 Rangkaian RC



Gambar 3.12 Diagram Blok Dari Persamaan (3.66)



Gambar 3.13 Diagram Blok Dari Persamaan (3.67)



Gambar 3.14 Diagram Blok Rangkaian RC

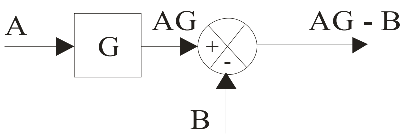
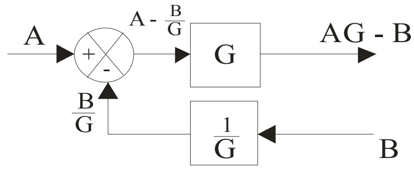
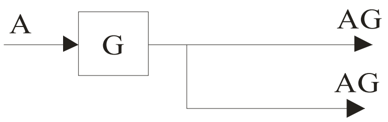
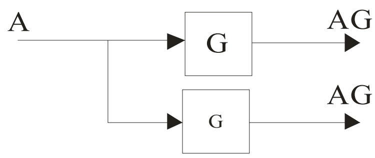
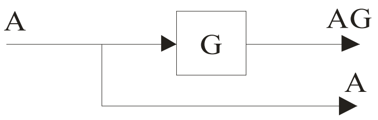
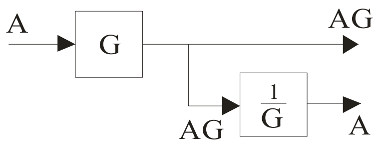
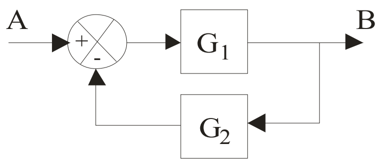
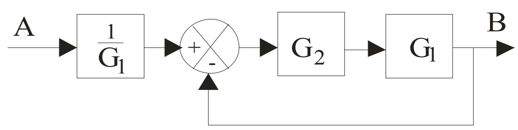
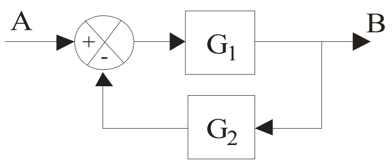
Persamaan (3.49) menyatakan operasi penjumlahan sedangkan diagram bloknya ditunjukkan pada Gambar 3.16. Persamaan (3.50) dapat dinyatakan dengan blok diagram pada Gambar 3.17 dengan mengabungkan dua elemen maka diperoleh diagram blok keseluruhan sistem seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.18

Penyederhanaan diagram blok. Diagram blok kompleks yang melibatkan beberapa lingkar berumpan-balik dapat disederhanakan dengan penyusunan kembali selangkah demi selangkah dengan menggunakan aturan aljabar diagram blok. Penyederhanaan diagram blok dengan cara penyusunan kembali dan substitusi sangat meringankan tugas yang diperlukan untuk analisis matematik berikutnya. Dalam menyederhanakan diagram blok, beberapa hal yang perlu diingat adalah

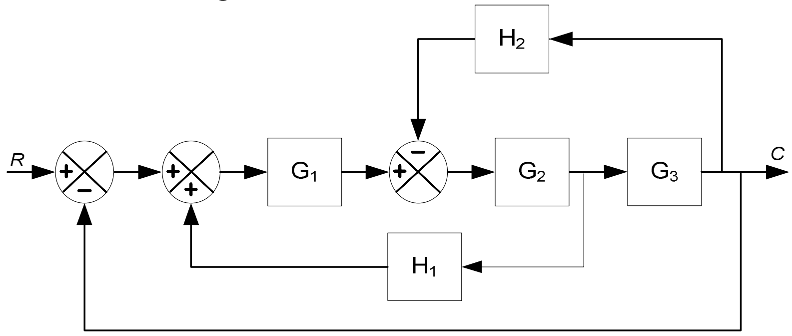
1. Hasil kali fungsi alih pada arah umpan maju harus tetap sama
2. Hasil kali fungsi alih pada pengelilingan lingkar tertutup harus tetap sama

