BAB 13
MOMEN INERSIA

13.1. Pendahuluan

Pada pembahasan mengenai Torsi, gurumuda sudah menjelaskan pengaruh torsi terhadap gerakan benda yang berotasi. semakin besar torsi, semakin besar pengaruhnya terhadap gerakan benda yang berotasi. dalam hal ini, semakin besar torsi, semakin besar perubahan kecepatan sudut yang dialami benda. Perubahan kecepatan sudut = percepatan sudut. Jadi kita bisa mengatakan bahwa torsi sebanding alias berbanding lurus dengan percepatan sudut benda. Perlu diketahui bahwa benda yang berotasi juga memiliki massa.

Dalam gerak lurus, massa berpengaruh terhadap gerakan benda. Massa bisa diartikan sebagai kemampuan suatu benda untuk mempertahankan kecepatan geraknya. Apabila benda sudah bergerak lurus dengan kecepatan tertentu, benda sulit dihentikan jika massa benda itu besar. Sebuah truk gandeng yang sedang bergerak lebih sulit dihentikan dibandingkan dengan sebuah taxi. Sebaliknya jika benda sedang diam (kecepatan = 0), benda tersebut juga sulit digerakan jika massanya besar. Misalnya jika kita menendang bola tenis meja dan bola sepak dengan gaya yang sama, maka tentu saja bola sepak akan bergerak lebih lambat.

Dalam gerak rotasi, "massa" benda tegar dikenal dengan julukan Momen Inersia alias MI. *Momen Inersia dalam Gerak Rotasi tuh mirip dengan massa dalam gerak lurus.* Kalau massa dalam gerak lurus menyatakan ukuran kemampuan benda untuk mempertahankan kecepatan linear (kecepatan linear = kecepatan gerak benda pada lintasan lurus), maka Momen Inersia dalam gerak rotasi menyatakan ukuran kemampuan benda untuk mempertahankan kecepatan sudut (kecepatan sudut = kecepatan gerak benda ketika melakukan gerak rotasi. Disebut sudut karena dalam gerak rotasi, benda bergerak mengitari sudut). Makin besar Momen inersia suatu benda, semakin

sulit membuat benda itu berputar alias berotasi. sebaliknya, benda yang berputar juga sulit dihentikan jika momen inersianya besar.

13.2. Momen Inersia Partikel

Sebelum membahas momen inersia benda tegar, terlebih dahulu di pelajari Momen inersia partikel. dalam hal ini jangan membayangkan partikel sebagai sebuah benda yang berukuran sangat kecil. Sebenarnya tidak ada batas ukuran yang ditetapkan untuk kata partikel. Jadi penggunaan istilah partikel hanya untuk mempermudah pembahasan mengenai gerakan, di mana posisi suatu benda digambarkan seperti posisi suatu titik. Konsep partikel ini yang kita gunakan dalam membahas gerak benda pada Topik Kinematika (Gerak Lurus, Gerak Parabola, Gerak Melingkar) dan Dinamika (Hukum Newton). Jadi benda-benda dianggap seperti partikel.

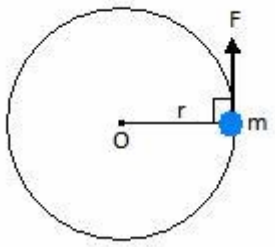
Konsep partikel itu berbeda dengan konsep benda tegar. Dalam gerak lurus dan gerak parabola, misalnya, kita menganggap benda sebagai partikel, karena ketika bergerak, setiap bagian benda itu memiliki kecepatan (maksudnya kecepatan linear) yang sama. Ketika sebuah mobil bergerak, misalnya, bagian depan dan bagian belakang mobil mempunyai kecepatan yang sama. Jadi kita bisa mengganggap mobil seperti partikel alias titik.

Ketika sebuah benda melakukan gerak rotasi, kecepatan linear setiap bagian benda berbeda-beda. Bagian benda yang ada di dekat sumbu rotasi bergerak lebih pelan (kecepatan linearnya kecil), sedangkan bagian benda yang ada di tepi bergerak lebih cepat (kecepatan linear lebih besar). Jadi , kita tidak bisa menganggap benda sebagai partikel karena kecepatan linear setiap bagian benda berbeda-beda ketika ia berotasi. kecepatan sudut semua bagian benda itu sama. Mengenai hal ini sudah dijelaskan dalam Kinematika Rotasi.