Suatu aturan umum untuk menyederhanakan diagram blok adalah memindahkan titik cabang dan titik penjumlahan, saling menukar titik penjumlahan dan kemudian menyederhanakan lingkar umpan balik di dalamnya. Beberapa aturan penyederhanaan diagram blok diperlihatkan pada Tabel 3.1 berikut

Tabel 3.1 Beberapa Aturan Penyederhanaan Diagram Blok

	Diagram Awal	Diagrams Equivalent
1		
2		
3		
4		
5		

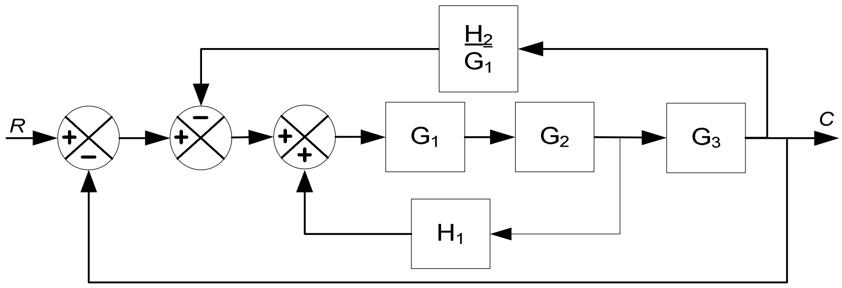
Contoh 3.8 : Sederhanakan diagram blok berikut ini



Gambar 3.15 Diagram Blok Model Sistem I

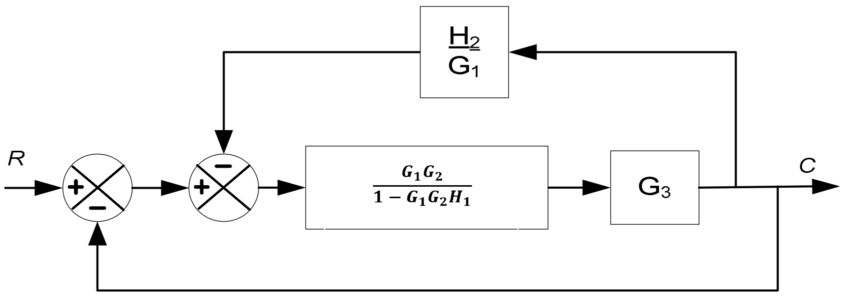
Jawab :

Langkah 1



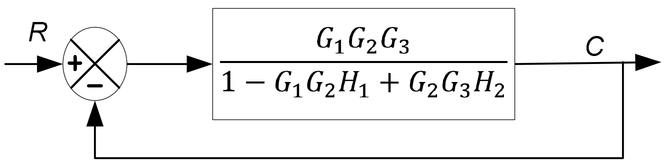
Gambar 3.16 Langkah 1 Penyederhanaan Diagram Blok Model Sistem I

Langkah 2



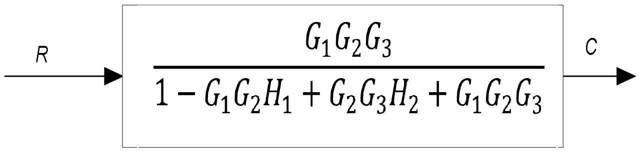
Gambar 3.17 Langkah 2 Penyederhanaan Diagram Blok Model Sistem I

Langkah 3



Gambar 3.18 Langkah 3 Penyederhanaan Diagram Blok Model Sistem I

Langkah 4



Gambar 3.19 Langkah 4 Penyederhanaan Diagram Blok Model Sistem I

Didapatkan fungsi alih berikut

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2G_3}{1-G_1G_2H_1+G_2G_3H_2+G_1G_2G_3} \tag{3.51}$$