Jadi pada kesempatan ini, terlebih dahulu di tinjau Momen Inersia sebuah partikel yang melakukan gerak rotasi. Hal ini dimaksudkan untuk membantu kita memahami konsep momen inersia.

Setelah membahas Momen Inersia Partikel, maka akan berkenalan dengan momen inersia benda tegar. btw, benda tegar itu memiliki bentuk dan ukuran yang beraneka ragam. Jadi untuk membantu kita memahami momen Inersia benda-benda yang memiliki bentuk dan ukuran yang berbeda-beda itu, terlebih dahulu kita pahami Momen Inersia partikel. Bagaimanapun, setiap benda itu bisa dianggap terdiri dari partikel-partikel.

Sekarang mari tinjau sebuah partikel yang melakukan gerak rotasi. Dapat menggunakan gambar saja



Gambar 13.1 Sebuah partikel yang memerlukan gerak rotasi

Misalnya sebuah partikel bermassa m diberikan gaya F sehingga ia melakukan gerak rotasi terhadap sumbu O. Partikel itu berjarak r dari sumbu rotasi. mula-mula partikel itu diam (kecepatan = 0). Setelah diberikan gaya F, partikel itu bergerak dengan kecepatan linear tertentu. Mula-mula partikel diam, lalu bergerak (mengalami perubahan kecepatan linear) setelah diberikan gaya. Dalam hal ini benda mengalami percepatan tangensial. Percepatan tagensial = percepatan linear partikel ketika berotasi.

Kita bisa menyatakan hubungan antara gaya (F), massa (m) dan percepatan tangensial (a_t), dengan persamaan Hukum II Newton :

$$F = ma_{\tan} \qquad (13.1)$$

Karena partikel itu melakukan gerak rotasi, maka ia pasti mempunyai percepatan sudut. Hubungan antara percepatan tangensial dengan percepatan sudut dinyatakan dengan persamaan :

$$a_{\tan} = r.\alpha \qquad (13.2)$$

Sekarang kita masukan a tangensial ke dalam persamaan di atas :

$$F = ma_{\tan} \rightarrow a_{\tan} = r\alpha$$

$$F = mr\alpha \qquad (13.3)$$

di kalikan ruas kiri dan ruas kanan dengan r :

$$rF = r(mr\alpha)$$

$$rF = mr^2\alpha \qquad (13.4)$$

Perhatikan ruas kiri. rF = Torsi, untuk gaya yang arahnya tegak lurus sumbu (bandingan dengan gambar di atas). Persamaan ini bisa ditulis menjadi :

$$\tau = \left(mr^2\right)\alpha \qquad (13.5)$$

mr^2 adalah momen inersia partikel bermassa m, yang berotasi sejauh r dari sumbu rotasi. persamaan ini juga menyatakan hubungan antara torsi, momen inersia dan percepatan sudut partikel yang melakukan gerak rotasi. Istilah kerennya, ini adalah persamaan Hukum II Newton untuk partikel yang berotasi.

Jadi Momen Inersia partikel merupakan hasil kali antara massa partikel itu (m) dengan kuadrat *jarak tegak lurus* dari sumbu rotasi ke partikel (r^2). Untuk mudahnya, bandingkan dengan gambar di atas.

Secara matematis, momen inersia partikel dirumuskan sebagai berikut :

$$I = mr^2 \qquad (13.6)$$

Keterangan : I = momen inersia
m = massa partikel
r = jarak partikel dari sumbu rotasi

13.3. Momen Inersia Benda Tegar

Secara umum, Momen Inersia setiap benda tegar bisa dinyatakan sebagai berikut :

$$I = \sum mr^2 \qquad (13.7)$$

$$I = mr_1^2 + mr_2^2 + mr_3^2 + ...mr_n^2$$

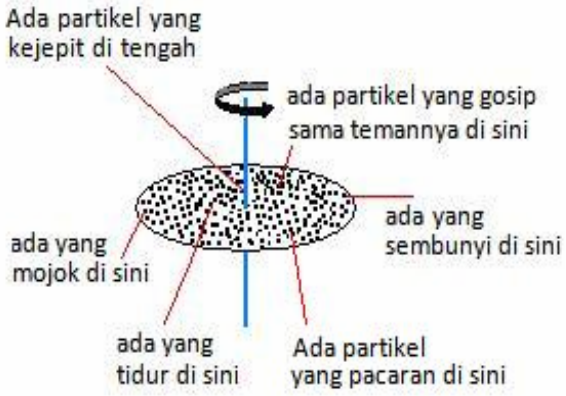
$\sum$ = jumlah

Benda tegar bisa kita anggap tersusun dari banyak partikel yang tersebar di seluruh bagian benda itu. Setiap partikel-partikel itu punya massa dan tentu saja memiliki jarak r dari sumbu rotasi. jadi momen inersia dari setiap benda merupakan jumlah total momen inersia setiap partikel yang menyusun benda itu.

Ini cuma persamaan umum saja. Bagaimanapun untuk menentukan Momen Inersia suatu benda tegar, kita perlu meninjau benda tegar itu ketika ia berotasi. Walaupun bentuk dan ukuran dua benda sama, tetapi jika kedua benda itu berotasi pada sumbu alias poros yang berbeda, maka Momen Inersia-nya juga berbeda.

13.4. Momen Inersia Benda-Benda yang Bentuknya Beraturan

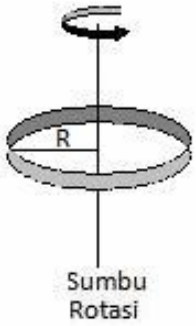
Selain bergantung pada sumbu rotasi, Momen Inersia (I) setiap partikel juga bergantung pada massa (m) partikel itu dan kuadrat jarak (r^2) partikel dari sumbu rotasi. Total massa semua partikel yang menyusun benda = massa benda itu. Persoalannya, jarak setiap partikel yang menyusun benda tegar berbeda-beda jika diukur dari sumbu rotasi. Ada partikel yang berada di bagian tepi benda, ada partikel yang berada dekat sumbu rotasi, ada partikel yang sembunyi di pojok bawah, ada yang terjepit di tengah. amati gambar di bawah



Gambar 13.2. Contoh sebuah benda tegar

Ini contoh sebuah benda tegar. Benda-benda tegar bisa ianggap tersusun dari partikel-partikel. Pada gambar, partikel diwakili oleh titik berwarna hitam. Jarak setiap partikel ke sumbu rotasi berbeda-beda. Ini cuma ilustrasi saja.

Cara praktis untuk mengatasi hal ini (menentukan MI benda tegar) adalah menggunakan kalkulus. Ada jalan keluar yang lebih Lingkaran tipis dengan jari-jari R dan bermassa M (sumbu rotasi terletak pada pusat)



Gambar 13.3. lingkaran partikel

Lingkaran tipis ini mirip seperti cincin tapi cincin lebih tebal. Jadi semua partikel yang menyusun lingkaran tipis berada pada jarak r dari sumbu rotasi. Momen inersia lingkaran tipis ini sama dengan jumlah total momen inersia semua partikel yang tersebar di seluruh bagian lingkaran tipis.

Momen Inersia lingkaran tipis yang berotasi seperti tampak pada gambar di atas, bisa diturunkan sebagai berikut :

$$I = \sum mr^2$$

$$I = mr_1^2 + mr_2^2 + mr_3^2 + ...mr_n^2$$

Jumlah masa partikel (m) = massa benda (M)

$$\text{I } I = M\left(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + ... + r_n^2\right) \qquad (13.8)$$

Perhatikan gambar di atas. Setiap partikel pada lingkaran tipis berada pada jarak r dari sumbu rotasi. dengan demikian :

$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = R$

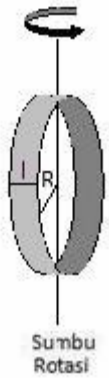
$I = MR^2$

Ini persamaan momen inersia-nya.