3.5 Grafik Aliran Sinyal

Grafik aliran sinyal adalah suatu diagram yang menggambarkan seperangkat persamaan linear diferensial simultan. Untuk menggunakan metoda grafik aliran sinyal pada sistem kendali terlebih dahulu harus mentransformasi persamaan diferensial menjadi persamaan aljabar dalam s. Grafik aliran sinyal terdiri dari suatu jaringan cabang-cabang berarah yang menghubungkan simpul-simpul. Tiap simpul menyatakan suatu variabel sistem dan tiap cabang yang menghubungkan dua buah simpul berfungsi sebagai pengali sinyal. Grafik aliran sinyal menggambarkan aliran sinyal dari suatu titik pada sistem ke titik yang lain serta memberikan hubungan antara sinyal-sinyal tersebut. Grafik aliran sinyal pada dasarnya mengandung informasi yang sama seperti halnya diagram blok. Keunggulan penggunaan grafik aliran sinyal dalam menggambarkan suatu sistem kendali adalah adanya rumus penguatan yang disebut rumus penguatan mason yang memberikan hubungan antar variabel sistem tanpa memerlukan penyederhaan grafik.

Definisi-definisi. Beberapa istilah yang perlu didefinisikan dalam grafik aliran sinyal

Simpul. Simpul adalah suatu titik yang menyatakan suatu variabel atau sinyal
Transmitansi. Transmitansi adalah penguatan antara dua buah simpul
Cabang. Cabang adalah segmen garis berarah yang menghubungkan dua buah simpul
Simpul Masukan. Simpul masukan adalah simpul yang hanya mempuyai cabang mempuyai cabang berarah keluar. Simpul ini melambangkan variabel bebas
Simpul Keluaran. Simpul keluaran adalah simpul yang hanya mempuyai cabang berarah masuk. Simpul ini melambangkan variabel yang bergantungan.
Simpul Campur. Simpul campur adalah simpul yang mempuyai baik cabang berarah masuk maupun keluar
Lintasan. Lintasan adalah jalan yang dilewati oleh cabang-cabang yang berhubungan pada arah yang ditunjukkan oleh anak panah cabang
Lingkar. Lingkar adalan lintasan tertutup
Penguatan Lingkar. Penguatan lingkar adalah hasil kali transmitansi-transmitansi cabang pada lingkar tersebut
Lingkar – lingkar tidak bersentuhan. Lingkar - Lingkar disebut tidak bersentuhan jika tidak mempuyai simpul bersama
Lintasan Maju. Lintasan maju adalah lintasan dari simpul masukan ke simpul keluaran yang melewati setiap simpul hanya sekali.

Penguatan Lintasan Maju. Penguatan lintasan maju adalah hasil kali transmitansi-transmitansi cabang lintasan maju

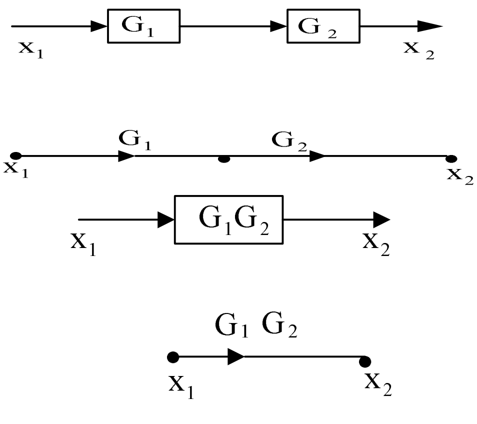
Sifat-sifat grafik aliran sinyal. Beberapa sifat penting grafik aliran sinyal adalah sebagai berikut :

1. Cabang menunjukkan ketergantungan fungsional suatu sinyal terhadap yang lain. Sinyal hanya lewat pada arah yang ditentukan oleh anak panah cabang
2. Simpul menjumlah sinyal dari semua cabang masuk dan mentransmisi hasil penjumlahan ini ke seluruh cabang ke luar.
3. Simpul campur, yang mempuyai baik cabang masuk maupun cabang keluar, dapat dianggap sebagai simpul keluaran dengan menambah satu cabang ke luar yang mempuyai transmitansi satu.
4. Untuk setiap sistem, grafik aliran sinyalnya adalah tidak unik. Beberapa grafik aliran yang berbeda dapat digambarkan untuk suatu sistem dengan menuliskan persamaan-persamaan sistem dengan cara yang berlainan

Aljabar grafik aliran sinyal. Grafik aliran sinyal suatu sistem linier dapat digambarkan dengan menggunakan definisi-definisi yang sudah diberikan sebelumnya. Dalam mengerjakannya, biasanya simpul masukan di sebelah kiri dan simpul keluaran di sebelah kanan. Variabel bebas dan bergantungan dari persamaan, masing-masing menjadi simpul masukan dan simpul keluaran. Transmitansi cabang dapat diperoleh dari koefesien-koefesien persamaan.

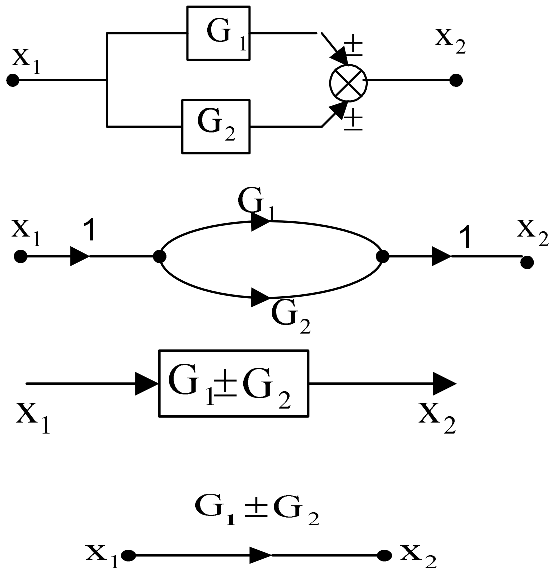
Penyederhanaan Diagram Blok dan Grafik Aliran Sinyal. Seringkali dijumpai diagram blok maupun grafik aliran sinyal dari suatu sistem masih terlalu rumit untuk dianalisis secara langsung. Untuk memudahkan analisis, diagram blok maupun grafik aliran sinyal harus disederhanakan lebih dahulu. Contoh-contoh dari penyederhanaan dapat dilihat berikut