Rumus momen inersia benda-benda tegar. Penurunannya pakai kalkulus sehingga agak beribet. Ada cara lain untuk menurunkan momen inersia benda tegar, selain menggunakan kalkulus, yakni dengan bantuan teorema sumbu sejajar, teorema sumbu tegak lurus + sifat simetri benda. Prof. Yohanes Surya sudah menurunkan beberapa momen inersia benda tegar, tapi Cuma beberapa benda tegar saja. Btw, gurumuda juga lagi oprek dan modifikasi momen inersia tanpa kalkulus hasil karya Prof. Yohanes Surya. Kalau dirimu baca langsung tulisan prof. Yohanes juga agak ribet, karena minimal perlu pengetahuan tentang teorema sumbu sejajar dkk.

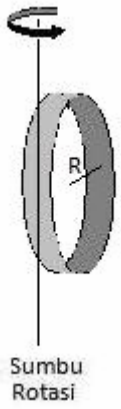
Cincin tipis berjari-jari R,

bermassa M dan lebar L (sumbu rotasi terletak di tengah-tengah salah satu diameter)



Cincin tipis berjari-jari R, bermassa M dan lebar L

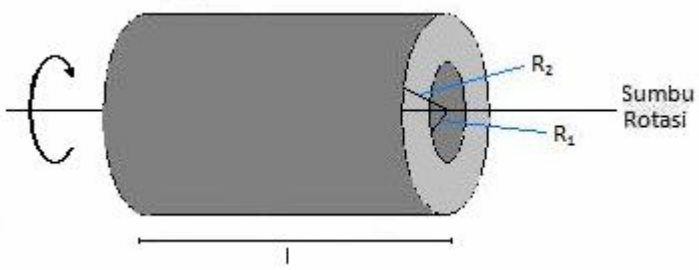
(sumbu rotasi terletak pada salah satu garis singgung)



Silinder berongga,

dengan jari-jari dalam R_2 dan jari-jari luar R_1

$$I = \frac{1}{2}M(R_1^{\,2} + R_2^{\,2})$$



Silinder padat

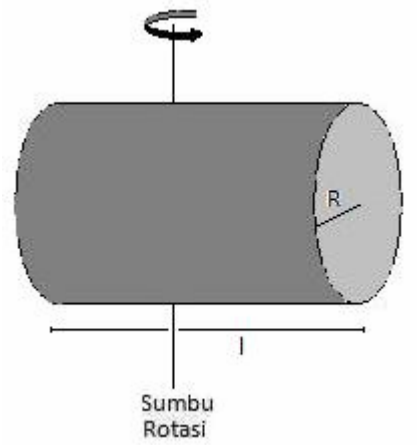
dengan jari-jari R (sumbu rotasi terletak pada sumbu silinder)

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

Silinder padat dengan jari-jari R

(sumbu rotasi terletak pada diameter pusat)

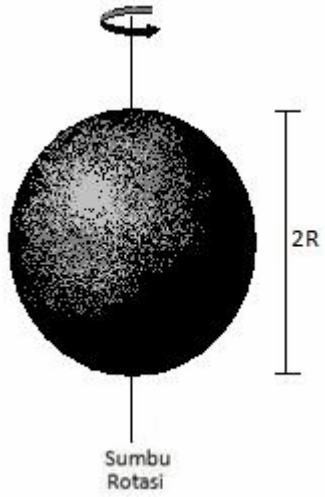
$$I = \frac{MR^2}{4} + \frac{ML^2}{12}$$



Bola pejal dengan jari-jari R

(sumbu rotasi terletak pada salah satu diameter)

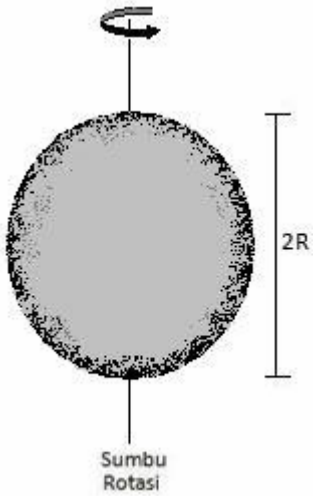
$$I = \frac{2MR^2}{5}$$



Kulit Bola dengan jari-jari R

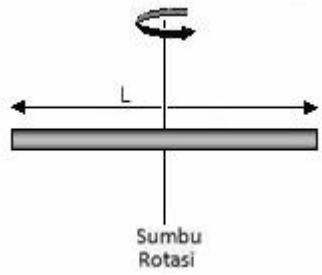
(sumbu rotasi terletak pada salah satu diameter)

$$I = \frac{2MR^2}{3}$$



Batang pejal yang panjangnya L

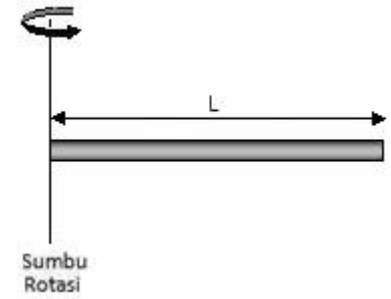
(sumbu rotasi terletak pada pusat)



$$I = \frac{ML^2}{12}$$

Batang pejal yang panjangnya L

(sumbu rotasi terletak pada salah satu ujung)

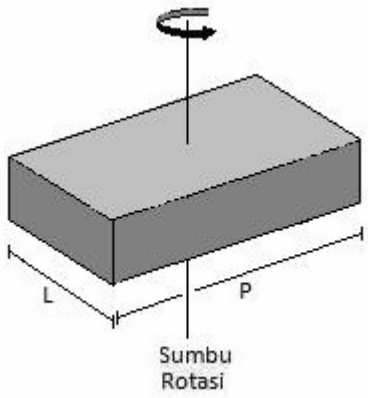


$$I = \frac{ML^2}{3}$$

Balok pejal yang panjangnya P dan lebarnya L

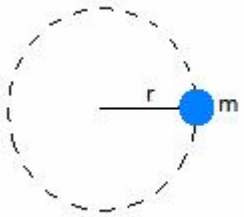
(sumbu rotasi terletak pada pusat; tegak lurus permukaan)

$$I = \frac{1}{12} M(P^2 + L^2)$$



Latihan Soal 1 :

Sebuah partikel bermassa 2 kg diikatkan pada seutas tali yang panjangnya 0,5 meter (lihat gambar di bawah). Berapa momen Inersia partikel tersebut jika diputar ?



Panduan Jawaban :

Catatan :

Yang kita bahas ini adalah rotasi partikel, bukan benda tegar. Jadi bisa dianggap massa benda terkonsentrasi pada pusat massanya.

Momen inersianya berapa-kah ?

$I = mr^2$

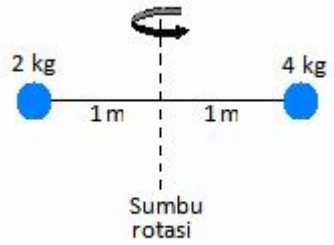
$I = (2\ kg)\ (0{,}5m)^2$

$I = 0{,}5\ kg\ m^2$

Latihan Soal 2 :

Dua partikel, masing-masing bermassa 2 kg dan 4 kg, dihubungkan dengan sebuah kayu yang sangat ringan, di mana panjang kayu = 2 meter. (lihat gambar di bawah). Jika massa kayu diabaikan, tentukan momen inersia kedua partikel itu, jika :

a) Sumbu rotasi terletak di antara kedua partikel



Panduan Jawaban :

$$I = \sum mr^2$$

Keterangan :

$\sum = Jumlah$

I = momen inersia

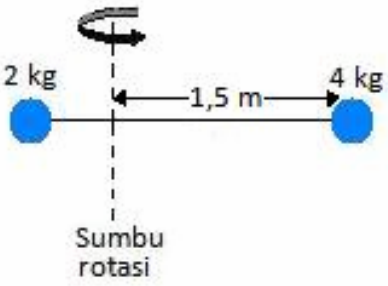
m = massa partikel

r = jarak partikel dari sumbu rotasi

Momen inersia = 6 kg m^2

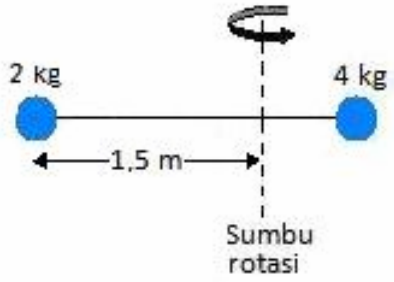
b) Sumbu rotasi berada pada jarak 0,5 meter dari partikel yang bermassa 2 kg

$$I = \sum mr^2$$
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$
$$I = (2kg)(0,5m)^2 + (4kg)(1,5m)^2$$
$$I = (2)(0,25)kgm^2 + (4)(2,25)kgm^2$$
$$I = 0,5kgm^2 + 9kgm^2$$
$$I = 9,5kgm^2$$