1. Rangkaian seri



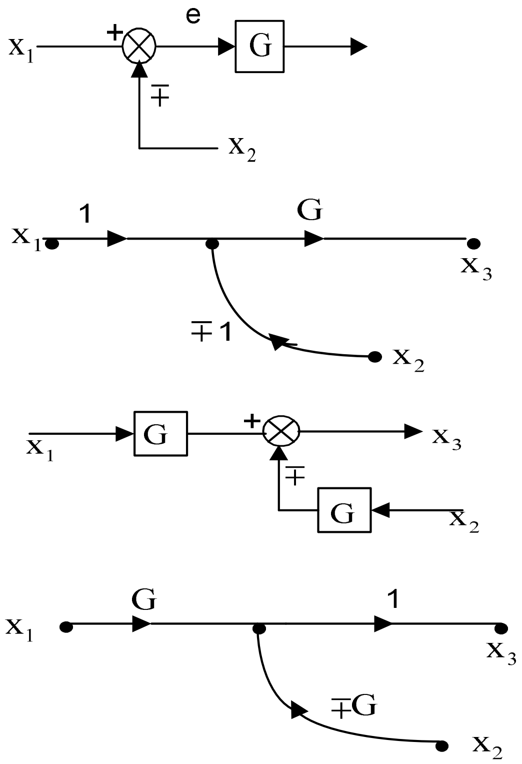
Gambar 3.20 Diagram Blok Terhubung Seri

2. Rangkaian paralel



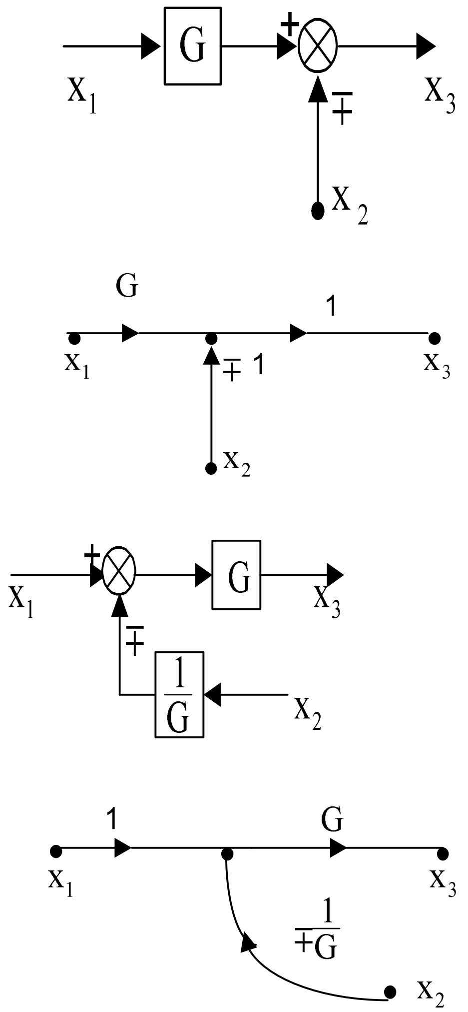
Gambar 3.21 Diagram Blok Terhubung Paralel

3. Pergeseran *summing point* di belakang blok



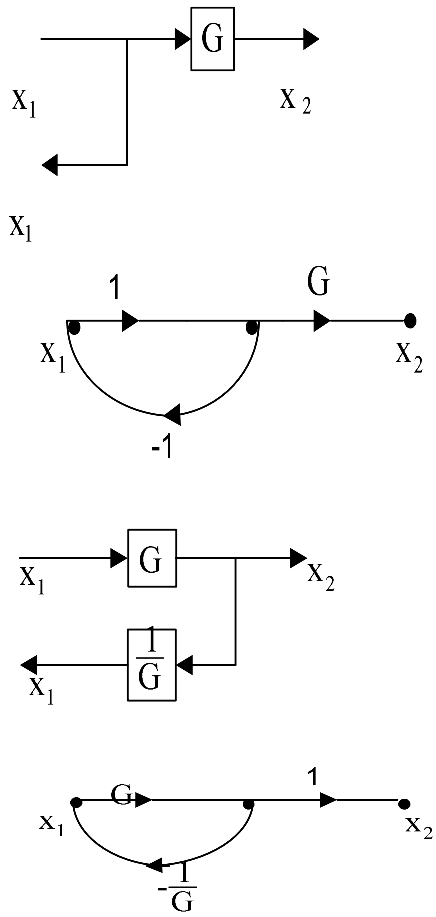
Gambar 3.22 Diagram Blok Pergeseran *Summing Point*
Di Belakang Blok

4. Pergeseran *summing point* di muka blok.



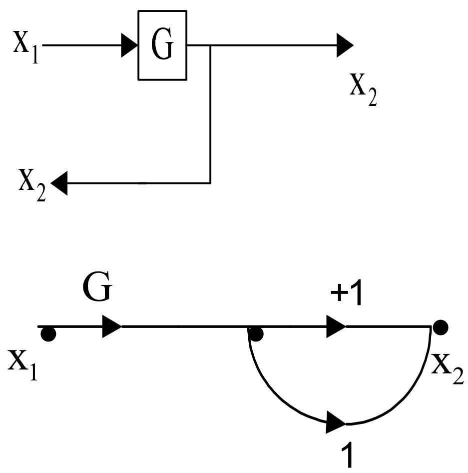
Gambar 3.23 Diagram Blok Pergeseran *Summing Point* Di Muka Blok

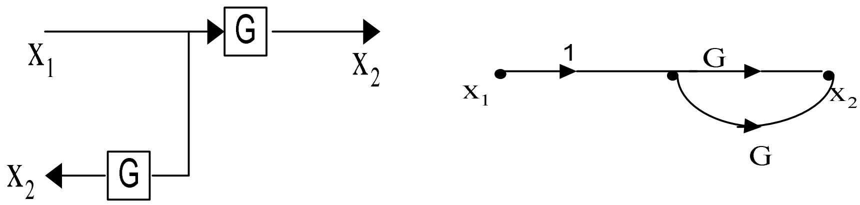
5. Pergeseran *pick-off point* di belakang blok



Gambar 3.24 Diagram Blok Pergeseran *Pick-Off Point* Di Belakang Blok

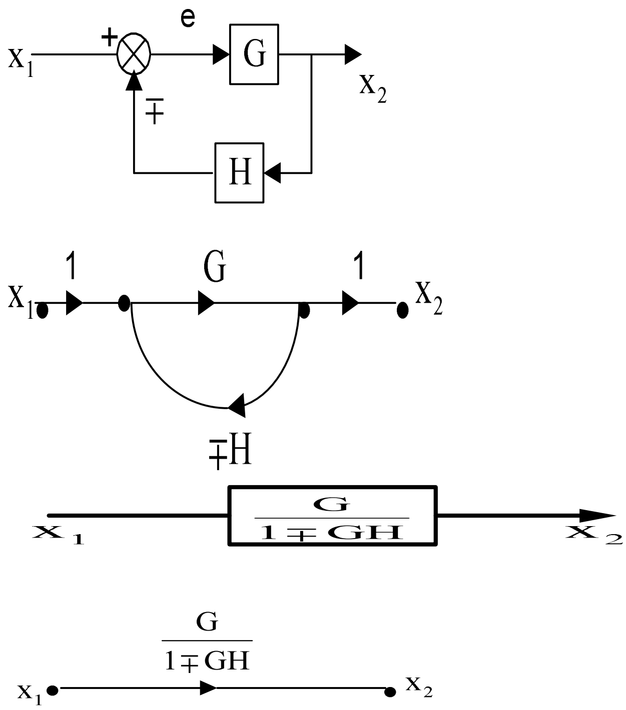
6. Pergeseran *pick-off point* di muka blok





Gambar 3.25 Diagram Blok Pergeseran *Pick-Off Point*
Di Muka Blok

7. Rangkaian umpan balik



Gambar 3.26 Diagram Blok Rangkaian Umpan Balik

Rumus penguatan Mason untuk grafik aliran sinyal. Untuk menghitung penguatan sistem lingkat tertutup secara keseluruhan dari sebuah grafik aliran sinyal dipakai dalil Mason, sebagai berikut

$$T = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} T_n \times \Delta_n}{\Delta} \tag{3.52}$$

dengan

T_n : Fungsi alih dari arah maju ke-n dimana n = 1, 2, 3,

Δ : Determinan dari grafik aliran sinyal, ditentukan sebagai berikut

$$\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \sum L_4 - \ldots \tag{3.53}$$

L_1 : *Transmittance* dari sebuah lintasan tertutup

$\sum L_1$: Jumlah *transmittance* dari sebuah lintasan tertutup .

L_2 : Perkalian *transmittance* dari dua lintasan tertutup yang tidak saling menyinggung ($\rightarrow$ tidak mempunyai titik persekutuan).

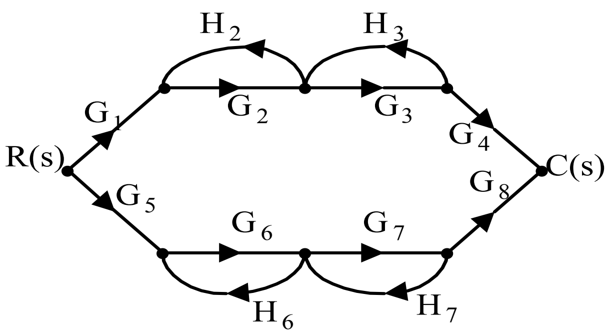
$\sum L_2$: Jumlah semua perkalian *transmittance* dari dua lintasan tertutup yang tidak saling menyinggung.

L_3 : Perkalian *transmittance* dari tiga lintasan tertutup yang tidak saling menyinggung dan seterusnya.

Δ_n : Kofaktor dari T_n (Determinan dari grafik aliran sinyal yang tertinggal setelah arah maju (*forward path*) yang menghasilkan T_n dihilangkan, termasuk lintasan tertutup yang menyinggungnya.