Momen inersia = 9,5 kg m^2

c) Sumbu rotasi berada pada jarak 0,5 meter dari partikel yang bermassa 4 kg



$$I = \sum mr^2$$
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$
$$I = (2kg)(1,5m)^2 + (4kg)(0,5m)^2$$
$$I = (2)(2,25)kgm^2 + (4)(0,25)kgm^2$$
$$I = 4,5kgm^2 + 1kgm^2$$
$$I = 5,5kgm^2$$

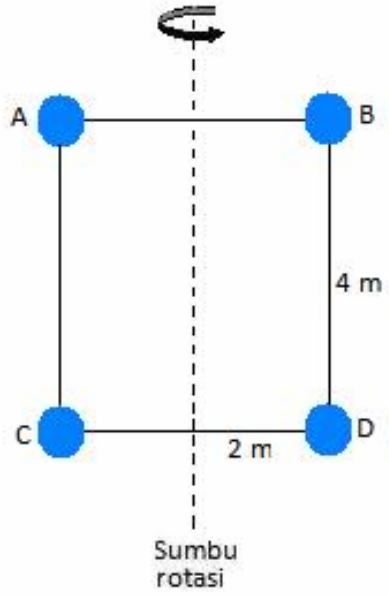
Momen inersia = 5,5 kg m^2

Berdasarkan hasil perhitungan di atas, tampak bahwa Momen Inersia sangat dipengaruhi oleh posisi sumbu rotasi. Hasil oprekan soal menunjukkan hasil momen Inersia yang berbeda-beda. Partikel yang berada di dekat sumbu rotasi memiliki momen inersia yang kecil, sebaliknya partikel yang berada jauh dari sumbu rotasi memiliki

momen inersia yang besar. Jika kita mengandaikan bahwa kedua partikel di atas merupakan benda tegar, maka setiap partikel penyusun benda tegar yang berada di dekat sumbu rotasi memiliki momen inersia yang lebih kecil dibandingkan dengan momen inersia partikel yang jaraknya lebih jauh dari sumbu rotasi. Walaupun bentuk dan ukuran sama, tapi karena posisi sumbu rotasi berbeda, maka momen inersia juga berbeda.

Latihan Soal 3 :

Empat partikel, masing-masing bermassa 2 kg dihubungkan oleh batang kayu yang sangat ringan dan membentuk segiempat (lihat gambar di bawah). Tentukan momen inersia gabungan keempat partikel ini, jika mereka berotasi terhadap sumbu seperti yang ditunjukkan pada gambar (massa kayu diabaikan).



Momen iInersia gabungan dari keempat partikel ini *(dianggap satu sistem)* mudah dihitung. Jarak masing-masing partikel dari sumbu rotasi sama ($r_A = r_B = r_C = r_D = 1$ meter). Jarak AC = BD = 4 meter tidak berpengaruh, karena yang diperhitungkan hanya jarak partikel diukur dari sumbu rotasi.

$I = mr^2$

$I = (2\ kg)(1\ m)^2$

$I = 2 \text{ kg m}^2$

Karena $I_A = I_B = I_C = I_D = I$, maka momen inersia (I) total :

$I = 4(I)$

$I = 4(2 \text{ kg m}^2)$

$I = 8 \text{ kg m}^2$

Referensi

Giancoli, Douglas C., 2001, Fisika Jilid I (terjemahan), Jakarta : Penerbit Erlangga

Halliday dan Resnick, 1991, Fisika Jilid I, Terjemahan, Jakarta : Penerbit Erlangga

Tipler, P.A.,1998, Fisika untuk Sains dan Teknik-Jilid I (terjemahan), Jakarta : Penebit Erlangga

Young, Hugh D. & Freedman, Roger A., 2002, Fisika Universitas (terjemahan), Jakarta : Penerbit Erlangga