Contoh 3.9 :

Tentukan fungsi alih $\frac{C(s)}{R(s)}$ untuk gambar berikut



Gambar 3.27 Grafik Aliran Sinyal Untuk Sistem Model I

Jawab :

$$T_1 = G_1G_2G_3G_4 \tag{3.54}$$

$$T_2 = G_5G_6G_7G_8 \tag{3.55}$$

$$L_1 = G_2H_2 \tag{3.56}$$

$$L_1 = G_3H_3 \tag{3.57}$$

$$L_1 = G_6H_6 \tag{3.58}$$

$$L_1 = G_7H_7 \tag{3.59}$$

$$\sum L_1 = G_2H_2 + G_3H_3 + G_6H_6 + G_7H_7 \tag{3.60}$$

$$L_2 = G_2H_2G_6H_6 \tag{3.61}$$

$$L_2 = G_2H_2G_7H_7 \tag{3.62}$$

$$L_2 = G_3H_3G_6H_6 \tag{3.63}$$

$$L_2 = G_3H_3G_7H_7 \tag{3.64}$$

$$\sum L_2 = G_2G_6H_2H_6 + G_2G_7H_2H_7 + G_3G_6H_3H_6 + G_3G_7H_3H_7 \tag{3.65}$$

$$L_3 = 0 \tag{3.66}$$

$$\sum L_3 = 0 \tag{3.67}$$

$$\Delta_1 = 1 - (G_6H_6 + G_7H_7) \tag{3.68}$$

$$\Delta_2 = 1 - (G_2H_2 + G_3H_3) \tag{3.69}$$

$$\Delta = 1-(G_2H_2+G_3H_3+G_6H_6+G_7H_7)+(G_2G_6H_2H_6+G_2G_7H_2H_7+G_3G_6H_3H_6+G_3G_7H_3H_7) \tag{3.70}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = T(s) = \frac{T_1\Delta_1 + T_2\Delta_2}{\Delta} \tag{3.71}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2G_3G_4(1-G_6H_6-G_7H_7)+G_5G_5G_7G_8(1-G_2H_2-G_3H_3)}{1-G_2H_2-G_3H_3-G_6H_6-G_7H_7+G_2G_6H_2H_6+G_2G_7H_2H_7+G_3G_6H_3H_6+G_3G_7H_3H_7} \tag{3.72}$$

3.6 Rangkuman

Deskripsi matematik dari karakteristik dinamik suatu sistem disebut model matematik. Langkah pertama dalam analisis sistem dinamik adalah menurunkan modelnya. Model dapat disajikan dalam beberapa bentuk yang berbeda, bergantung pada sistem dan lingkungan yang ditinjau.

Fungsi alih adalah suatu ekspresi yang merelasikan keluaran dan masukan suatu sistem linier parameter konstan dalam bentuk parameter sistem dan merupakan sifat dari sistem itu sendiri, tidak bergantung pada fungsi masukan atau penggerak. Fungsi alih mencakup satuan-satuan yang diperlukan untuk merelasikan masukan dengan keluaran meskipun demikian fungsi alih tidak memberikan informasi mengenai struktur fisik dari sistem.

Diagram blok suatu sistem adalah suatu penyajian bergambar dari fungsi yang dilakukan oleh tiap komponen dan aliran sinyalnya. Diagram semacam ini melukiskan hubungan timbal balik yang ada antara berbagai komponen. Berbeda dengan penyajian matematis yang bersifat abstrak belaka, diagram blok mempuyai keunggulan dalam menunjukkan aliran sinyal yang lebih nyata pada sistem yang sebenarnya.

Grafik aliran sinyal adalah suatu diagram yang menggambarkan seperangkat persamaan diferensial linier simultan. Penerapan grafik aliran sinyal biasanya pada penggambaran diagram sistem. Rumus penguatan Mason dapat digunakan untuk menentukan hubungan antara suatu masukan dan suatu keluaran. Rumus penguatan Mason sangat berguna terutama dalam menyederhanakan diagram sistem yang besar dan kompleks dalam satu langkah tanpa memerlukan penyederhanaan selangkah demi selangkah.